

Estructuras Discretas.

Teoría de Autómatas y Relaciones Actividad #2

Prof. Miguel Fagúndez.

1. Para $A = \{1,2,3,4\}$ se define una relación R como sigue $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3), (4,4), (2,1), (3,2)\}$. Es R una relación de equivalencia? Representar R mediante:
 - Grafos Dirigidos
 - Matriz de la Relación
 - Gráficos Cartesianos
 - Diagrama Sagital
 - Defina R^{-1} por extensión y por comprensión.
2. En $\mathbb{Z}$ se define una R como xRy si y solo si $x - y$ es un numero par. Demostrar que R es una relación de equivalencia. En caso de ser una RE entonces buscar las clases de equivalencias y el conjunto cociente inducido por R .
3. En $\mathbb{Z}$ se define R mediante aRb si y solo si $a^2 + a = b^2 + b$. Determinar si R es de equivalencia.
4. Dado $A = \{1,2,3,4,6\} = B$. Buscar la relación R que cumpla la siguiente afirmación: “ a es múltiplo de b ”, donde $a \in A$ y $b \in B$. Buscar R por extensión y representarlo gráficamente.
5. Demostrar que toda clase de equivalencia es no vacía, es decir, $\forall a[a \in A \rightarrow [a] \neq \emptyset]$.
6. Sean R_1 y R_2 relaciones sobre $\{1,2,3,4\}$ dadas por:

$$R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,2)\}$$

$$R_2 = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,4), (2,2)\}$$

Enuncie los elementos de $R_1 \circ R_2$ y $R_2 \circ R_1$. Se verifican las propiedades de la composición de relaciones?

7. Dados los siguientes Autómatas, realizar los diagramas de transición de estados (con todos los estados y luego solo con los estados seleccionados en la maquina cociente de M) y hallar de ser posible la maquina cociente de M (φ/R). Verificar que es congruencia de maquina.
 - Sea $M = \{\varphi, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde, $\varphi = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{0,1\}$ y δ esta definida como:

δ	0	1
q_0	q_0	q_4
q_1	q_1	q_0
q_2	q_2	q_4
q_3	q_1	q_2
q_4	q_1	q_3

La relación R en φ como es:

R	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4
q_0	1		1		
q_1		1		1	
q_2	1		1		
q_3		1		1	
q_4					1

- Sea $M = \{\varphi, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde, $\varphi = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ y δ esta definida como:

δ	0	1	2
q_0	q_0	q_1	q_2
Q_1	q_1	q_0	q_1
Q_2	q_2	q_1	q_2

La relación R en φ como es:

R	q_0	q_1	q_2
q_0	1		1
q_1		1	
q_2	1		1

8. Cual de los siguientes autómatas son de pila?

Sea $M = \{\varphi, \Sigma, \delta, q_0, F\}$ donde,

- $\varphi = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ y δ esta definida como:

δ	0	1	2
$\rightarrow q_0$	q_0	q_0	q_1
q_1	q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2	q_3
q_3	q_4	q_3	q_3
$\#q_4$	q_4	q_4	q_4

- $\varphi = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$ y δ esta definida como:

δ	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1
q_1	q_2	q_1
q_2	q_1	q_3
$\#q_3$	q_3	q_3

- $\varphi = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ y δ esta definida como:

δ	0	1	2
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_0	q_1
$\#q_2$	q_2	q_1	q_2

9. Se desea construir un autómata reconocedor que determine si dentro de una secuencia finita de letras existe una secuencia en particular, defina formalmente el conjunto de estados, el alfabeto de entrada, estado inicial, conjunto de estados finales, tabla de transición de estados, diagrama de transición, para los siguientes casos:

- En la secuencia aparezca “aabc”
- En la secuencia aparezca “0101”
- En la secuencia aparezca “casa”
- En la secuencia aparezca “2021”

Para cada caso realizar un autómata reconocedor.