

TEORÍA DE COLAS

INTRODUCCIÓN

El origen de la Teoría de Colas está en el esfuerzo de Agner Krarup Erlang (Dinamarca, 1878 - 1929) en 1909 para analizar la congestión de tráfico telefónico con el objetivo de cumplir la demanda incierta de servicios en el sistema telefónico de Copenhague. Sus investigaciones acabaron en una nueva teoría llamada teoría de colas o de líneas de espera. Esta teoría es ahora una herramienta de valor en negocios debido a que muchos de sus problemas pueden caracterizarse, como problemas de congestión llegada - partida.

Una Cola es una línea de espera y la teoría de colas es una colección de modelos matemáticos que describen sistemas de líneas de espera particulares o de sistemas de colas. Los modelos sirven para encontrar un buen compromiso entre costes del sistema y los tiempos promedio de la línea de espera para un sistema dado.

El problema es determinar que capacidad o tasa de servicio proporciona el balance correcto. Esto no es sencillo, ya que un cliente no llega a un horario fijo, es decir, no se sabe con exactitud en que momento llegarán los clientes. También el tiempo de servicio no tiene un horario fijo.

Los problemas de "Colas" se presentan permanentemente la vida diaria: un estudio de EE.UU. concluyó que un ciudadano medio pasa 5 años de su vida esperando en distintas Colas, y de ellos casi 6 meses parado en los semáforos.

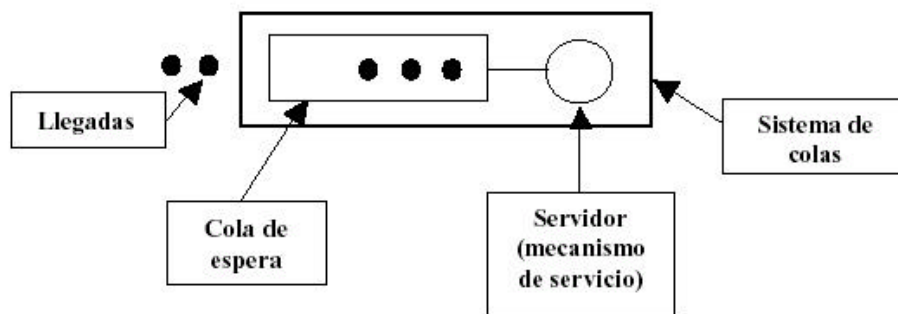
Problemas típicos de Teoría de Colas son:

| Situación | Llegadas | Cola | Mecanismo de Servicio |
|---------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|
| Aeropuerto | Pasajeros | Sala de espera | Avión |
| Dpto. de bomberos | Alarmas de incendio | Incendios | Dpto. De Bomberos. |
| Compañía telefónica | Números marcados | Llamadas | Conmutador |
| Panadería | Clientes | Clientes con números | Vendedor |
| Carga de camiones | Camiones | Camiones en espera | Muelle de carga |

| | | | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| Oficina de correos | Cartas | Buzón | Empleados de correos |
| Fábrica | Piezas para ensamblar | Inventario en proceso | Estación de trabajo. |
| Hospital | Pacientes | Personas enfermas | Médicos |

DEFINICIÓN

Teoría de Colas es el estudio matemático del comportamiento de líneas de espera. Estas se presentan cuando "clientes" llegan a un "lugar" demandando un servicio a un "servidor" el cual tiene cierta capacidad de atención. Si el servidor no está disponible inmediatamente y el cliente decide esperar, entonces se forma en la línea de espera.



CONCEPTOS BÁSICOS

Clientes: Término usado en un sistema de colas para referirse a:

- Gente esperando líneas telefónicas desocupadas.
- Máquinas que esperan ser reparadas.
- Aviones esperando aterrizar.

Instalaciones de Servicio: Este término se usa para referirse a:

- Líneas telefónicas.
- Talleres de reparación.
- Pistas de aeropuerto.

Llegadas: Es el número de clientes que llegan a las instalaciones de servicio.

Tasa de Servicio: Este término se usa para designar la capacidad de servicio, por ejemplo:

- Un sistema telefónico entre dos ciudades puede manejar 90 llamadas por minuto.
- Una instalación de reparación puede de media, reparar máquinas a razón una cada 8 horas.
- Una pista de aeropuerto en la que aterrizan dos aviones por minuto.

Número de servidores de servicio: Es la cantidad de servidores de que disponemos:

- Número de conmutadores telefónicos.
- Número de puestos de reparación.
- Número de pistas de aterrizaje de un aeropuerto.

El número de servidores no tiene porqué ser siempre en paralelo, es decir, puede que un sistema de colas tenga varias fases.

| Servidores | Fases | Ejemplos típicos |
|------------|--------|--|
| Uno | Una | Kiosco de prensa con un empleado |
| Uno | Varias | Lavado / secado de coches |
| Varios | Una | Oficina bancaria con varios cajeros |
| Varios | Varias | Centro de servicios radiológicos de hospital |

COSTES ASOCIADOS A UN SISTEMA DE COLAS

¿Por qué es necesario contar con herramientas de optimización para los problemas de Colas?

Normalmente en cualquiera de estos sistemas existen dos tipos de costes:

a) Los costes asociados a la espera de los clientes

Por ejemplo, el valor del tiempo perdido o la gasolina malgastada en los atascos o los semáforos.

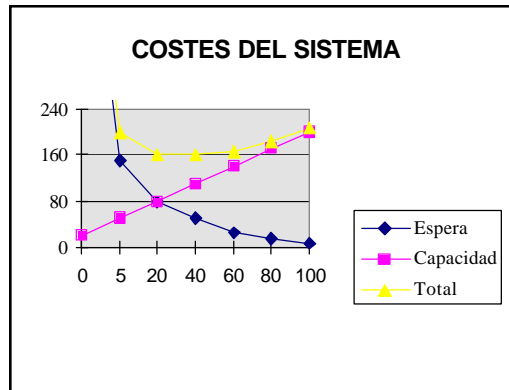
Lo normal es pensar que estos costes de espera decrecen conforme aumenta la capacidad de servicio del sistema.

b) Los costes asociados a la expansión de la capacidad de servicio

Contra la reducción anterior de costes de espera, es también normal que el coste asociado a incrementar la capacidad de servicio crezca con alguna proporcionalidad en relación a esta capacidad.

c) Los costes totales del sistema de servicio

La suma de los dos costes anteriores da una función de costes totales del sistema en función de la capacidad, que tendrá una forma similar a la siguiente:



OBJETIVOS DE LA TEORÍA DE COLAS

Dada la función de costes anterior, los objetivos de la Teoría de Colas consisten en:

- Identificar el nivel óptimo de capacidad del sistema que minimiza el coste global del mismo.
- Evaluar el impacto que las posibles alternativas de modificación de la capacidad del sistema tendrían en el coste total del mismo.
- Establecer un balance equilibrado (“óptimo”) entre las consideraciones cuantitativas de costes y las cualitativas de servicio.

Hay que prestar atención al tiempo de permanencia en el sistema o en la Cola: la “paciencia” de los clientes depende del tipo de servicio específico considerado y eso puede hacer que un cliente “abandone” el sistema.

TIPOS DE COLAS

Según el tipo de sistema de colas, tenemos varios tipos de éstas, las cuales son:

a) Una línea, un servidor

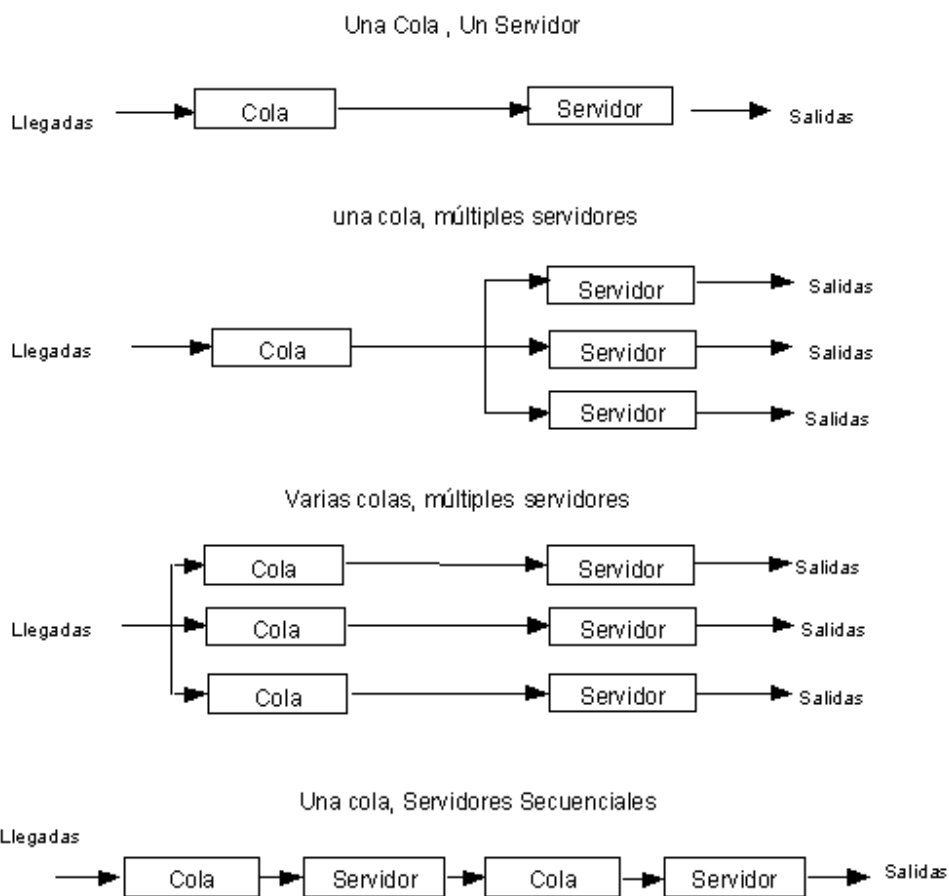
El primer sistema que se muestra se llama un sistema de un servidor y una cola o puede describir una consulta de un médico.

b) Una línea, múltiples servidores

El segundo, una línea con múltiples servidores, es típico de una peluquería o una panadería en donde los clientes toman un número al entrar y se les sirve cuando les llega el turno.

c) Varias líneas, múltiples servidores

El tercer sistema, en que cada servidor tiene una línea separada, es característico de los bancos y las tiendas de autoservicio. Para este tipo de servicio pueden separarse los servidores y tratarlos como sistemas independientes de un servidor y una cola. Esto sería válido sólo si hubiera muy pocos intercambios entre las colas. Cuando el intercambio es sencillo y ocurre con frecuencia, como dentro de un banco, la separación no sería válida.



LA DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Esta distribución es muy frecuente en los problemas relacionados con la investigación operativa, sobre todo en el área de la gestión de colas. Suele describir, por ejemplo, la llegada de pacientes a un ambulatorio, las llamadas a una central telefónica, la llegada de coches a un túnel de lavado, etc. Todos estos casos pueden ser descritos por una variable aleatoria discreta que tiene valores no-negativos enteros.

LA DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

La distribución de Poisson describe las llegadas por unidad de tiempo y la distribución exponencial estudia el tiempo entre cada una de estas llegadas. Si las llegadas son de Poisson, el tiempo entre ellas es exponencial. La distribución de Poisson es discreta, mientras que la distribución exponencial es continua, porque el tiempo entre llegadas no tiene por qué ser un número entero.

Esta distribución se usa mucho para describir el tiempo entre eventos, específicamente, la variable aleatoria que representa el tiempo necesario para servir a la llegada. Un ejemplo típico puede ser el tiempo que un médico dedica a un paciente.

EJEMPLO

Consideremos el caso de un gran laboratorio farmacéutico que tiene en su almacén un único estacionamiento de carga, que sirve a todas las farmacias de una región, y existe un único trabajador para buscar los medicamentos del pedido de cada furgoneta y cargarlos en ella. Se observa que de vez en cuando, las furgonetas de transporte se acumulan en el estacionamiento formando cola, y de vez en cuando el trabajador está ocioso. Después de examinar las llegadas de las camionetas durante varias semanas, se determina que la tasa media de llegada es de 4 camionetas por hora, y que la tasa de servicio es de 6 camionetas por hora. Los gestores del almacén están considerando el añadir un trabajador adicional, o incluso dos de ellos, para aumentar la tasa de servicio. El problema consiste en evaluar estas opciones diferentes.

Si se añade un trabajador, el sistema seguirá siendo de cola simple, porque sólo una única camioneta puede cargarse a la vez. Si usamos dos trabajadores, la tasa de servicio será igual a 12. Si utilizamos tres trabajadores, la tasa de servicio será igual a 18.

En el cuadro siguiente se han utilizado las ecuaciones adecuadas al tipo de sistema de colas para obtener las medidas de eficiencia del sistema. Hemos supuesto que la capacidad de trabajo es proporcional al número de trabajadores.

| | Trabajadores | | |
|---|--------------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 |
| Número medio de camionetas en la cola | 1,333 | 0,167 | 0,063 |
| Número medio de camionetas en el sistema | 2,000 | 0,500 | 0,286 |
| Tiempo medio de la camioneta en cola | 0,333 | 0,042 | 0,016 |
| Tiempo medio de la camioneta en el sistema | 0,500 | 0,125 | 0,071 |
| Ocupación del servicio | 0,667 | 0,333 | 0,222 |

Supongamos que los costes de operación de cada camioneta por hora son de 2000 pts y los trabajadores cobran 1800 pts por hora de trabajo y que estos trabajan 8 horas al día. En el cuadro siguiente se presentan los costes asociados. Al interpretar los tiempos, hay que ir con cuidado, ya que estos están en fracciones de hora.

| Trabajadores | Coste de Camioneta por día | Coste de mano de obra por día | Coste total por día |
|--------------|----------------------------|-------------------------------|---------------------|
| 1 | 320.000 | 144.000 | 464.000 |
| 2 | 80.000 | 288.000 | 368.000 |
| 3 | 46.000 | 432.000 | 478.000 |

Los gestores tendrían que añadir un nuevo trabajador al sistema ya que esto representará una reducción de los costes totales operacionales, aunque el factor de utilización pasará a ser de un 33%. Es decir, que los dos trabajadores tendrán 5 horas y 20 minutos para dedicarse a otras tareas dentro del laboratorio farmacéutico.

CURIOSIDADES

1ª Ley de Harper

No importa en qué cola se sitúe: La otra siempre avanzará más rápido.

2ª Ley de Harper

Y si se cambia de cola, aquella en que estaba al principio empezará a ir más deprisa.

BIBLIOGRAFÍA

- **Métodos cuantitativos para la toma de decisiones.**
Daniel Serra de La Figuera.
Universidad Pompeu Fabra (España).
<http://www.econ.upf.es/~serra/libro.htm>
- **Teoría de Colas.**
Ninoscka Zencovich B.
Universidad Arturo Prat Sede Victoria (Chile).
<http://www.unapvic.cl/teoriadecision/administracion/Unidad5.html>
- **Varios trabajos sobre Teoría de Colas anónimos de El Rincón del Vago.**
<http://www.elrincondelvago.com/>