1. DESCRIPCIÓN DE LOS MECANISMOS

1.2. ESTRUCTURA DE LOS MECANISMOS

1.2.1. FÓRMULA ESTRUCTURAL DE LAS CADENAS CINEMÁTICAS

Si al movimiento de un eslabón en el espacio no se le impone ninguna restricción o condición de enlace; entonces éste, como es sabido, posee seis grados de libertad. Entonces si el número total de eslabones de la cadena cinemática es k, el número total de grados de libertad que tienen estos k eslabones antes de su unión en pares cinemáticos es $6k$. Cada par impone restricciones al movimiento relativo de los eslabones que la conforman de acuerdo a su clase. Si asumimos que:

p_I Es el número de pares de 1ª clase que posee la cadena cinemática,

p_{II} Es el número de pares de 2ª clase,

p_{III} Es el número de pares de 3ª clase,

p_{IV} Es el número de pares de 4ª clase, y

p_V Es el número de pares de 5ª clase.

Debemos restar de los $6k$ grados de libertad que tenían los eslabones antes de formar los pares, los grados de libertad que se pierden a cuenta de cada par. Entonces el número de grados de libertad H de la cadena cinemática es igual

$$H = 6k - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I \tag{2.1}$$

En las construcciones mecánicas comúnmente se usan cadenas cinemáticas en las cuales uno de los eslabones es inmóvil (bastidor). Por lo tanto podemos estudiar el movimiento absoluto de los eslabones como el movimiento de éstos relativo al bastidor.

Si uno de los eslabones es inmóvil, el número total de grados de libertad de la cadena se disminuye en seis, es decir el número de grados de libertad W con relación al eslabón inmóvil será

$$W = H - 6 \tag{2.2}$$

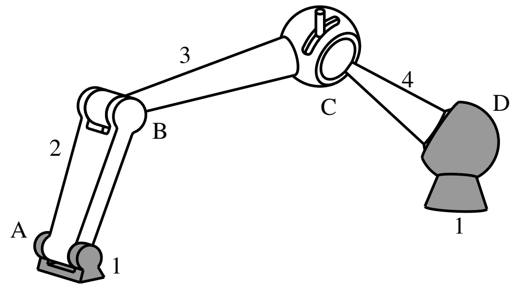
Sustituyendo (2.1) en (2.2)

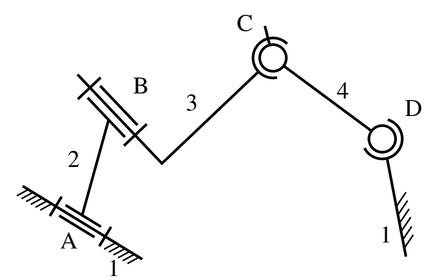
$$W = 6(k-1) - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I \tag{2.3}$$

Si nombramos $n = (k-1)$ como el número de eslabones móviles tenemos

$$W = 6n - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I \tag{2.4}$$

Ejemplo 1. Determinar los grados de libertad de la cadena cinemática cerrada mostrada





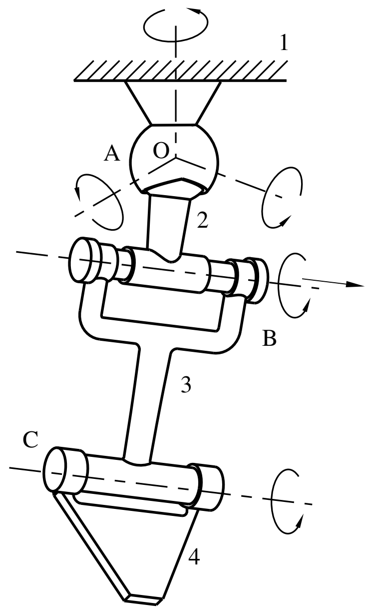
Como puede verse del esquema cinemático los eslabones 1 (bastidor) y 2 se unen en la junta A (V clase); los eslabones 2 y 3 en la junta B (V clase); los eslabones 3 y 4 en la junta C (IV clase) y los eslabones 4 y 1 (bastidor) se unen en la junta D (III clase). Es decir:

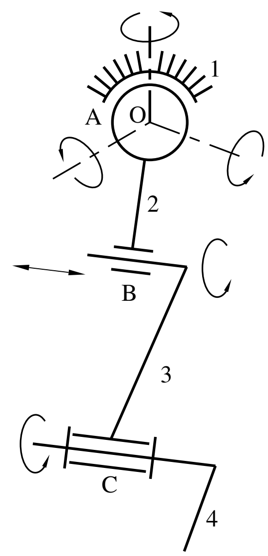
Número de eslabones móviles n = 3
Cantidad de juntas de V clase p_V = 2
Cantidad de juntas de IV clase p_{IV} =1
Cantidad de juntas de III clase p_{III} =1

$$W = 6n - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I = 6\cdot 3 - 5\cdot 2 - 4\cdot 1 - 3\cdot 1 = 1,$$

La cadena cinemática mostrada posee un grado de libertad.

Ejemplo 2. Determinar los grados de libertad de la cadena cinemática abierta mostrada.





Como puede verse en el esquema los eslabones 1 (bastidor) y 2 se unen en la junta A (III clase); los eslabones 2 y 3 en la junta B (IV clase) y los eslabones 3 y 4 en la junta C (V clase). Es decir:

Número de eslabones móviles n = 3
Cantidad de juntas de V clase p_V =1
Cantidad de juntas de IV clase p_{IV} =1
Cantidad de juntas de III clase p_{III} =1

$$W = 6n - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I = 6\cdot 3 - 5\cdot 1 - 4\cdot 1 - 3\cdot 1 = 6$$

La cadena cinemática mostrada posee seis grados de libertad.

Como se puede deducir de la fórmula (2.4) el número de grados de libertad con relación al eslabón escogido como inmóvil (bastidor) caracteriza el grado de movilidad del mecanismo. Entonces si el mecanismo posee un grado de libertad podemos comunicarle a uno de los eslabones una ley de movimiento completamente determinada con respecto al bastidor (*una coordenada generalizada del mecanismo*), por ejemplo un movimiento de desplazamiento, giratorio o helicoidal con velocidad determinada. En este caso todos los demás eslabones del mecanismo recibirán movimientos completamente determinados que son función del movimiento comunicado. Si el mecanismo posee dos grados de libertad, es necesario comunicar a uno de los eslabones dos movimientos independientes (*dos coordenadas generalizadas*) con respecto al bastidor o a dos eslabones de a un (1) movimiento independiente con respecto al bastidor y así sucesivamente. Por ejemplo el mecanismo del ejemplo 1, como se demostró posee un grado de libertad. Por consiguiente si le imprimimos a uno de sus eslabones una ley de movimiento, el resto de sus eslabones se mueven de manera determinada.

La cadena cinemática del ejemplo 2 posee 6 grados de libertad, por consiguiente para que todos los movimientos de todos los eslabones sean completamente determinados es necesario definir seis coordenadas generalizadas. Por ejemplo, las leyes de giro del eslabón 2 alrededor de los tres ejes que se intersecan en el punto *O*; Las leyes de giro y deslizamiento del eslabón 3 alrededor y a lo largo del eje *a* - *a*, y la ley de giro del eslabón 4 alrededor del eje *b* - *b*.

En la práctica para definir cada coordenada generalizada se requiere de algún tipo de accionador o actuador, ya sea un operario humano o un “esclavo” en forma de motor, solenoide, cilindro u otro dispositivo de conversión de energía.

Por lo general en las máquinas e instrumentos de medida se usan mecanismos con un grado de libertad. En algunas máquinas se encuentran frecuentemente mecanismos con dos y más grados de libertad (diferenciales, manipuladores, etc.)

1.2.2. FÓRMULA ESTRUCTURAL DE LOS MECANISMOS PLANOS

En el caso general para determinar los grados de libertad de un mecanismo puede usarse la fórmula (2.4)

$$W = 6n - 5p_V - 4p_{IV} - 3p_{III} - 2p_{II} - p_I$$

Esta fórmula puede ser usada sólo en el caso de que al movimiento de los eslabones del mecanismo no se le haya aplicado alguna determinada condición global. Estas restricciones generales para todo el mecanismo pueden ser muy diversas. Por ejemplo: exigir que para un mecanismo compuesto sólo de pares giratorios de V clase, todos los ejes de rotación de las juntas sean paralelos, o se intersequen en un punto, etc. Resulta que tales condiciones cambian de manera sustancial el carácter del movimiento del mecanismo.

Miremos por ejemplo el mecanismo de la Fig. 2.1 el cual consta sólo de pares giratorios de V clase cuyos ejes son paralelos.

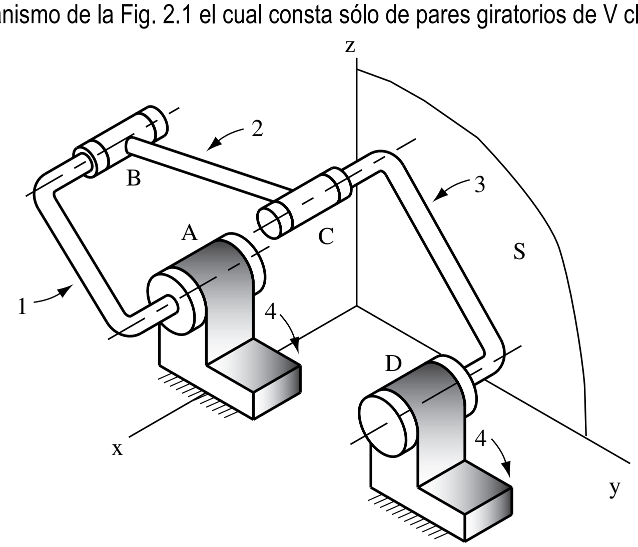


Fig. 2.1

Debido a la condición global impuesta los eslabones no pueden girar alrededor de los ejes *y* y *z* ni desplazarse a lo largo del eje *x*; es decir, *de los seis movimientos posibles tres no pueden ser realizados.* El movimiento de los eslabones se realiza completamente en un plano paralelo a S .

Si sobre el movimiento de todos los eslabones del mecanismo se impusieron tres restricciones, entonces debemos tener esto en cuenta para el cálculo de los grados de libertad. Si en el caso general el número de grados de libertad de los eslabones móviles sería igual a $6n$ (n = número de eslabones móviles), para el mecanismo en cuestión será

$$(6-3)\cdot n = 3n$$

En correspondencia en vez de $5p_V$ condiciones de enlace impuestas por los pares de clase V, en este mecanismo este tipo de juntas imponen

$$(5-3)\cdot p_V = 2p_V$$

condiciones de enlace, ya que tres restricciones ya fueron impuestas por la condición de paralelismo de los ejes de los pares. La fórmula estructural del mecanismo tiene la siguiente forma:

$$W = (6-3)n - (5-3)p_V - (4-3)p_{IV} - (3-3)p_{III},$$

$$W = 3n - 2p_V - p_{IV}. \qquad (2.5)$$

Esta es la formula estructural para los mecanismos planos.

En los mecanismos planos no pueden existir pares de clase I, II ó III, ya que éstas poseen movimientos relativos posibles de carácter espacial.

1.2.3. ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LOS MECANISMOS PLANOS

Además de los grados de libertad de los eslabones y de las condiciones de enlace que influyen activamente en el carácter del movimiento del mecanismo, es posible encontrar grados de libertad y restricciones que no ejercen ninguna influencia en el carácter del movimiento del mecanismo en general. Se pueden retirar de los mecanismos los eslabones y pares a los que pertenecen esos grados de libertad y condiciones de enlace sin cambiar el carácter general del movimiento del mecanismo. Estos grados de libertad se llaman *grados de libertad redundantes* y las condiciones de enlace, *condiciones de enlace redundantes o pasivas*.

A manera de ejemplo examinaremos el mecanismo de la Fig. 2.2. Las medidas de los eslabones cumplen con las siguientes condiciones

AB = CD, *AD = EF = BC,* *AE =BE* y *DF =FC.*

De esta manera la figura *ABCD* siempre es un paralelogramo y por consiguiente la distancia entre los puntos *F* y *E* siempre se conserva constante e igual a la distancia entre los puntos *A* y *D* ó *B* y *C.* Entonces, sin temor a cambiar el carácter del movimiento del mecanismo se puede retirar el eslabón *EF* (ó *BC*), ya que este eslabón, el cual "entra" en los pares cinemáticos E y F, le impone al mecanismo una condición de enlace *redundante*. Examinemos ahora el rodillo 6 el cual forma con el eslabón 4 la junta de rotación de V clase *H* al contactar el perfil recto *HC*. Podemos darnos cuenta de que podemos girar el rodillo 6 alrededor de eje que pasa por el punto *G* sin influir en nada el carácter del movimiento del mecanismo en general. El rodillo que gira libremente da al mecanismo un grado de libertad redundante. Por esto sin cambiar para nada el movimiento global del mecanismo podemos retirar el rodillo y unir directamente los eslabones 4 y 7 en una nueva junta de IV clase. (Fig. 2.3).

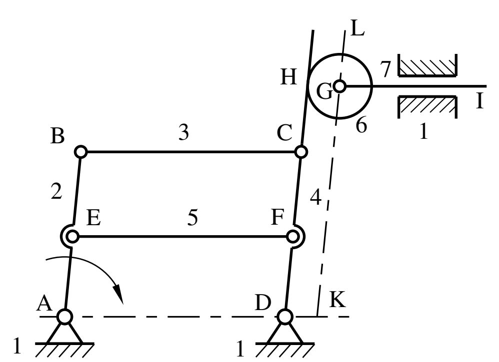


Fig. 2.2

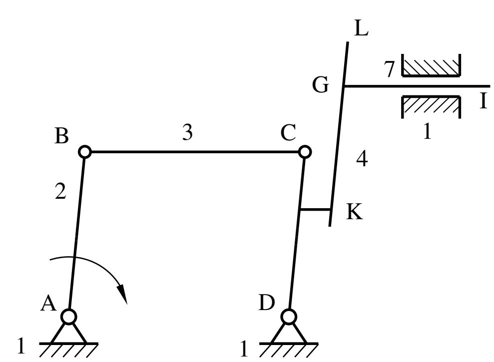


Fig. 2.3

El nuevo par estará formado en el eslabón 4 por la recta *KL* paralela a *DC* y situada a una distancia igual al radio del rodillo 6; y en el eslabón 7 por el punto *G*.

Este mecanismo equivalente reproducirá la misma ley de movimiento del eslabón 7 que realizaba el mecanismo inicial, pero a diferencia del primero está “liberado” de grados de libertad y enlaces redundantes.

Dependiendo del número W a la izquierda de la fórmula 2.5 es posible encontrar mecanismos planos con uno, dos, tres, etc. grados de libertad. Miremos, como ejemplo los mecanismos de las figuras 2.4, 2.5 y 2.6.

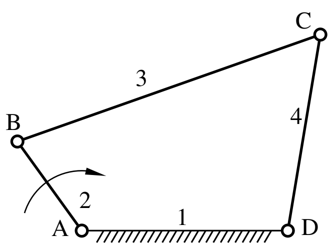


Fig. 2.4
Mecanismo con un grado de libertad

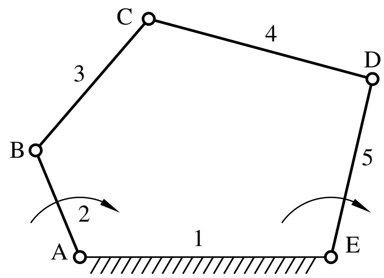


Fig. 2.5
Mecanismo con dos grados de libertad

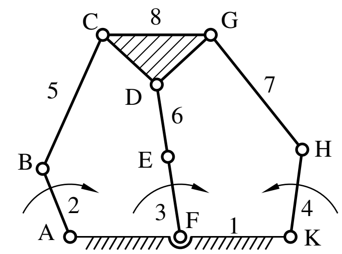


Fig. 2.6
Mecanismo con tres grados de libertad

Cuando una cadena cinemática posee un número de grados de libertad igual a cero, ninguno de sus eslabones se puede mover y se convierte en una estructura Fig. 2.7. Cuando una cadena cinemática (estructura) posee un número de grados de libertad menor que cero, estará entonces precargada Fig. 2.8. En los cursos de estática a tales construcciones se les denomina *estáticamente indeterminadas o hiperestáticas*. Una estructura *estáticamente determinada o isostática* tiene un número de grados de libertad igual a cero.

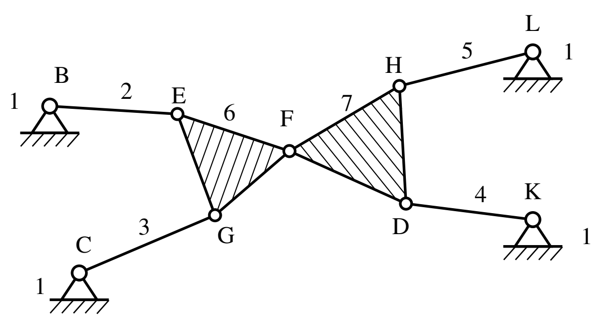


Fig. 2.7

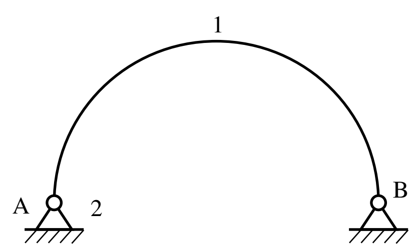


Fig. 2.8

1.2.4. REEMPLAZO DE PARES SUPERIORES POR INFERIORES EN LOS MECANISMOS PLANOS.

Para el estudio estructural y cinemático de los mecanismos planos en muchos casos resulta muy cómodo reemplazar los pares cinemáticos superiores por pares cinemáticos inferiores. Este reemplazo debe cumplir la condición, de que el mecanismo que resulte después del reemplazo posea el mismo número de grados de libertad del anterior y que se conserven, <u>en la posición dada</u>, los movimientos relativos de todos sus eslabones.

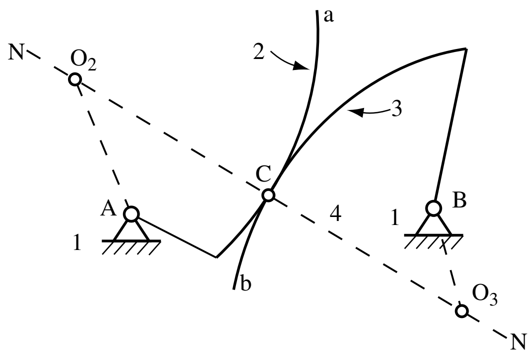


Fig. 2.9

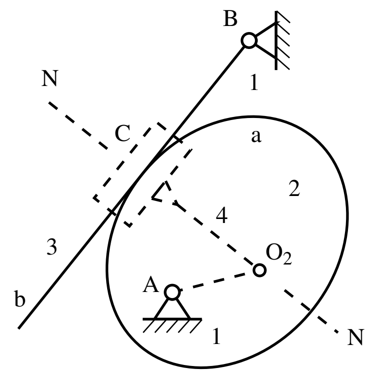


Fig. 2.10

Sea dado el mecanismo con un par superior (Fig. 2.9). Los elementos que forman este par son dos curvas arbitrarias *a* y *b*. Para la construcción del mecanismo equivalente trazamos una normal *NN* en el punto de contacto de las curvas *C* y marcamos en ella los centros de curvatura *O*2 y *O*3 de las curvas *a* y *b*. Entonces el mecanismo puede ser reemplazado por un mecanismo equivalente del tipo de cuatro eslabones. Donde el par de IV clase se sustituye por el eslabón 4, que “entra” en los puntos *O*2 y *O*3 en pares de V clase. El número de grados de libertad del mecanismo de equivalente será el mismo (uno).

Si uno de los eslabones en contacto es una curva cualquiera pero el segundo es una recta *b* (Fig. 2.10), entonces el centro de curvatura del segundo perfil estará situado en el infinito. El eslabón efectivo 4 en este caso “entra” a formar un par giratorio de V clase en el centro de curvatura *O*2. El segundo par giratorio en el cual debería “entrar” el eslabón 3, tiene el centro de giro situado en el infinito y se convierte en un deslizador también de V clase.

También es factible el caso cuando de los elementos en contacto es una curva *a* y el otro es un punto (*C*) Fig. (2.11). En este caso el centro de curvatura *O*3 de elemento *C* coincide con el mismo punto *C*, por esto el eslabón efectivo 4 debe “entrar” en dos pares giratorios de V clase : en un par giratorio con el eje que pasa a través del centro de curvatura *O*2 del elemento curvo *a* y en un par giratorio con el eje que pasa por *C*.

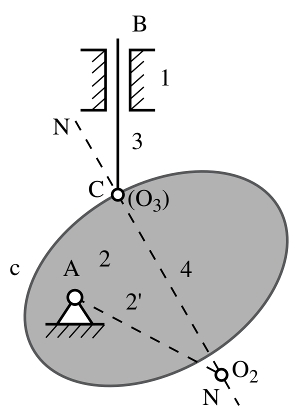


Fig. 2.11

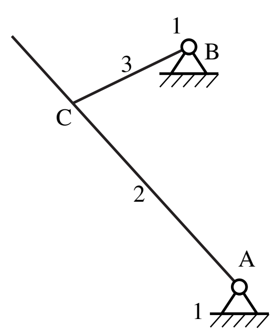


Fig. 2.12

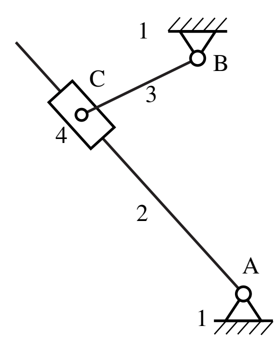


Fig. 2.13

En el caso de que uno de los elementos sea una recta *AC* y el otro un punto *C* (Fig. 2.12), el reemplazo se resume a “instalar” el eslabón efectivo, el cual “entra” en un par de deslizamiento y en un par giratorio. El eje de la junta giratoria y eje de desplazamiento del deslizador deben pasar a través del punto de contacto *C*. el mecanismo de reemplazo (equivalente) se muestra en la figura 2.13.

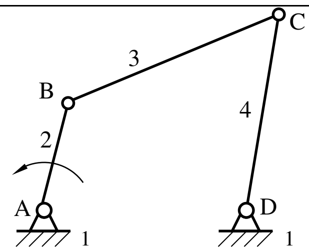
Si todos los pares superiores de un mecanismo plano son sustituidos por pares inferiores la fórmula estructural para el mecanismo equivalente toma la siguiente forma.

$$W = 3n - 2\,p_V \qquad (2.6)$$

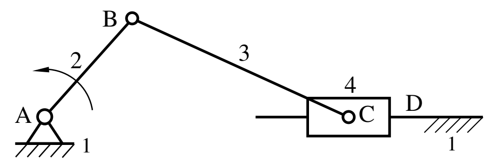
BIBLIOGRAFÍA
Artobolevski I.I. Teoría de mecanismos y máquinas. Moscú. Nauka 1988
Kozhevnikov S.N. Mecanismos. Barcelona. Gustavo Gili S.A. 1975
Norton R.L. Diseño de Maquinaria. México D.F. McGraw-Hill 1995

1.2.5 EJERCICIOS

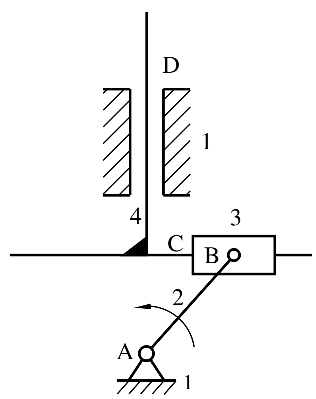
Determinar el grado de movilidad (número de grados de libertad) de los siguientes mecanismos.



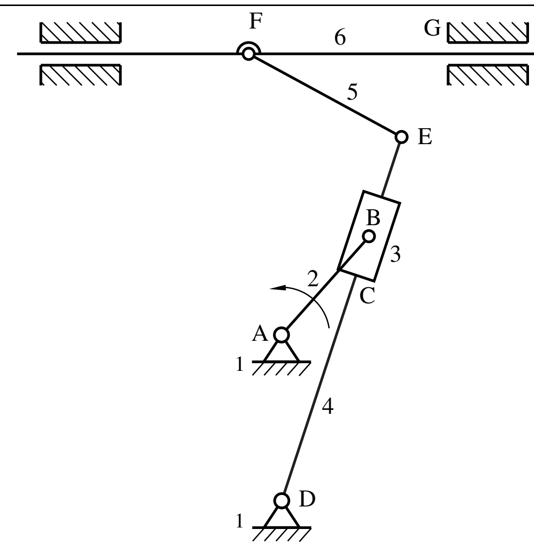
1)



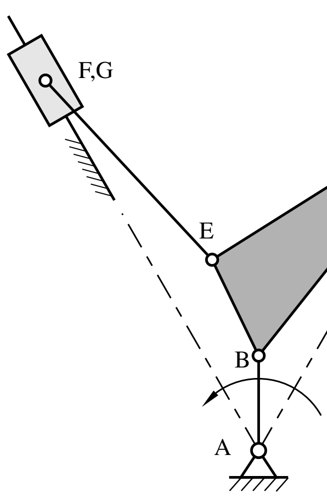
2)



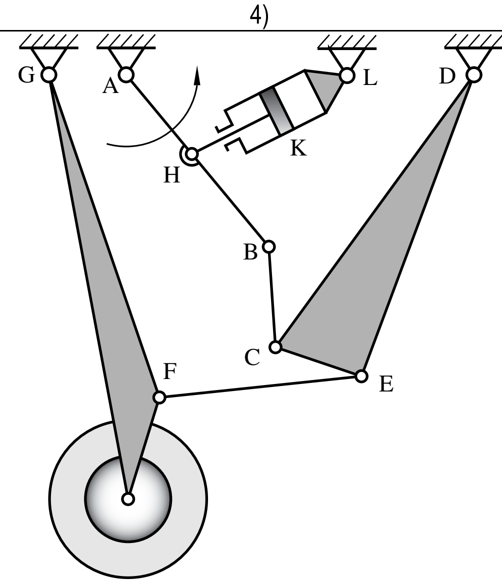
3)



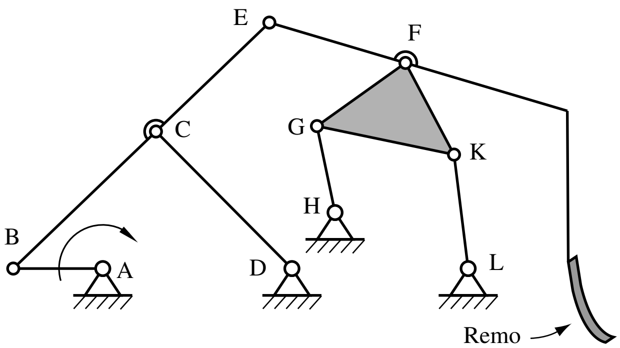
4)



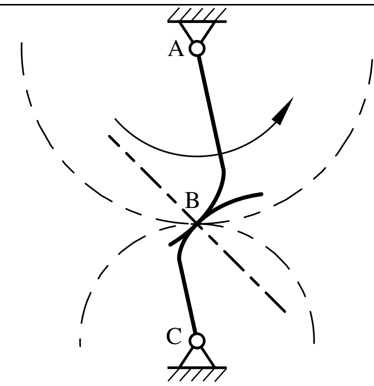
5)



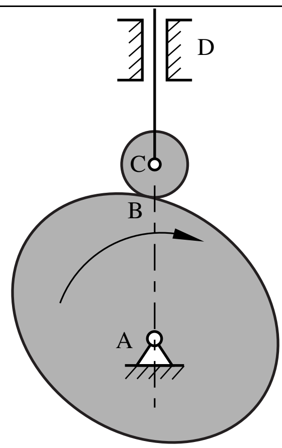
6)


E
F
C
G
K
H
B
A
D
L
Remo

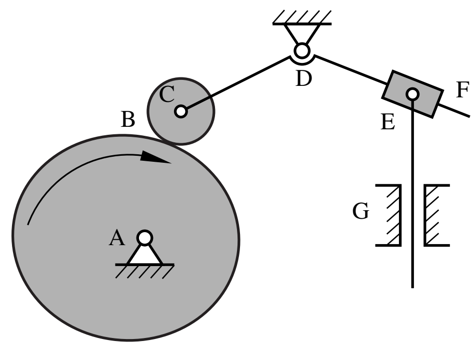
7)


A
B
C

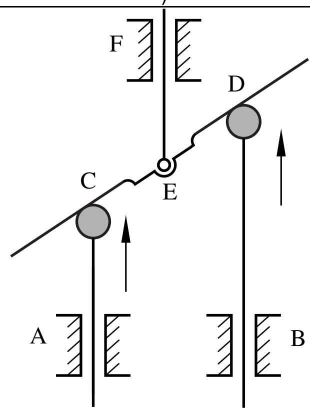
8)


D
C
B
A

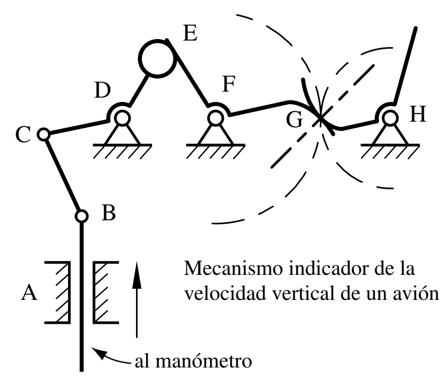
9)


D
C
B
F
E
G
A

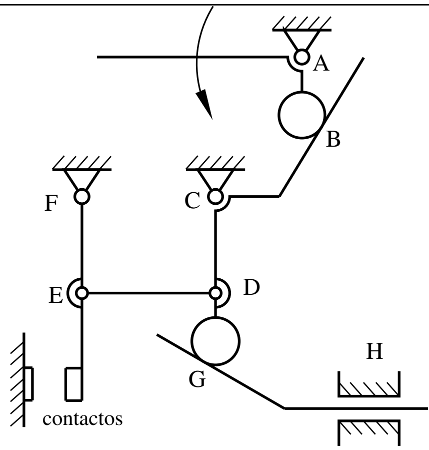
10)


F
D
C
E
A
B

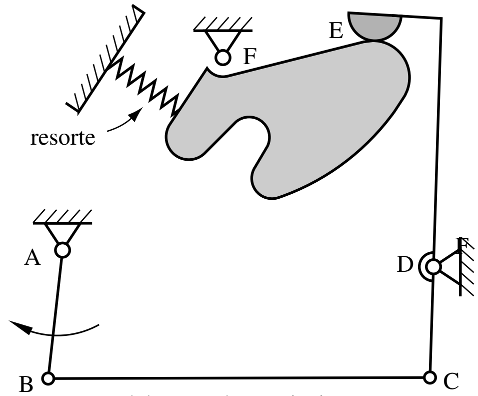
11)


E
D
F
C
G
H
B
A
Mecanismo indicador de la
velocidad vertical de un avión
al manómetro

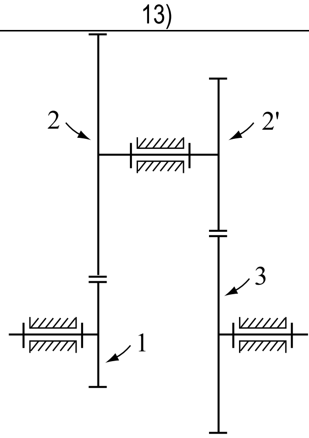
12)



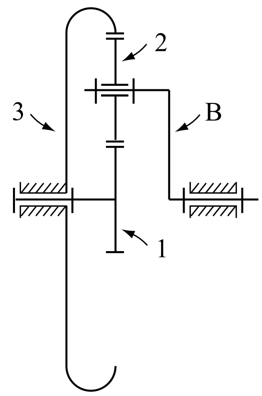
Mecanismos de desconección
de emergencia de las baterias
13)



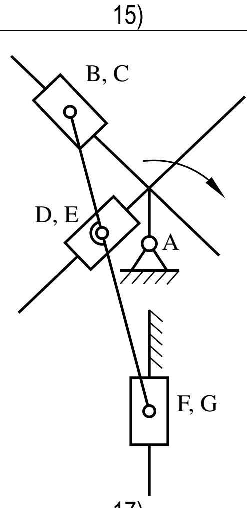
Tren delantero de aterrizaje
14)



15)

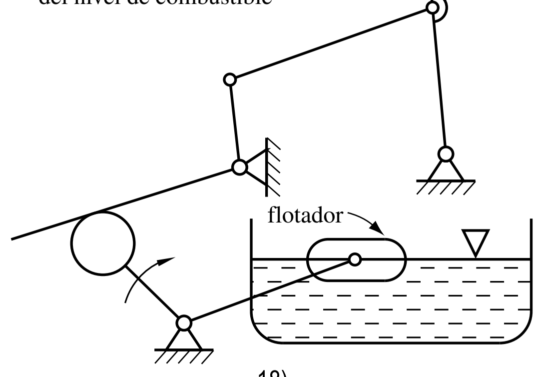


16)



17)

Mecanismo del indicador
del nivel de combustible



18)

SOLUCIONES:

1) $W = 1$	2) $W = 1$	3) $W = 1$	4) $W = 1$	5) $W = 1$	6) $W = 1$
7) $W = 1$	8) $W = 1$	9) $W = 2$ *	10) $W = 2$ *	11) $W = 2$	12) $W = 1$
13) $W = 1$	14) $W = 1$	15) $W = 1$	16) $W = 1$	17) $W = 1$	18) $W = 1$

* - En los ejercicios 9) y 10) el rodillo da al mecanismo un grado de libertad redundante, después de retirarlo $W = 1$.