Notas de Clase
Modelo de Generaciones Superpuestas

Pedro Elosegui

Mayo de 2004

El modelo de generaciones superpuestas (overlapping generation model, OLG) constituye junto con el modelo de agente representativo uno de los modelos fundamentales de la macroeconomía con microfundamentos. En su versión más simple el modelo[1] esta constituído por dos tipos de agentes que conviven por un período y forman parte de dos generaciones diferentes. Cada individuo vive dos períodos, como jóven y como anciano, durante cada período (y por ∞) conviven agentes jóvenes y ancianos. El modelo así conformado es tratable, dinámico y, a diferencia del modelo de agente representativo en cada período conviven agentes heterogeneos (jóvenes y ancianos). Por otra parte la estructura del modelo OLG, con la fricción originada por la convivencia de dos generaciones de agentes, permite la introducción del dinero con un rol preciso: facilitar el intercambio.

La demanda de dinero es diferente a la demanda de otro tipo de bienes, el dinero no se demanda para consumir sino para realizar transacciones. Para que exista el dinero en un contexto de equilibrio deben verificarse dos condiciones:

- Debe existir alguna fricción que dificulte o inhiba el trueque directo.
- Deben existir agentes deseosos de mantener dinero de un período a otro.

[1] Apuntes de clase basados en Champ y Freeman cap 1,3 y 14

Los modelos que cumplen estas condiciones son los modelos de RA con vidas infinitas (cash in advance y dinero en la función de utilidad) y los modelos de OLG.

1 Ambiente

Los agentes viven dos períodos, jóvenes y ancianos. La economía comienza en $t = 1$, con una generación de ancianos (N_0) que viven sólo un período y jóvenes (N^t) que inician la secuencia de generaciones superpuestas. Cada generación es homogénea aunque existe heterogeneidad entre las dos generaciones que conviven cada período. Las preferencias de cada agente son crecientes en el consumo de cada período y cumplen las condiciones usuales. Existe un sólo bien de consumo en la economía que no puede ser guardado entre períodos (perecedero). cada agente recibe una dotación y de jóven, suponemos que no recibe nada de anciano.

Problema económico: los agentes maximizan su utilidad que depende del consumo en ambos períodos. Dado que sólo reciben dotación mientras son jóvenes deben procurar consumo para el período en que son ancianos. Se analizan dos soluciones alternativas a este problema, la solución del planificador central y el equilibrio descentralizado (con y sin dinero).

1.1 Solución del planificador central

El planificador central (PC) elige una combinación de consumo para cada generación de forma de maximizar el bienestar de las generaciones futuras período a período. Se supone que el PC conoce la función de utilidad de todos los agentes y puede reasignar consumo entre generaciones sin ningún costo.

La restricción que opera en la economía a nivel agregado es que en cada período no se puede consumir más de la dotación disponible. Esta restricción que opera en cada período para la solución de un planificador central (PC) se denomina asignaciones factibles (feasible allocation). El consumo total en el período t debe ser igual al total de dotaciones disponibles en dicho período:

$$N^t c_t^t + N^{t-1} c_t^{t-1} = N^t y \tag{1}$$

Donde c_t^t es el consumo de los individuos nacidos en t (superíndice indica la "fecha de nacimiento") realizado en el período t (subíndice). Si suponemos que $N^{t-1} = N^t = N$ constante, entonces la restricción de factibilidad se convierte en:

$$c_t^t + c_t^{t-1} = y \tag{2}$$

Si suponemos una situación de estado estacionario con consumo estable en cada período (como la economía es la misma período a período el resultado de equilibrio en un período se repite infinitamente). Entonces, $c_{t+j}^{t+j} = c_1 \ \forall \ j \geq 0$ y $c_{t+j+1}^{t+j} = c_2 \ \forall \ j \geq 0$. Siendo por tanto la restricción:

$$c_1 + c_2 = y \tag{3}$$

Problema del Planificador Central (PC):

$$Max_{\{c_1 \ , \ c_2\}} U(c_1, c_2) \text{ s.a. } c_1 + c_2 = y \tag{4}$$

El resultado de esta maximización es un nivel de consumo constante con valores positivos (c_1^*, c_2^*), como se observa en la figura 1. Este equilibrio se denomina "regla dorada".

El nivel de consumo que maximiza el bienestar de la generación de ancianos iniciales no es exactamente el mismo nivel que maximiza el bienestar del resto de los agentes. Los ancianos iniciales maximizarán su utilidad si consumen un nivel $c_2 = y$. Obviamente que esta asignación estacionaria no maximiza el bienestar de las generaciones futuras que prefieren un nivel de consumo estable en el tiempo a la alternativa de un consumo nulo cuando jóvenes.

1.2 Solución descentralizada

1.2.1 Sin dinero:

Si no existe un activo que en forma creible pueda intercambiarse entre las generaciones, no existe otro equilibrio que no sea la autarquía. No hay doble coincidencia de deseo, ya que si bien cada generación desea suavizar su consumo, no existe una forma creible de comprometer la transacción intergeneracional por lo que cada jóven termina consumiendo toda su dotación. En equilibrio, $c_0 = y$, $c_1^1 = y$, $c_2^1 = 0, ...$

En este equilibrio la generación de ancianos iniciales no consume ya que no hay transferencia entre jóvenes y ancianos.

1.2.2 Con dinero:

Suponemos que existe un gobierno que puede producir dinero sin costo (fiat money o dinero fiduciario), un bien que no produce utilidad a los agentes, no puede consumirse ni producirse directamente pero que sirve para comprar bienes y trasladar consumo. El gobierno vive para siempre por lo que es factible una demanda de dinero intertemporal (este supuesto es clave ya que garantiza el rol de "contrato social" del dinero). El dinero puede guardarse sin costo entre períodos y puede intercambiarse sin costo. En este marco el equilibrio monetario es un equilibrio con valor para el dinero (suponiendo que la oferta es limitada).

Suponemos un stock fijo de dinero M, que el gobierno otorga a los ancianos iniciales. El stock per cápita esta dado por $\frac{M}{N_0}$. La presencia de dinero abre la posibilidad de intercambio entre las generaciones, los jóvenes pueden vender parte de su dotación inicial a los ancianos a cambio de dinero que podrá ser utilizado el próximo período para comprar bienes de consumo a los jóvenes de mañana. El valor del dinero depende de que sea útil en el próximo período (suponemos que esto esta garantizado por la existencia del gobierno y la racionalidad de los agentes). Definimos a $v_t = \frac{1}{p_t}$ como el valor en bienes de consumo de una unidad de M, donde p_t es el precio del bien.

La restricción presupuestaria del agente se vuelve:

en t: $c_t^t + v_t m_t = y$

en t+1: $c_{t+1}^t = v_{t+1} m_t$

En un equilibrio monetario $v_t > 0 \ \forall \ t$,

$m_t = \frac{c_{t+1}^t}{v_{t+1}}$, entonces en t, la restricción presupuestaria del agente esta dada por:

$$c_t^t + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{t+1}^t = y \tag{5}$$

El agente maximiza su función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria dada por (5).

El cociente $\frac{v_t}{v_{t+1}}$ muestra la tasa de retorno o precio del dinero fiduciario. El precio del dinero surge de igualar la oferta con la demanda de dinero.

Demanda: $N^t(y - c_t^t)$

Oferta: $v_t M_t$

Equilibrio: $v_t = \frac{N^t(y-c_t^t)}{M_t}$

Entonces la tasa de retorno del dinero fiduciario esta dada por:

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N^{t+1}(y-c_{t+1}^{t+1})}{M_{t+1}}}{\frac{N^t(y-c_t^t)}{M_t}} \tag{6}$$

Suponiendo un estado estacionario, y asumiendo que la población no crece, se tiene $c_t^t = c_{t+1}^{t+1} = c_1$. mientras que, $N^t = N^{t+1} = N_0$. Por lo tanto,

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \tag{7}$$

Si la política monetaria también es estacionaria, la cantidad de dinero esta fija y $v_t = v_{t+1}$. Por lo tanto el nivel de precios p_t también es constante. La restricción presupuestaria del agente en estado estacionario se vuelve,

$$c_t^t + c_{t+1}^t = c_1 + c_2 = y \tag{8}$$

Esta restricción presupuestaria coincide con la restricción de factibilidad del problema del PC. Por lo tanto el equilibrio descentralizado con dinero permite obtener la misma selección de equilibrio estacionario que en caso del PC.

$$Max_{\{c_1\ ,\ c_2\}} U(c_1, c_2) \text{ s.a. } c_1 + c_2 = y \tag{9}$$

Ver solución en la figura 1. Puede observarse que el resultado de esta maximización en un equilibrio descentralizado con dinero es el nivel de consumo constante con valores positivos (c_1^*, c_2^*), de la "regla dorada". Veremos seguidamente que no en todos los casos el equilibrio monetario permite alcanzar el equilibrio dado por la "regla dorada".

La generación de ancianos iniciales se encuentra también en una mejor situación respecto de la solución de autarquía ya que están en condiciones de recibir $v_1 m_0 = \frac{v_t M}{N}$ unidades de bienes de consumo en el período inicial que les asegura un nivel de consumo positivo en su único período de vida. (como ancianos).

En el equilibrio monetario la canasta de consumo estacionario cumple dos condiciones, maximiza el nivel de utilidad del agente, sujeta a la restricción presupuestaria y se encuentra en la restricción de factibilidad de la economía agregada.

1.3 La teoría cuantitativa del dinero

Esta teoría predice que el nivel de precios es exactamente proporcional a la cantidad de dinero en la economía. En equilibrio estacionario con población fija puede probarse no sólo que el nivel de precios es constante sino también proporcional a la cantidad de dinero de la economía.

$$v_t = \frac{1}{p_t} = \frac{N^t(y - c_t^t)}{M_t} \tag{10}$$

Por lo tanto, Todo aumento en la cantidad de dinero se refleja proporcion

$$p_t = \frac{M}{N(y - c_1)} \tag{11}$$

almente en el nivel de precios. El dinero en el modelo es neutral en estado estacionario ya que $\frac{v_{t+1}}{v_t}$ no depende del nivel de M.

2 Introduciendo crecimiento poblacional

2.1 Solución del planificador central

Al introducir crecimiento poblacional cada generación de jóvenes será mayor período a período, por lo tanto las dotaciones que ingresan a la economía también son crecientes. Supongamos que $N^t = nN^{t-1}$ con $n > 1$. Si suponemos equilibrio estacionario con c_1 y c_2 constantes.

La restricción de factibilidad estará dada por:

$N^t\ c_1 + N^{t-1}c_2 = N^t y$

$\frac{N^t}{N^t}\ c_1 + \frac{N^{t-1}}{N^t}c_2 = \frac{N^t}{N^t}y$

$$c_1 + \frac{1}{n}c_2 = y \tag{12}$$

donde (12) es la restricción de asignaciones factibles de la economía a nivel agregado.

Si se grafica esta restricción puede observarse que el efecto del crecimiento de la población hace expandir las posibilidades de consumo de las dos generaciones de agentes en cada período (ver figura 2). Dada esta nueva restricción el PC seleccionará los niveles de consumo c_1 y c_2 que maximizan el bienestar de las generaciones futuras sujeto a la restricción de factibilidad.

$$Max_{\{c_1\ ,\ c_2\}} U(c_1, c_2) \text{ s.a. } c_1 + \frac{1}{n} c_2 = y \tag{13}$$

El equilibrio esta dado por el punto A en la figura 2.

2.2 Solución descentralizada con dinero:

Con crecimiento de la población y suponiendo una economía estacionaria sin crecimiento de la cantidad de dinero, la ecuación (6) se transforma en:

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N^{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N^t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{N^{t+1}}{N^t} = n \tag{14}$$

Por lo tanto la restricción presupuestaria individual está dada por,

$$c_t^t + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{t+1}^t = c_1 + \frac{1}{n} c_2 = y \tag{15}$$

Como (17) es igual a la restricción de factibilidad agregada, el modelo descentralizado con dinero arroja el mismo equilibrio que el PC.

Con crecimiento de la población cada período se produce un incremento de la demanda de dinero. Como la cantidad de dinero esta fija el valor del dinero crece en el tiempo por lo que el nivel de precios cae para equilibrar oferta y demanda de dinero.Como $v_t = nv_{t+1}$ con $n > 1$, por lo tanto $p_t = \frac{1}{n}p$, y los precios decrecen en el tiempo.

3 La presencia de la inflación en el modelo

El gobierno puede introducir dinero fiduciario en la economía a ningún costo. por ende es factible con este financiamiento otorgar una transferencia de suma fija a los agentes de la economía. Suponemos que la oferta monetaria crece a una tasa $z > 1$. Entonces, $M_t = zM_{t-1}$, y $M_t - M_{t-1} = (1 - \frac{1}{z})M_t$. Las unidades de dinero impresas por el gobierno cada período son recibidas como transferencias de suma fija a_t por cada agente de la generación de ancianos. La restricción presupuestaria del gobierno esta dada por la igualdad entre el gasto per cápita a_t y el valor en bienes de consumo del dinero introducido en cada período (también en términos per cápita).

$$a_t = \frac{(1 - \frac{1}{z})v_t M_t}{N^{t-1}} \tag{16}$$

El subsidio de suma fija simplemente transfiere el dinero a los agentes, no constituye un subsidio del gobierno. Por lo tanto las transferencias son financiadas por un "impuesto" aplicado por el gobierno a los tenedores de dinero que cada período ven como una mayor cantidad de dinero puja por una cantidad fija de bienes.

3.1 Solución del planificador central

La restricción agregada relevante para el planificador central, restricción de factibilidad, no se ve afectada por el tipo de transferencia que realiza el gobierno. El dinero es introducido y transferido como una suma fija, por lo tanto no agrega ni quita valor en la economía. Las cantidades factibles de ser consumidas a nivel agregado no varían respecto al modelo sin dinero. Si suponemos equilibrio estacionario con c_1 y c_2 constantes. La restricción de factibilidad estará dada por:

$N^t \ c_1 \ + N^{t-1} c_2 = N^t y$

$\frac{N^t}{N^t} \ c_1 \ + \frac{N^{t-1}}{N^t} c_2 = \frac{N^t}{N^t} y$

$$c_1 + c_2 = y \tag{17}$$

En estas condiciones la solución del PC es la misma que en el modelo sin crecimiento del dinero.

3.2 Solución descentralizada con dinero

Aunque la restricción de factibilidad a nivel agregado no se ve afectada por la introducción del dinero, a nivel del agente individual se produce un cambio en la restricción presupuestaria. La restricción presupuestaria del individuo cuando es anciano se ve modificada por la presencia de una transferencia.

La restricción presupuestaria del individuo viene dada por:

en t: $c_t^t + v_t m_t = y$

en t+1: $c_{t+1}^t = v_{t+1} m_t + a_{t+1}$

Entonces,

$$c_t^t + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{t+1}^t = y + \frac{v_t}{v_{t+1}} a_{t+1} \tag{18}$$

Suponiendo una economía en equilibrio estacionario se verifica que el equilibrio en el mercado de dinero implica un nivel de precios creciente y la restricción de presupuesto difiere de la restricción de factibilidad agregada. Suponiendo una economía en estado estacionario con $a_t = a$ constante.

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{M_t}{M_{t+1}} = \frac{M_t}{zM_t} = \frac{1}{z} \tag{19}$$

Con $z > 1$, $v_{t+1} = \frac{1}{z} v_t$ siendo por lo tanto el nivel de precios igual a $p_{t+1} = z p_t$ con un crecimiento en el nivel de precios igual a z.

Puede observarse que la restricción presupuestaria del agente se ve modificada respecto del equilibrio estacionario sin emisión de dinero. La presencia de inflación implica un impuesto inflacionario a las tenencias de dinero por lo que disminuye el poder adquisitivo en el período 2. No obstante, la transferencia a hace que la restricción sea más alargada en el primer período.La nueva restricción presupuestaria en estado estacionario esta dada por,

$$c_1 + zc_2 = y + za \tag{20}$$

Comparando con la restricción presupuestaria sin crecimiento del dinero se observa que ahora es más plana por lo que para obtener un nivel dado de c_2 se requiere resignar una mayor cantidad de c_1.

Puede observarse que la pendiente en valor absoluto es menor para la restricción presupuestaria ($\frac{1}{z} < 1$) : por lo tanto las restricciones se cruzan y el nivel de consumo de estado estacionario alcanzable por la economía agregada no puede ser alcanzado por un agente individual dado que su restricción de presupuesto se lo impide. El rendimiento del dinero es demasiado bajo a nivel individual, por lo tanto la solución del individuo va a implicar un nivel de consumo c_2 menor que el equilibrio factible a nivel agregado porque dado el nivel de consumo c_1 el retorno del dinero (sujeto a impuesto inflacionario) no permite alcanzar el nivel deseado de c_2.

La inflación tiene costos de bienestar ya que induce a las generaciones jóvenes a demandar una menor cantidad de dinero y a sobreconsumir en el período inicial comparado con una situación en la cual no hay crecimiento de la cantidad de dinero. Al consumir más bienes en el período inicial también consumen más ocio, por lo que la inflación puede inducir a una menor oferta de trabajo y un menor producto en el futuro.

3.3 Con crecimiento de la población

Suponemos una economía con crecimiento poblacional, $N^t = nN^{t-1}$.En equilibrio estacionario el precio del dinero estará dado por:

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N^{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N^t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{N^{t+1}}{N^t}\frac{M_t}{M_{t+1}} = \frac{n}{z} \tag{21}$$

La única fuente de cambio de la demanda de dinero es el crecimiento de la población. La restricción presupuestaria del agente viene dada por:

$$c_1 + \frac{z}{n}c_2 = y + \frac{z}{n}a \tag{22}$$

En el caso del PC la restricción de factibilidad agregada con crecimiento de la población esta dada por $c_1 + \frac{1}{n}c_2 = y$.

Se observa que la restricción presupuestaria individual se encuentra nuevamente por debajo de la restricción de factibilidad agregada, ($\frac{z}{n} < n$). Por lo que el equilibrio descentralizado con dinero es inferior al alcanzable por el PC (sin crecimiento del dinero). El agente que intente alcanzar el equilibrio factible (A), sufrirá una pérdida por impuesto inflacionario que le impidirá alzanzar tal óptimo. Siendo el equilibrio alcanzable el punto (B) en el gráfico.

3.3.1 Siguiendo una regla monetaria $n = z$

Puede demostrarse que aún la regla $n = z$ es distorsiva o al menos no corrige el efecto causado por la presencia de crecimiento en la oferta de dinero. En efecto, si bien esta regla monetaria permite mantener constante la cantidad de dinero en términos per cápita, para analizar el impacto sobre el bienestar debemos comparar este equilibrio descentralizado con el problema del PC con crecimiento poblacional. En este caso la restricción de factibilidad esta dada por:

$$c_1 + \frac{1}{n} c_2 = y \tag{23}$$

La restricción de presupuesto relevante para el agente individual esta dada por:

$$c_1 + c_2 = y + a \tag{24}$$

La diferencia en las pendientes implica que hay equilibrios alcanzables a nivel agregado (sin crecimiento del dinero) que no son alcanzables por los agentes de forma descentralizada con la regla de crecimiento monetario. La regla monetaria establece una igualdad entre la cantidad de bienes disponibles en el próximo período y la cantidad de dinero, por lo tanto el agente observa equivocadamente que los bienes de la economía estarán disponibles en la misma cantidad cada período. El nivel de precios le esta dando una señal errónea al agente quien ve que dejando de consumir una unidad de bien cuando jóven alcanza a consumir una unidad de bien como anciano. En realidad el crecimiento de la población implica que el agente recibiría n unidades adicionales cada período. Esta "ilusión" lo lleva consumir más en el período inicial que lo que consumiría sin inflación. La única forma de transmitir el mensaje real de que la economía esta creciendo en una economía monetaria es seguir la regla de crecimiento del dinero igual a cero.

En resumen, el modelo de OLG permite probar que:

1) El dinero tiene valor y facilita el intercambio.

2) Si existe un equilibrio estacionario con dinero, este permite una asignación Pareto Óptima (similar a la del PC).

3) Existen equilibrios con dinero que no son Pareto Óptimos.

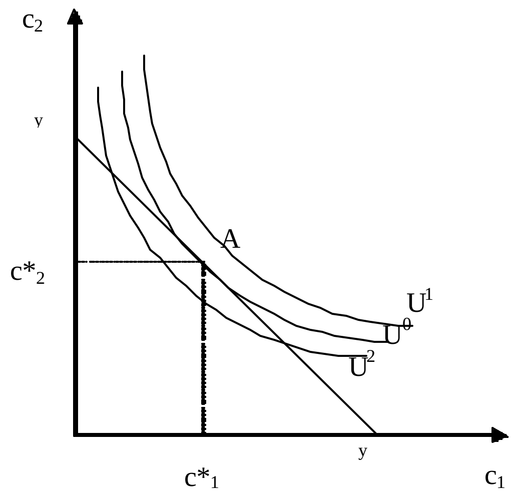

Figure 1:

El equilibrio con dinero se sostiene siempre y cuando el modelo tenga vidas infinitas (por que?) y no exista un bien que domine en retorno al dinero (por que?).

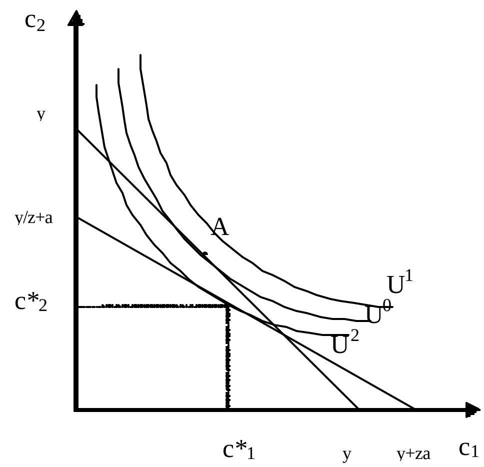

Figure 2:

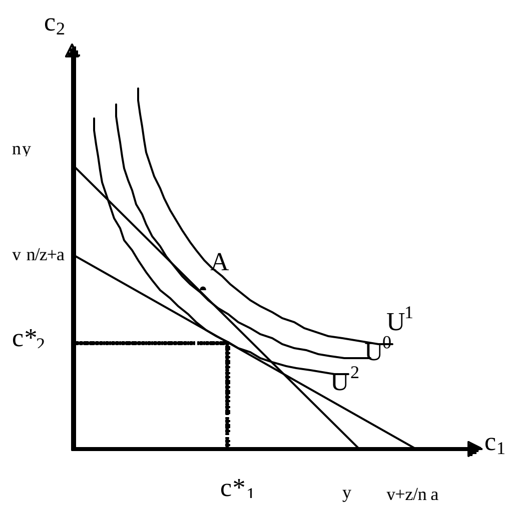

Figure 3:

3.4 La suboptimalidad del financiamiento inflacionario

En esta sección analizamos el financiamiento del gasto público a través de un impuesto inflacionario comparado con el financiamiento a través de un impuesto no distorsivo. Vamos a suponer, como se hace usualmente en la literatura, que el gasto público a financiar es un gasto improductivo, una guerra o una transferencia a una economía externa, lo hacemos suponiendo que el gasto público no vuelve como transferencia de ningún tipo a los agentes. Si el nivel de gasto per cápita esta dado por g, el financiamiento inflacionario implica que el gobierno va a emitir dinero a una tasa z y la restricción presupuestaria del gobierno estará dada por:

$$N^t g = v_t(1 + \frac{1}{z})M_t \tag{25}$$

La restricción presupuestaria del agente en la solución descentralizada con dinero está dada por:

en t: $c_t^t + v_t m_t = y$

en t+1: $c_{t+1}^t = v_{t+1} m_t$

Entonces,

$$c_t^t + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{t+1}^t = y \tag{26}$$

Suponiendo que no crece la población y con un crecimiento del dinero a una tasa $z > 1$, la restricción presupuestaria esta dadaa por:

$$c_1 + zc_2 = y \tag{27}$$

La solución del Planificador Central enfrenta una restricción de factibilidad, que tiene en cuenta los recursos que se gastan en la economía en cada período, esta dada por:

$$N^t \ c_1 \ + N^{t-1}c_2 + G = N^t y$$
$$\frac{N^t}{N^t} \ c_1 \ + \frac{N^{t-1}}{N^t}c_2 + g = \frac{N^t}{N^t}y$$

$$c_1 + c_2 = y - g \tag{28}$$

Por lo tanto, el resultado del agente no coincide con el resultado Pareto Optimo del Planificador Central y el resultado descentralizado del agente genera un resultado inferior con menor nivel de consumo en Estado Estacionario.

Un alternativa puede ser la de financiar el gasto con un impuesto no distorsivo. Supongamos que el gobierno financia el gasto con un impuesto de suma fija (τ) a los ancianos. La restricción presupuestaria del agente en la solución descentralizada con dinero está dada por:

en t: $c_t^t \ + v_t m_t = y$

en t+1: $c_{t+1}^t = v_{t+1} m_t - \tau$

Entonces,

$$c_t^t + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{t+1}^t = y - \tau \tag{29}$$

Como el gobierno no utiliza financiamiento inflacionario y suponiendo que no hay crecimiento de la población la restricción presupuestaria está dada por:

$$c_1 + c_2 = y - \tau \tag{30}$$

El cumplimiento de la restricción presupuestaria del gobierno implica que $g = \tau$, entonces la restricción presupuestaria del agente coincide con la restricción de factibilidad implicando que la solución descentralizada con impuesto de suma fija coincide con la solución Pareto Optima.

3.5 Decisiones de ahorro e inversión

Tomando más seriamente la divisón entre generaciones, jóvenes y ancianos, el modelo OLG se puede adaptar fácilmente a las decisiones de ahorro-inversión relacionadas con la seguridad social. En particular, consideremos un agente que recibe una dotación cuando jóven y_1 y otra dotación cuando es anciano y_2 . El agente debe decidir los niveles de consumo presente y futuro.

La restricción presupuestaria viene dada por:

en t: $c_t^t + s_t = y_1$

en t+1: $c_{t+1}^t = (1+r)s_t + y_2$

en términos de valor presente: $c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)}$

El agente maximiza $U(c_t^t\ ,\ c_{t+1}^t)$ sujeto a la restricción presupuestaria elijiendo el monto de ahorro óptimo.

Con este modelo se puede analizar dos modelos alternativos de seguridad social que puede brindar el gobierno, un caso es el de capitalización individual y otro el sistema de reparto.

3.5.1 Fully Funded o sistema de capitalización individual.

El aporte de los jóvenes a la seguridad social es ahorrado por el gobierno en una cuenta de capitalización individual del agente que paga una tasa de interés de mercado y financia la jubilación del agente aportante en período en el cual es anciano. Si se supone que no existe otro tipo de gasto o impuesto por parte del gobierno, el gobierno retiene a los agentes jóvenes un monto fijo τ transfiriendo los ancianos la suma $\sigma = (1 + r)\tau$.

La restricción presupuestaria del agente estará dada por:

en t: $c_t^t + s_t = y_1 - \tau$

en t+1: $c_{t+1}^t = (1 + r)s_t + y_2 + \sigma$

Por lo que en términos de valor presente la restricción presupuestaria se vuelve:

$c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} - \tau + \frac{\sigma}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} - \tau + \frac{\tau(1+r)}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)}$

El sistema de capitalización no afecta la restricción presupuestaria del agente, el sistema estatal es similar a los ahorros privados, por lo tanto si ambos tienen el mismo retorno $(1 + r)$ no interesa quien maneje los fondos, los ahorros del sistema de capitalización sustituyen ahorro de los agentes pero el nivel de ahorro agregado no cambia.

3.5.2 Pay as you go o sistema de reparto.

En el sistema de reparto el gobierno financia la jubilación de los ancianos mediante un impuesto a los agentes jóvenes de la economía. No existe relación directa entre aportante y recipiente de la jubilación, en este caso el subsidio a los ancianos $\sigma N^{t-1} = N^t\tau$, que es el impuesto a los jóvenes. Por lo tanto $\sigma = \frac{N^t}{N^{t-1}}\tau = (1 + n)\tau$.

Si $1 + n > 1$ existen cada vez más jóvenes en la economía por lo que a igual presión tributaria sobre los jóvenes el gobierno puede financiar una mayor jubilación a los ancianos que reciben más por cada unidad aportada por los jóvenes. La restricción presupuestaria esta dada por,

$c_t^t + \frac{c_{t+1}^t}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} - \tau + \frac{\sigma}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} - \tau + \frac{(1+n)n\tau}{(1+r)} = y_1 + \frac{y_2}{(1+r)} + \left[\frac{n-r}{1+r}\right]\tau$

Por lo tanto si el crecimiento de la población es mayor a la tasa de interés el valor presente de los ingresos son mayores, cada anciano recibe más por cada dólar aportado por los jóvenes, por lo que cada generación puede conseguir un nivel de consumo mayor en ambos períodos. Si la tasa de crecimiento de la población es igual a la tasa de interés el valor presente del ingreso no cambia y el sistema es similar al de capitalización individual. Si por el contrario la tasa de interés es mayor a la tasa de crecimiento el valor presente del ingreso disminuye para cada generación y el consumo disminuye en valor presente, esto afecta el ahorro y la acumulación de capital.

Dos aspectos que vale la pena analizar son la implementación de un cambio en el sistema, el pasaje de un sistema de reparto a un sistema de capitalización implica un costo para alguna generación (cuál?), (como puede financiarse este costo?). Por último, un cambio de sistema de un sistema de capitalización al de reparto también beneficia a una generación (cuál?).