Notas acerca de condiciones de óptimo intertemporal
MCB 2006

Modelo de agente representativo

(1) $\text{Max}_{c_t,l_t,b_t}\ \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{U(c_t, 1-l_t) + \lambda_t \left[w_t l_t + b_{t-1}(1+R) - c_t - b_t\right]\right\}$

Condiciones de primer orden
(2) $\mathcal{L}_c = \beta^t \left\{U_c(c_t, 1-l_t) - \lambda_t\right\} = 0$
(3) $\mathcal{L}_l = \beta^t \left\{U_l(c_t, 1-l_t)(-1) + \lambda_t w_t\right\} = 0$
(4) $\mathcal{L}_b = \beta^t(-\lambda_t) + \lambda_{t+1}\beta^{t+1}(1+R) = 0$

De alli salen las siguientes condiciones de optimalidad:

Evaluando (2) en t+1 y haciendo el ratio con (2) surge,
$\frac{\beta^t U_c(c_t,1-l_t)}{\beta^t U_c(c_{t+1},1-l_{t+1})} = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}}$

utilizando (4), $\frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = \beta(1+R)$ llegamos a

(i) Ecuación de Euler
$\frac{U_c(c_t,1-l_t)}{U_c(c_{t+1},1-l_{t+1})} = \beta(1+R)$

De igual manera, evaluando (3) en t+1, dividiendo y utilizando (4) surge

(ii) Condición de Lucas-Rapping (1969)
$\frac{U_l(c_t,1-l_t)}{U_l(c_{t+1},1-l_{t+1})} = \frac{w_t\beta(1+R)}{w_{t+1}}$

Ejercicios:
a) Interprete ambas condiciones de optimalidad.
b) Que sucede con el consumo ante un aumento en la tasa de interés? Juega algún rol la tasa de interés en determinar la oferta de trabajo?
c) Que sucede con la oferta de trabajo cuando aumenta el salario del segundo período?
d) Considere la siguientes funciones de utilidad, resuelva el óptimo y conteste las preguntas anteriores:
(i) $U(c_t, 1-l_t) = \ln c_t + B \ln 1 - l_t$
(ii) $U(c_t, 1-l_t) = \ln c_t + B(1-l_t)$ (trabajo "indivisible", Hansen (1985))