

I - DEFINITION

Un engrenage est un mécanisme élémentaire composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position relative invariable.

II - FONCTION

Il permet de transmettre sans glissement un mouvement de rotation continu entre deux arbres rapprochés.

1. LES ENGRENAGES CYLINDRIQUES PARALLELES A DENTURE DROITE

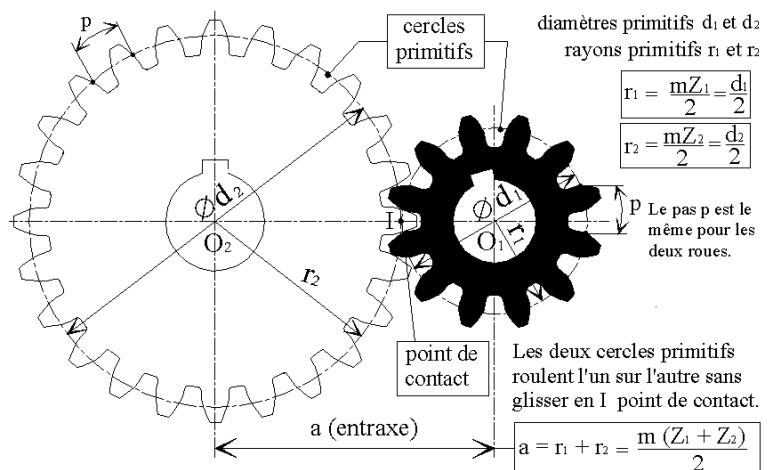
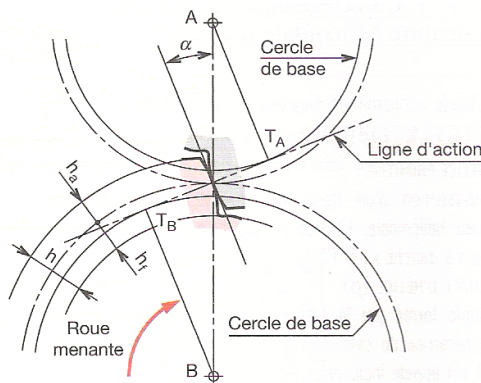
Définitions



Engrenage : ensemble de deux « roues dentées »
 Pignon : la plus petite des deux roues dentées
 Roue : la plus grande des deux roues dentées

Engrenage : conditions d'engrènement

L'engrènement se fait par l'action de dent successive en contact.

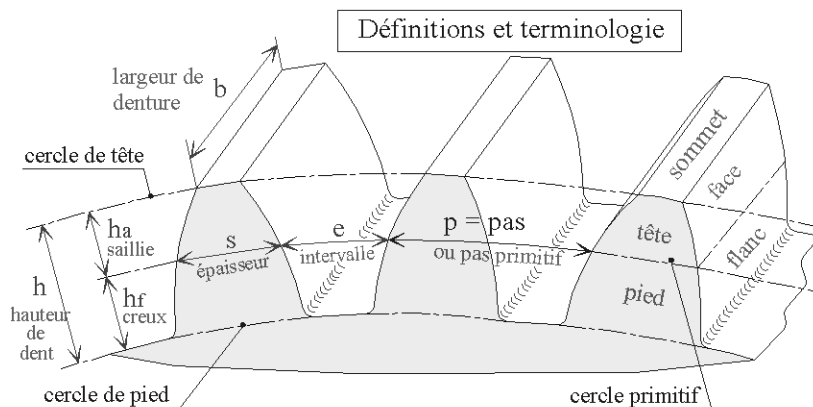


La roue et le pignon ont même module et même pas.

On définit l'entraxe de l'engrenage à contact extérieur par $a = r_1 + r_2$

1.1 CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES D'UNE ROUE DENTEE

▪ **Denture extérieure**



▪ Denture intérieure

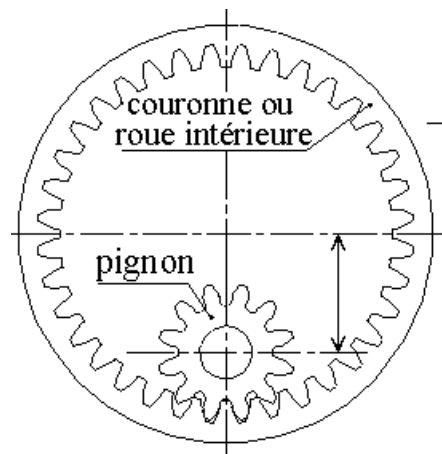
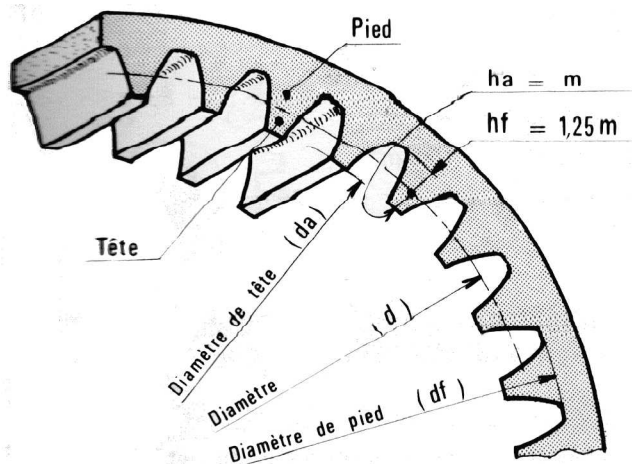


Tableau des caractéristiques

	Engrenage extérieur	Engrenage intérieur
Module m	Donné par calcul de résistance des matériaux	
Nombre de dents Z	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$	
Pas au primitif p	$p = \pi \cdot m$	
Saillie ha	$ha = m$	
Creux hf	$hf = 1,25 \cdot m$	
Hauteur de la dent h	$h = ha + hf = 2,25 \cdot m$	
Diamètre primitif d	$d = m \cdot Z$	
Diamètre de tête da	$da = d + 2 \cdot m$	$da = d - 2 \cdot m$
Diamètre de pied df	$df = d - 2,5 \cdot m$	$df = d + 2,5 \cdot m$
Largeur de dent b	$b = km$ (k : coefficient de largeur de denture $7 \leq k \leq 12$)	
Entraxe a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$

1.2 RAPPORT DES FREQUENCES DE ROTATION

L'utilisation de roues dentées de diamètre primitif différent permet d'obtenir une modification de la fréquence de rotation de l'arbre récepteur n_2 par rapport à la fréquence de rotation de l'arbre moteur n_1 .

On définit le rapport des fréquences de rotation $r = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n \text{ roue menée}}{n \text{ roue menante}}$

Et l'on montre qu'il vaut : $r = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$ Avec Z_1 nombre de dents de la roue 1 ou pignon

Avec Z_2 nombre de dents de la roue 2

En résumé :

$$r = \frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$

1.3 ACTION DE CONTACT SUR UNE DENT

$$F_{t_{1/2}} = F_{1/2} \cdot \cos\alpha = \frac{2C}{d} = \frac{60P}{\pi d N_1}$$

$$F_{r_{1/2}} = F_{1/2} \cdot \sin\alpha$$

1.4 MODULE

C'est une grandeur qui permet de caractériser le pas circonférentiel d'une roue par un nombre qui ne soit incommensurable en éliminant le facteur π .

$$m \geq 2,34 \sqrt{\frac{F_t}{K \cdot R_{pt}}} \quad \text{avec } F_t = \frac{60P}{\pi d N}$$

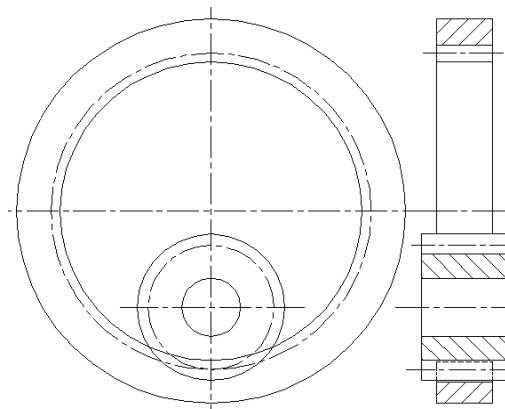
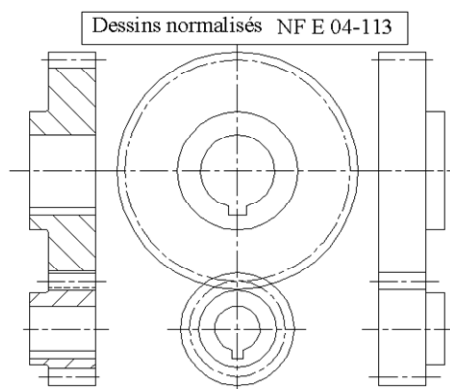
Valeurs normalisées des modules

Série principale					Série secondaire		
0,5	1,25	3	8	20	0,55	1,375	3,5
0,6	1,5	4	10	25	0,7	1,75	4,5
0,8	2	5	12		0,9	2,25	5,5
1	2,5	6	16		1,125	2,75	7

1.5 REPRESENTATION GRAPHIQUE

Engrenage à contact **extérieur**

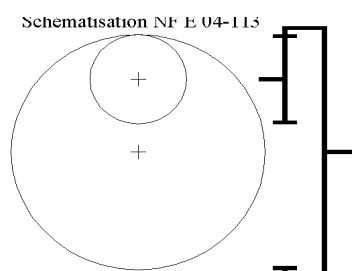
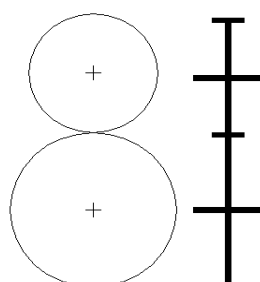
Engrenage à contact **intérieur**



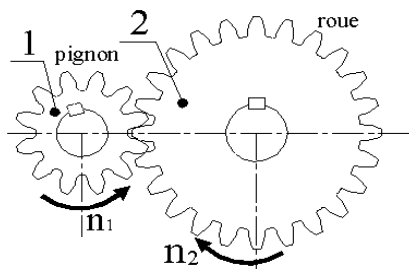
1.6 SCHEMATISATION

Engrenage à contact **extérieur**

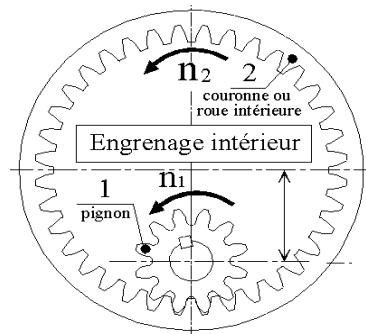
Engrenage à contact **intérieur**



1.7 SENS DE ROTATION DU PIGNON ET DE LA ROUE



Engrenage à contact **extérieur** :
sens **contraire**



Engrenage à contact **intérieur** :
même sens

2. ENGRENAGES CYLINDRIQUES A AXES PARALLELES A DENTURE HELICOIDALE

Avantages :

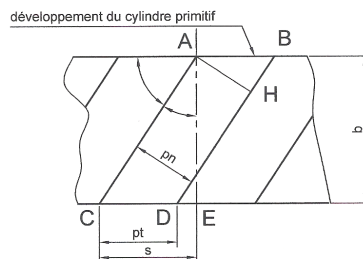
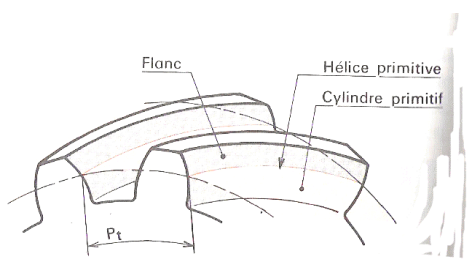
Fonctionnement silencieux, sans vibration, effet sur chaque dent réduit (3 ou 4 dents en prise simultanément).

Inconvénients :

Ils créent des poussées axiales qui exigent des épaulements et des butées ou roulement à contact oblique.



2.1 CARACTERISTIQUES



AB : pas apparent : p_t
AH : pas réel : p_n
 β : angle d'hélice.

Relation entre p_t et p_n
ABH triangle rectangle en H
 $AH = AB \cdot \cos\beta$

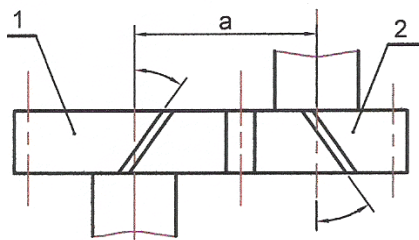
$p_n = p_t \cdot \cos\beta$ avec

$p_n = \pi \cdot m_n$ (m_n : module reel)

$p_t = \pi \cdot m_t$ (m_t : module apparent)

Module réel m_n	Le module normalisé m_n est déterminé par calcul de résistance des matériaux et choisi dans le tableau des modules normalisés.
Module apparent m_t	$m_t = m_n / \cos\beta$
Pas apparent p_t	$p_t = \pi \cdot m_n$
Pas réel p_n	$p_t = \pi \cdot m_t$
Nombre de dents Z	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
Diamètre primitif d	$d = m_t \cdot Z$
Saillie ha	$ha = m_n$
Creux hf	$hf = 1,25 \cdot m_n$
Hauteur de la dent h	$h = 2,25 \cdot m_n$
Diamètre de tête d_a	$d_a = d + 2 \cdot m_n$
Diamètre de pied d_f	$d_f = d - 2,5 \cdot m_n$
Angle d'hélice β	$20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
Entraxe a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t}{2} (Z_1 + Z_2) = \frac{m_n}{2 \cdot \cos\beta} (Z_1 + Z_2)$
Largeur de denture b	$b = K \cdot m_n$

2.2 CONDITIONS CINEMATIQUES



- Même *angle d'hélice* β mais de sens différent. ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$)
- Même *module apparent* (m_t) et même *module normalisé* (m_n)
- Rapport de transmission $r = \frac{N_s}{N_e} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$ (si 1 est menante)
- La transmission du mouvement est continue si le contact cessant entre un couple de dents un autre couple est déjà en prise soit : $b \geq \frac{\pi \cdot m_n}{\sin \alpha}$

2.3 EFFORTS SUR LES DENTURES

Hypothèses : Frottements négligés, un couple de dents en prise.

$$F_t = \frac{60P}{\pi N d} \qquad F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \tan \alpha_n$$

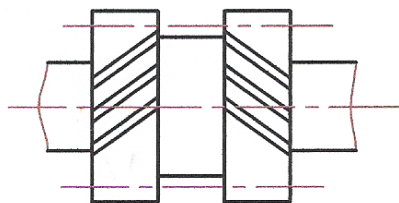
$$F_a = F_t \cdot \tan \beta$$

Incidences sur la conception

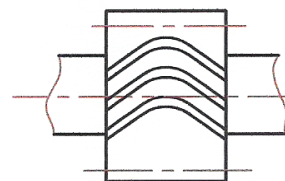
- La présence d'un effort axial impose l'emploi de butées (à billes, à rouleaux) ou roulements à contact oblique.
- L'angle β est limité à 30 afin de limiter l'effort axial.

Remèdes

Compensation de l'effort axial sans emploi de buté en utilisant les solutions suivantes :



Roue double

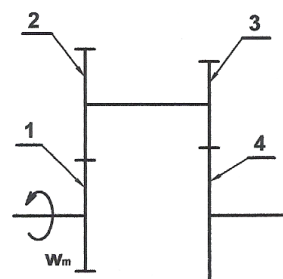


Roue à chevrons

Remarque :

Dans le cas des réducteurs de vitesses on peut parfois compenser ou atténuer les efforts axiaux sur un arbre.

Pour que la résultante axiale soit nulle il faut que $\frac{\tan \beta_2}{\tan \beta_3} = \frac{R_2}{R_3}$



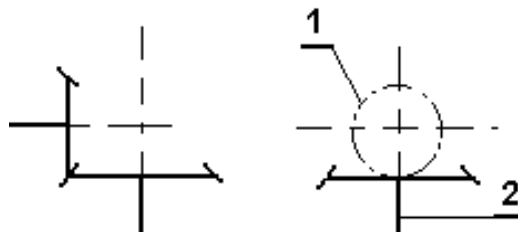
3. ENGRENAGES CONOURANTS

L'étude sera limitée aux engrenages à denture droites.

Engrenage conique à denture droite



Schématisation



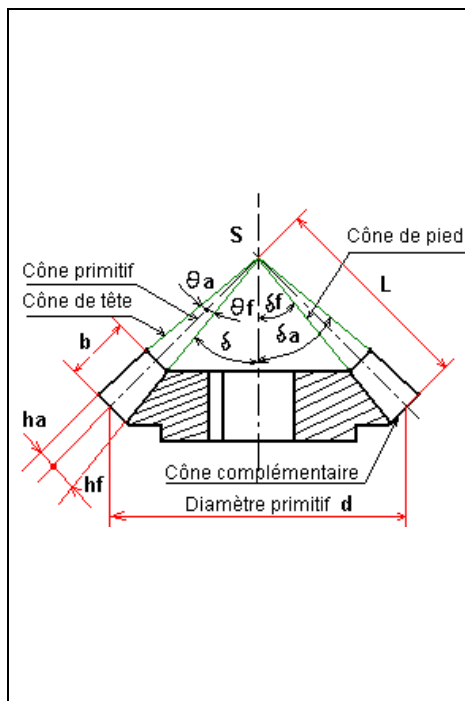
3.1 DEFINITION

C'est un engrenage qu'on trouve entre deux axes concourants et est tel que les surfaces supérieures de toutes les dents appartiennent à un cône dont le sommet est confondu au point de concours (S) des axes des roues. De même toutes les génératrices d'une dent se rencontrent au point (S).

3.2 FONCTION

Il permet la transmission de puissance entre deux arbres à axes concourants avec ou sans modification de la vitesse angulaire.

3.3 CARACTERISTIQUES



Module m	Déterminé à partir de m_{moy}
Module moyen m_{moy}	Donné par calcul de résistance des matériaux
Nombre de dents Z	Donné par le rapport $(Z_1/Z_2) = (N_2/N_1)$
Largeur de dent b	$b = km \quad (4 \leq k \leq 6)$
Diamètre primitif d	$d = mZ$
Angle primitif δ	$\delta = \arcsin (d/2L)$
Saillie ha	$ha = m$
Creux hf	$hf = 1,25m$
Hauteur de la dent h	$h = 2,25m$
Diamètre de tête da	$da = d + 2m\cos\delta$
Diamètre de pied df	$df = d - 2,5m\cos\delta$
Angle de saillie θ_a	$\tan\theta_a = m/L$
Angle de creux θ_f	$\tan\theta_f = 1,25m/L$
Angle de tête δ_a	$\delta_a = \delta + \theta_a$
Angle de pied δ_f	$\delta_f = \delta - \theta_f$

3.4 RAPPORT DES VITESSES

$$r = \frac{N_2}{N_1} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin\delta_1}{\sin\delta_2}$$

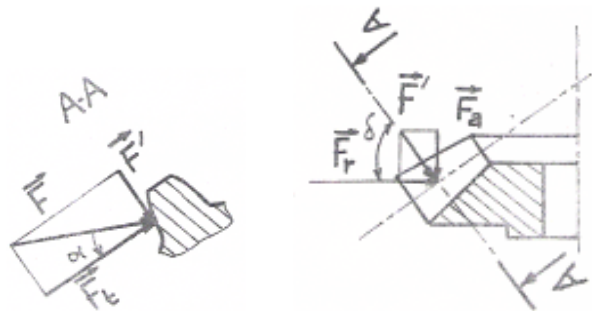
3.5 ACTION SUR UNE DENT

L'effort transmis est constant et s'applique au milieu de la largeur de la dent (effort calculé toujours sur le diamètre moyen) ; il admet trois composantes.

$$F_t = \frac{60P}{\pi N d_{moy}}$$

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta$$

$$F_a = F_t \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta$$



3.6 AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Avantages	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> • Transmission de puissance entre arbres concourants • Très grande puissance 	<ul style="list-style-type: none"> • Les roues coniques ne vont que par paire • Réglage précis pour la coïncidence des sommets (S) • La présence d'efforts axiaux importants ce qui entraîne l'utilisation de butée, de roulement à contact oblique

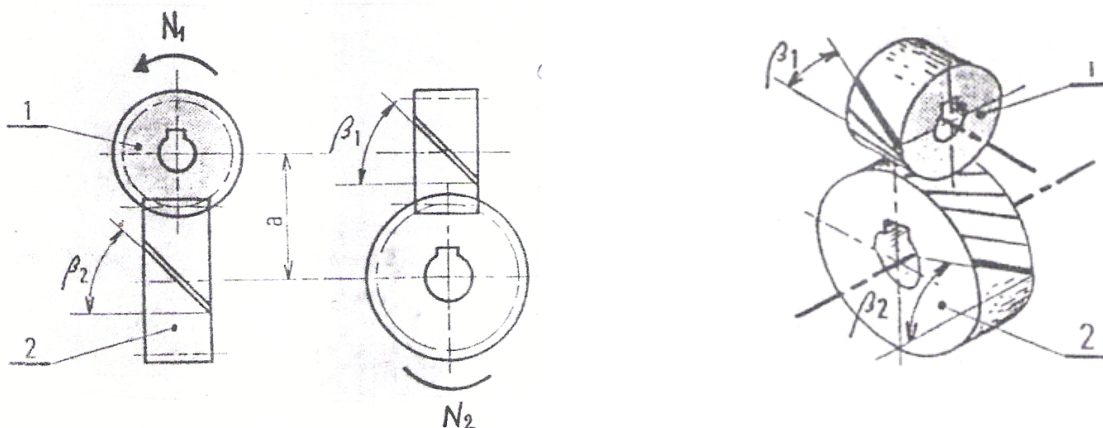
4. ENGRENAGES GAUCHES

Engrenages à axes non parallèles et non situés dans le même plan et faisant entre eux un angle quelconque. La transmission engendre des frottements importants.

4.1 ENGRENAGES GAUCHES HELICOIDAUX

Les engrenages gauches hélicoïdaux sont composés de deux roues à denture hélicoïdale. Mais contrairement aux engrenages hélicoïdaux à axes parallèles, le sens des hélices primitives est le même pour les deux roues.

Dans le cas d'axes orthogonaux on a souvent $\beta_1 = \beta_2$. Le sens de rotation est le même pour les deux roues.



4.2 CARACTERISTIQUES

Même caractéristiques que celles des engrenages à denture hélicoïdale à axes parallèles, sauf que le sens des hélices est le même pour les deux roues.

4.3 ENGRENAGE GAUCHE : LE SYSTEME ROUE-VIS SANS FIN



C'est un engrenage hélicoïdal dont les axes sont orthogonaux et non concourants. La transmission par ce type d'engrenage donne une solution simple pour les grands rapports de réduction, avec un fonctionnement peu bruyant. La poussée de la vis est forte surtout si la démultiplication est grande. On utilise alors une butée à billes ou à rouleaux ou encore des roulements à contact oblique pour réaliser la liaison pivot avec le support. Lorsque l'inclinaison des filets est faible (vis à un filet), la transmission est irréversible, ce qui est souvent utile, car le réducteur s'oppose à toute rotation commandée par la machine réceptrice (exemple : appareils de levage). Toutefois le rendement est alors faible, et de plus le couple de démarrage est beaucoup plus fort que le couple à vitesse de régime. Le rendement est meilleur avec les fortes inclinaisons, à condition que les métaux

en présence soient bien choisis et l'exécution des dentures très précises, avec des états de surface très soignés. Le frottement est important et donne un rendement médiocre, mais suffisant dans le cas de faibles puissances

Définitions

- Pour la vis,

Filet : une des dents de la vis. Les vis peuvent avoir un ou plusieurs filets.

Cylindre de référence : surface primitive de référence de la vis.

Hélice de référence : hélice d'intersection d'un flanc avec le cylindre de référence de la vis.

Pas hélicoïdal p_z : distance axiale entre deux profils homologues consécutifs d'un filet.

Pas axial p_x : rapport entre le pas hélicoïdal et le nombre de filets (le pas axial est égal au pas hélicoïdal si le nombre de filets est égal à 1).

Module axial m_x : rapport entre le pas et le nombre π .

Désignation	Symbole	Formule
Module réel	m_n	Par un calcul de RDM
Nombre de filets	Z	Déterminé par le rapport des vitesses
Angle d'hélice	β	Déterminé pour l'irréversibilité ($\gamma < 5^\circ, \beta + \gamma = 90^\circ$)
Module axial	m_x	$m_x = m_n / \cos \gamma$
Pas axial	p_x	$p_x = p_n / \cos \gamma$
Pas réel	p_n	$p_n = \pi m_n$
Pas de l'hélice	p_z	$p_z = p_x Z$
Diamètre primitif	d	$d = p_z / \pi \tan \gamma$
Diamètre extérieur	d_a	$d_a = d + 2m_n$
Diamètre intérieur	d_f	$d_f = d - 2,5m_n$
Longueur de la vis	L	$4p_x < L < 6p_x$

- Pour la roue,

Le profil de la roue est le profil conjugué de celui de la vis. L'engrènement d'une vis avec une roue n'est possible que si elles ont même module axial et même angle d'hélice. Les caractéristiques dimensionnelles de la roue sont identiques à celles d'une roue à denture hélicoïdale. La roue est généralement cylindrique pour transmettre des efforts relativement faibles, mais pour transmettre des efforts importants, une roue creuse est préférable.

