

MATEMÁTICAS

Nivel 2º E.S.O.

Tema 8º PROPORCIONALIDAD

1. Magnitudes proporcionales

NOTA: Recordar o aclarar el concepto de magnitud.

a) Magnitudes directamente proporcionales:

Dos magnitudes son **directamente** proporcionales si al **multiplicar** una por un número cualquiera la otra magnitud se ve **multiplicada** por el mismo número.

Ejemplo: Hacer una tabla con los siguientes datos:
Un kilogramo de tomates vale 2 euros.
¿Y 2 kg? ¿Y 3 kg? ¿Y 4 kg? ¿Y 10 kg? ¿Y 30 kg?

Encuentra la **constante de proporcionalidad directa**.b) Magnitudes inversamente proporcionales:

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al **multiplicar** una la otra se **divide** por el mismo número.

Ejemplo: Hacer una tabla con los siguientes datos:
Un grifo tarda 60 min. en llenar un recipiente de agua.
¿Cuánto tardarán en llenarlo dos grifos? ¿Y 3, 4, 5, 6, 10 grifos echando la misma cantidad cada uno que el primero?

Encuentra la **constante de proporcionalidad inversa**.**Ejercicio 1º**

Determina cuáles de estas magnitudes son proporcionales. De las proporcionales distingue las que sean directamente proporcionales de las inversamente proporcionales:

- a) El número de litros de agua y el nº de botellas iguales que las contiene:
- b) La cantidad de alimentos que come una persona y su peso:
- c) El nº de libros que caben en una estantería y el grosor de éstos:
- d) El nº de sandías (iguales) que haya en un camión y el peso de éste:
- e) El peso de una persona y la distancia que es capaz de andar en un día:
- f) La velocidad que corre una moto y el tiempo que tarda en recorrer 100 km:
- g) El nº de operarios y el nº de paraguas que hacen en un día:
- h) El nº de operarios y el tiempo que utilizan para hacer 50 paraguas:

Ejercicio 2º

Encuentra las constantes de proporcionalidad (directa e inversa) en las siguientes tablas:

a)		b) (mismo recorrido)		c)	
<u>nº de kg</u>	<u>euros</u>	<u>velocidad</u>	<u>tiempo (h)</u>	<u>tiempo</u>	<u>distancia</u>
1	5	20	5	2	40
2	10	40	2'5	3	60
3	15	50	2	5	100
20	100	80	1'25	10	200
		100	1		
		200	0'5		

d)		e) (en hacer un edificio)		f)	
<u>nº operar.</u>	<u>Nº zapatos</u>	<u>nº operar.</u>	<u>Meses</u>	<u>nº máquinas</u>	<u>nº tornillos</u>
5	1.000	10	3	5	12.500
6	1.200	6	5	6	15.000
8	1.600	5	6	10	25.000
10	2.000	2	15	12	30.000

2. Razones y proporciones.

a) Razones numéricas:

La **razón** de dos cantidades es el cociente de dividir una cantidad por la otra.

Ejemplos: $\frac{8}{2} = 4$; $\frac{24}{3} = 8$; $\frac{2}{5} = 0'4$; $\frac{14}{35} = 0'4$; $\frac{12}{8} = 1'5$; $\frac{15}{10} = 1'5$.

b) Proporciones numéricas:

Una **proporción numérica** es la igualdad entre dos razones.

Ejemplos: $\frac{2}{5} = 0'4$; $\frac{14}{35} = 0'4$. $\rightarrow\rightarrow\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{14}{35}$

Los **extremos** son 2 y 35. Los **medios** son 5 y 14

c) Propiedad fundamental de las proporciones:

El producto de los extremos es igual al producto de los medios

Ejemplos: $\frac{2}{5} = \frac{14}{35} \rightarrow \rightarrow \rightarrow 2 \cdot 35 = 5 \cdot 14; \rightarrow \rightarrow \rightarrow 70 = 70.$

Ejercicio 3º

De las parejas de fracciones que hay a continuación hay proporciones y otras no lo son, señala las que lo sean rodeándolas, y calcula sus razones.

a) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

b) $\frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

c) $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{9}{15} = \frac{1'8}{3}$

e) $\frac{8}{0'8} = \frac{16}{2}$

f) $\frac{12}{2'4} = \frac{12'5}{2'5}$

g) $\frac{6}{9} = \frac{21}{31'5}$

h) $\frac{2}{5} = \frac{14'8}{37}$

Ejercicio 4º

a) Encuentra el término que falta en las siguientes proporciones, (utiliza la propiedad fundamental de las proporciones: **“El producto de los extremos es igual al producto de los medios”**)

a.1) $\frac{27}{12} = \frac{9}{x} \rightarrow 27 \cdot x =$

a.2) $\frac{x}{15} = \frac{9}{3} \rightarrow$

a.3) $\frac{10}{15} = \frac{x}{6} \rightarrow$

a.4) $\frac{4}{9} = \frac{60}{x} \rightarrow$

b) Encuentra el cuarto proporcional:

b.1) 6, 2, 3. $\rightarrow \frac{6}{2} = \frac{3}{x} \rightarrow x =$

b.2) 10, 5, 2 \rightarrow

b.3) 8, 12, 1'6 \rightarrow

3. Regla de tres simple directa:

- a) **Un automóvil recorre 300 km y consume 27 litros de gasolina. ¿Cuántos litros gastará si recorre 800 km a la misma velocidad?**

Ejercicio 5° Un artesano fabrica 21 jarrones en 3 días. ¿Cuántos jarrones producirá en 2 días? ¿Cuántos días tardará en realizar 280 jarrones?

4) Regla de tres simple inversa:

- a) **Un automóvil que va a 120 km/h, tarda 3 horas en hacer un determinado trayecto. ¿A cuántos kilómetros por hora va si realiza el mismo recorrido en 4 horas?**

Ejercicio 6º Si 6 obreros realizan un trabajo de albañilería en 8 días. ¿cuántos obreros hacen falta para hacer esa misma labor en 3 días? ¿Cuánto tiempo necesitarán 8 obreros para realizar el trabajo?

5) Regla de tres compuesta:

- a) **En 3 días, 8 obreros enlosan 1.200 m² de suelo. ¿Cuántos metros cuadrados enlosarán 12 obreros en 5 días?**
- b) **En 5 días, 3 alumnos han conseguido vender 930 papeletas de lotería para el viaje de fin de curso. ¿Cuántos días han de dedicar 5 alumnos para vender 2.170 papeletas de lotería?**

Ejercicio 7º Para pintar 120 m² de superficie, se han empleado 6 botes de 2 kg de pintura. ¿Cuántos botes de 5 kg del mismo tipo de pintura se precisarán para una superficie de 150 m²?

Ejercicio 8º Eusebio ha terminado un libro en 10 días, leyendo 4 horas diarias a razón de 15 páginas por hora. ¿Cuántas horas diarias habría tenido que dedicar a la lectura para acabar el libro en 20 días, leyendo 12 páginas cada hora?

6) Capitales e intereses

- a) **Ana pide a un banco un préstamo de 1.500 euros a un 5 % anual para comprar un ordenador. Tiene un plazo de 3 años para devolver el dinero. ¿Qué cantidad tendrá que devolver (reintegrar) Ana al banco?**

Ejercicio 9º ¿Qué interés producen en un año 5.000 euros prestados al 1'5 % anual? ¿A qué tanto por ciento anual hay que depositar 500 euros para que produzcan un interés de 50 euros al cabo de un año?

Ejercicio 10º ¿Qué interés producen 540 euros si se prestan durante 5 años al 3'5 % anual?

Ejercicio 11º Para comprar una bicicleta que cuesta 650 euros, Paco tiene dos opciones: pagarla en 24 mensualidad de 32 euros cada una o mediante un préstamo bancario a 2 años al 9'5 % anual. ¿De qué forma le sale más barata?

7) Repartos proporcionales:

Los tres ganadores de un concurso de estatura van a recibir 60.000 euros en partes directamente proporcionales a sus alturas. ¿Cuánto dinero recibirá cada uno de ellos si el más alto mide 210 cm.; el segundo, 200 cm.; y el más bajo, 190 cm?

Ejercicio 12º Un abuelo reparte 90 caramelos entre sus dos nietos de modo directamente proporcional a sus edades, que son de 9 años y 6 años, respectivamente. ¿Cuántos caramelos recibirá cada uno de ellos?

Ejercicio 13º Un empresario decide repartir 8.400 euros entre cuatro empleados de manera directamente proporcional al número de horas diarias de trabajo de cada uno de ellos. Calcula la cantidad que deberá recibir cada empleado si trabajan, respectivamente: 5 h, 6 h, 8 h y 9 h.

8) Mezclas:

- a) Un cafetero elabora una mezcla de 60 kg de café torrefacto a 4 euros el kilo y 50 kg de café natural a 3 euros el kilo. ¿Cuánto le cuesta el kilo de mezcla?
- b) Se mezclan 45 litros de aceite a 4 euros/L con 35 L de otro tipo de aceite a 3'5 euros/L. ¿Cuánto vale un litro de mezcla?

Ejercicio 14º Un zumo concentrado de limón cuesta 30 euros/L. Para suavizarlo, Pepe ha mezclado 90 L de zumo con 60 L de agua del grifo, (gratis). ¿Cuánto habrá pagado por cada litro de mezcla resultante?

Ejercicio 15º Un vinatero mezcla 120 L de un vino con 130 L de otro. Si el primero le ha costado 1'50 euros el litro y el segundo 0'75 euros/L, ¿a cuánto le costará el litro de mezcla?

Ejercicio 16°**REPASO**

- 1° La rueda de un molino da 20 vueltas por minuto. ¿Cuántas dará en 25 segundos?
x ≅ 8'33 vueltas
- 2° Por 12 días de trabajo, un obrero cobra 450 euros.
a) ¿Cuánto cobrará por 1 jornada laboral?
b) ¿Cuánto cobrará por 25 días de trabajo?
c) ¿Cuántos días tendrá que trabajar para ganar un total de 3.000 euros?
a) 37'5 euros. b) 937'5 euros. c) 80 días
- 3° Vicky, la abuela de Ramón, está haciendo un pastel que contiene un 45 % de leche, un 25 % de harina y el resto de un ingrediente especial que siempre ha mantenido en secreto.
a) ¿Qué tanto por ciento (%) le corresponde al ingrediente secreto?
b) ¿Cuánta harina necesita Vicky para hacer un pastel de 2 kg de peso?
c) ¿Cuánto pesaría un pastel que llevase 300 g de ingrediente especial?
a) 30 %. b) 0'5 kg harina. c) 1000 g = 1 kg
- 4° Cuatro transportistas necesitaron 6 horas de trabajo para descargar un camión.
a) ¿En cuánto tiempo hubieran descargado el camión tres transportistas?
b) ¿Cuántos transportistas son necesarios para descargar ese mismo camión en 2 horas?
a) 8 horas. b) 12 transport.
- 5° Pepe, el carpintero, necesita 15 listones de 2 m de longitud para poner rodapié a lo largo de una pared. Si recibe un pedido de listones de 3 m, ¿cuántos tendrá que colocar?
x = 10 listones
- 6° Para alimentar a 12 gallinas durante 4 días, un granjero utiliza 10 kg de pienso. ¿Cuánto pienso necesitará para dar de comer a 20 gallinas durante 6 días?
S: necesitará 25 kg de pienso
- 7° En 15 días de trabajo, 20 obreros han recolectado las naranjas de 900 árboles. Comprueba si este mismo trabajo podría haber sido realizado por 12 obreros en 25 días.
S: 900 árboles, (sí que podrían haber realizado el mismo trabajo en 25 días)
- 8° Trabajando 4 hora diarias, 3 pintores son capaces de pintar una superficie de 450 m² en 3 días. ¿Cuántos pintores se necesitarían para pintar una superficie de 12.000 m² si trabajasen 6 horas diarias durante 4 días?
x = 40 pintores

9° ¿Qué capital prestado al 5 % da un interés anual de 120 euros?

c = 2.400 euros

10° ¿A qué porcentaje (%) se deben depositar 4.500 euros para obtener un interés anual de 90 euros?

r = 2 %

11° ¿Por cuánto tiempo debe ser prestado un capital de 12 millones de euros, al 5'5 % anual, para que produzca un interés de 2'4 millones de euros?

t = 3'6 años

12° ¿Qué es preferible, comprar una casa que cuesta 120.000 euros y alquilarla luego a 6.500 euros al año o prestar el importe de la casa al 5'5 %?

S: Preferible prestar el importe (6.600 euros) que alquilarla (6.500 euros)

13° Tres amigos dividen 720 caramelos en 10 partes iguales. Al repartirse los caramelos, el primero se lleva 5 partes y el segundo se lleva 3 partes.

a) ¿Cuántas partes se llevará el tercero?

b) ¿Cuántos caramelos le tocan a cada uno de ellos?

S : a) 2 partes. b) Al 1° le tocan 360 caram., al 2° le tocan 216 y al 3° 144

14° Tres amigos se reparten 720 caramelos en partes proporcionales a sus edades, que son 10 años, 12 años y 14 años respectivamente. ¿Cuántos caramelos les tocan a cada uno de ellos?

S: A 10 años le tocan 200 caramelos, al de 12 años 240 caramelos, y al de 14 años 280 caramelos.

15° Se mezclan 8 L de vino que cuesta 5 euros el litro; 4 L de otro a 9'5 euros/L y 1 L de agua. ¿Cuánto costará el litro de la mezcla?

S : El litro de mezcla le costará 6 euros.

16° ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que 5.000 euros prestados al 3'5 % produzcan 87'50 euros?

t = 0'5 años = 6 meses

17° ¿Qué cantidad es mayor, el 15% de 1.000 euros o el 10% de 1.500 euros?

S : La misma