

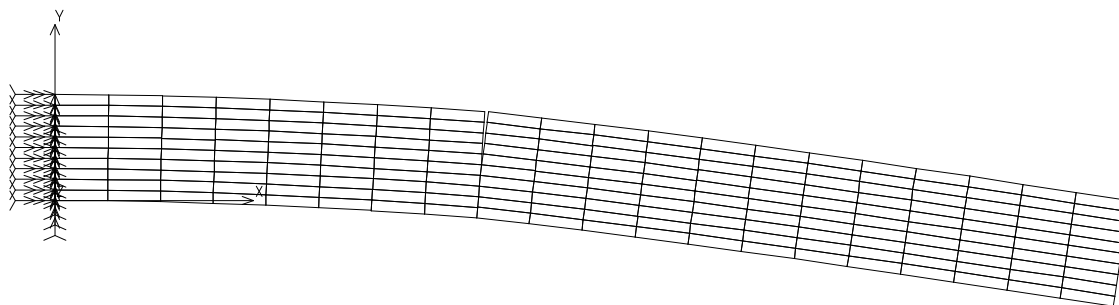
Razpoke

Ker lahko razpoke pomembno vplivajo na odziv in varnost celotne konstrukcije ter hkrati zmanjšajo njeno nosilnost, kar lahko posledično vodi do porušitve, je razvoj zanesljivih računskih modelov mehanskega obnašanja posebej pomemben. Pri tem pa je zelo pomembno dejstvo, da se računski modeli lahko razlikujejo glede na vrsto obravnavanega problema.

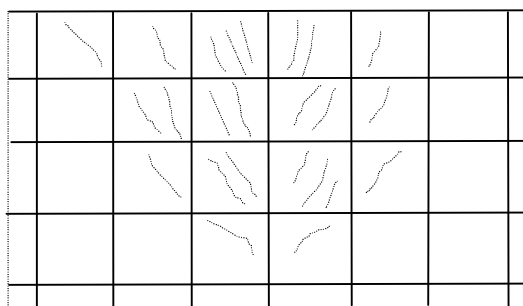
Analiza odziva razpokanih konstrukcij

Metoda končnih elementov

Diskretni pristop – natančen opis razpok



Razmazani pristop – mehanske lastnosti elementov v okolici razpoke se reducirajo



Alternativni model

V nekaterih situacijah je nujno potrebno ali pa zgolj smiselno namesto detajlnih in posledično obsežnih mrež končnih elementov uporabiti alternativne in preprostejše računske modele, ki pa vseeno morajo dovolj natančno opisati obnašanje konstrukcije ob pomanjkanju nekaterih podatkov (ko ti bodisi niso potrebni ali pa niso znani).

Zaradi tega so takšni modeli torej potrebni v inženirskih problemih, kjer je na voljo zgolj omejena količina informacij.

Tipični tak primer je inverzna identifikacija razpok, kjer lokacija in globina razpok nista znani, hkrati pa je znan zgolj omejeni odziv konstrukcije. Iz njega je potrebno zaznati:

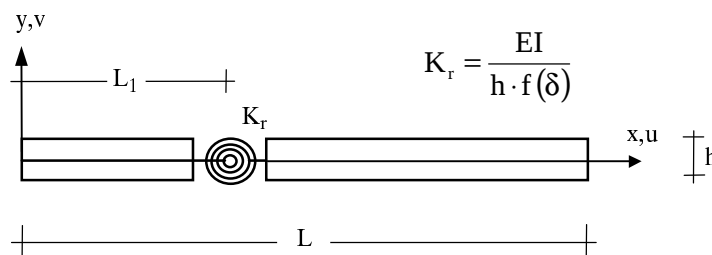
- ☐ prisotnost
- ☐ lokacijo
- ☐ globino razpoke

Natančna porazdelitev napetosti okoli vrha razpoke ni pomembna, saj se predpostavi, da se globina razpoke med identifikacijo ne spreminja.

Računski model mora biti primeren za hitre in intenzivne spremembe iskane lokacije razpoke in tako je uporaba detajlnega opisa razpoke in njene okolice s primerno mrežo končnih elementov praktično zelo omejena, saj dva bistvena parametra razpoke (i.e. lokacija in globina) nista znana.

Razvoj preprostega računskega modela za izračun statičnega odziva razpokanih vitkih nosilcev

Okamura et al. (1969)



Razpoka se modelira kot rotacijska linearna vzmet, ki povezuje dva nerazpokana dela konstrukcije, ki sta modelirana kot elastična elementa. Razpoko definirata njena lokacija (npr. razdalja L_1 od levega konca) in globina d .

V literaturi je bilo najdenih več definicij za rotacijske togosti vzmeti pravokotnega prereza. Vse imajo enako matematično obliko in se razlikujejo zgolj v funkciji $f(\delta)$.

Prvo definicijo za rotacijsko vzmet so predstavili Okamura et. al (edina definicija s Poissonovim količnikom):

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot 6 \cdot (1 - \nu^2) \cdot F(\delta)}$$

z

$$F(\delta) = 1.98 \cdot \delta^2 - 3.277 \cdot \delta^3 + 14.43 \cdot \delta^4 - 31.26 \cdot \delta^5 + 63.56 \cdot \delta^6 - 103.36 \cdot \delta^7 + 147.52 \cdot \delta^8 - 127.69 \cdot \delta^9 + 61.50 \cdot \delta^{10}$$

Ostachowicz in Krawczuk sta predstavila svojo prvo definicijo leta 1990:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot \theta_{SD}(\delta)}$$

za obojestransko razpoko:

$$\theta_{SD}(\delta) = 6 \cdot \pi \cdot \delta^2 \cdot (0.5335 - 0.929 \cdot \delta + 3.5 \cdot \delta^2 - 3.181 \cdot \delta^3 + 5.793 \cdot \delta^4)$$

ter za enostransko razpoko:

$$\theta_{SD}(\delta) = 6 \cdot \pi \cdot \delta^2 \cdot (0.6384 - 1.035 \cdot \gamma + 3.7201 \cdot \delta^2 - 5.1773 \cdot \delta^3 + 7.553 \cdot \delta^4 - 7.332 \cdot \delta^5 + 2.4909 \cdot \delta^6)$$

Dimarogonas in Papetis (v Liangu) sta predstavila svojo definicijo kot:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot 5.346 \cdot I(\gamma)}$$

kjer

$$I(\gamma) = 1.8624 \cdot \gamma^2 - 3.95 \cdot \gamma^3 + 16.375 \cdot \gamma^4 - 37.226 \cdot \gamma^5 + 76.81 \cdot \gamma^6 - 126.9 \cdot \gamma^7 + 172 \cdot \gamma^8 - 143.97 \cdot \gamma^9 + 66.56 \cdot \gamma^{10}$$

Druga definicija, ki sta jo podala Krawczuk in Ostachowicz, ima obliko:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot \bar{\theta}_0(\delta)}$$

z

$$\bar{\theta}_0(\delta) = 6 \cdot \pi \cdot \delta^2 \cdot (0.638 - 1.035 \cdot \delta + 3.715 \cdot \delta^2 - 3.16 \cdot \delta^3 + 5.508 \cdot \delta^4)$$

Sundermayer in Weaver sta formirala svojo definicijo kot:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot 6 \cdot \pi \cdot F_1(\delta)}$$

z

$$F_1(\delta) = 0.6294 \cdot \delta^2 - 1.047 \cdot \delta^3 + 4.602 \cdot \delta^4 - 9.975 \cdot \delta^5 + 20.29 \cdot \delta^6 - 32.99 \cdot \delta^7 + 47.04 \cdot \delta^8 - 40.69 \cdot \delta^9 + 19.60 \cdot \delta^{10}$$

Zadnji najdeno definicijo je predstavil Hasan:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot H(\delta)}$$

z

$$H(\delta) = \frac{1.32}{(1-\delta)^2} - 1.78 \quad \text{za } 0.0 \leq \delta \leq 0.5$$
$$H(\delta) = \delta^2 \cdot (12 - 19.5 \cdot \delta + 70.1 \cdot \delta^2 - 97.6 \cdot \delta^3 + 142 \cdot \delta^4 - 138 \cdot \delta^5 + 128 \cdot \delta^6 - 132 \cdot \delta^7 + 379 \cdot \delta^8 - 417 \cdot \delta^9 + 131 \cdot \delta^{10} + 313 \cdot \delta^{12} - 357 \cdot \delta^{13} + 102 \cdot \delta^{14}) \quad 0.5 \leq \delta \leq 1$$

Analitična rešitev enačbe prečnih pomikov enostavnega modela zaradi prečne obtežbe

Pomiki se izračunajo z rešitvijo diferencialne enačbe pomikov ravnih nosilcev in so funkcija upogibne togosti EI, prečne obtežbe p_y , in koordinate x. Rešitev je polinom s štirimi neznanimi koeficienti.

Ker pa razpoka razdeli nosilec na dva elastična dela, je potrebno rešiti dve diferencialni enačbi: za del levo in za del desno od razpoke, kar pomeni, da skupno nastopi osem neznanih konstant. Štiri izmed njih se določijo na osnovi dejanskih robnih pogojev, preostale štiri pa s pomočjo pogojev zveznosti na mestu lokacije razpoke:

pogoj enakosti pomikov:

$$v_1(L_1) = v_2(L_1)$$

pogoj diskretnega prirastka zasuka:

$$\phi_1(L_1) + \frac{EI \cdot v_1''(L_1)}{K_r} = \phi_2(L_1)$$

enakost upogibnih momentov:

$$v_1''(L_1) = v_2''(L_1)$$

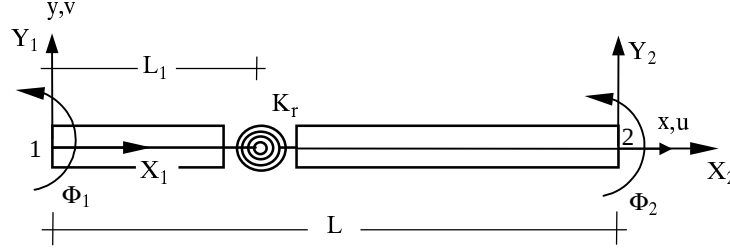
enakost prečnih sil:

$$v_1'''(L_1) = v_2'''(L_1)$$

Vsi pomiki so tako funkcija togosti rotacijske vzmeti K_r .

Numerično reševanje diferencialne enačbe pomikov

Končni element za *statično analizo* pomikov na osnovi Okamurinega računskega modela za element z eno samo prečno razpoko



$$[K] = [k_e] + 24 \cdot \psi \cdot L \cdot [k_\psi] + K_r \cdot \psi^2 \cdot \left(\frac{L}{\bar{L}}\right)^2 \cdot [k_\phi]$$

Posamezne matrike so:

$$[k_e] = \frac{EI}{L^2} \begin{bmatrix} 12 \cdot L^5 & 6 \cdot L^6 & -12 \cdot L^5 & 6 \cdot L^6 \\ & 4 \cdot L^7 & -6 \cdot L^6 & 2 \cdot L^7 \\ \text{sim.} & 12 \cdot L^5 & -6 \cdot L^6 & \\ & & & 4 \cdot L^7 \end{bmatrix}$$

$$[k_\psi] = \frac{EI}{L^2} \cdot \zeta \cdot \begin{bmatrix} 1 & L_1 & -1 & (L - L_1) \\ & L_1^2 & -L_1 & (L - L_1) \cdot L_1 \\ \text{sim.} & 1 & (L_1 - L) & \\ & & & (L_1 - L)^2 \end{bmatrix}$$

$$[k_\phi] = \begin{bmatrix} 36 \cdot (2 \cdot L_1 - L)^2 & 12 \cdot L \cdot (2 \cdot L^2 - 7 \cdot L \cdot L_1 + 6 \cdot L_1^2) & -36 \cdot (2 \cdot L_1 - L)^2 & 12 \cdot L \cdot (L^2 - 5 \cdot L \cdot L_1 + 6 \cdot L_1^2) \\ & 4 \cdot L^2 \cdot (3 \cdot L_1 - 2 \cdot L)^2 & -12 \cdot L \cdot (2 \cdot L^2 - 7 \cdot L \cdot L_1 + 6 \cdot L_1^2) & 4 \cdot L^2 \cdot (2 \cdot L^2 - 9 \cdot L \cdot L_1 + 9 \cdot L_1^2) \\ \text{sim.} & & 36 \cdot (2 \cdot L_1 - L)^2 & 12 \cdot L \cdot (-L^2 + 5 \cdot L \cdot L_1 - 6 \cdot L_1^2) \\ & & & 4 \cdot L^2 \cdot (3 \cdot L_1 - L)^2 \end{bmatrix}$$

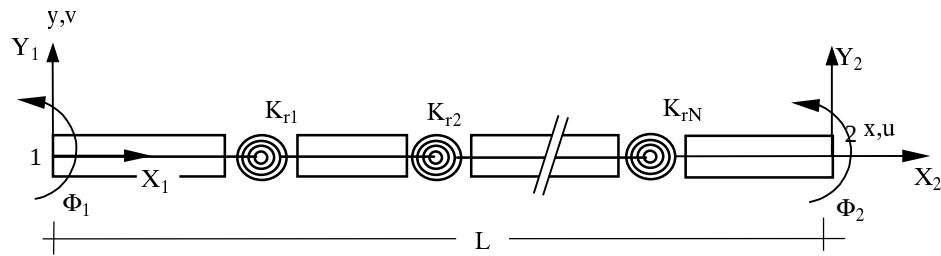
z

$$\zeta = L^3 + 2 \cdot L^2 \cdot \psi - 6 \cdot L \cdot L_1 \cdot \psi + 6 \cdot L_1^2 \cdot \psi,$$

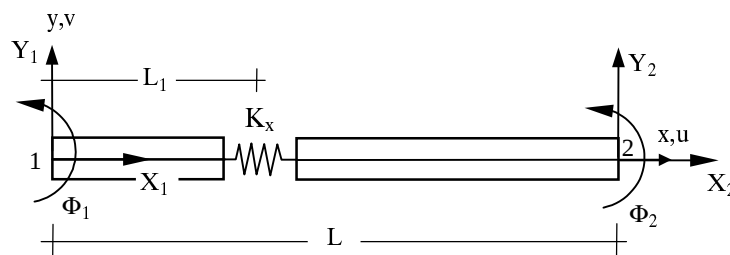
$$\bar{L} = L^4 + 4 \cdot L^3 \cdot \psi - 12 \cdot L^2 \cdot L_1 \cdot \psi + 12 \cdot L \cdot L_1^2 \cdot \psi$$

$$\psi = \frac{EI}{K_r}$$

Procedura za izračun statičnega končnega elementa s poljubnim številom prečnih razpok



Končni element za statično analizo *osnih pomikov* z odgovarjajočo definicijo za togost K_x



Inverzna identifikacija – iskanje razpok

Število merjenih parametrov povečuje stroške identifikacije.

Eden izmed inverznih pristopov k identifikaciji razpok z minimalnim številom podatkov je zagotovo pristop, kjer se razpoka identificira zgolj z meritvami *dinamičnega odziva* opazovane konstrukcije.

Rizos et al. so prikazali pristop za identifikacijo lokacije razpoke na konzoli z uporabo *vsiljenega nihanja* in *meritvijo pomikov izbrane točke*. Pristop so potrdili tudi z eksperimentom.

Z meritvijo zgolj *lastnih frekvenc* sta Štrancar in Kuhelj eksperimentalno identificirala lokacijo razpoke na *nosilcu s prostima koncema*.

Osnovni koraki uporabljenega postopka:

izmeri se čim večje število lastnih frekvenc opazovane konstrukcije (minimalno sta potrebni vsaj dve),

zapiše se diferencialna enačba nihanja na osnovi Okamurinega modela,

vzdolž elementa se izberejo računske točke,

za vsako izmerjeno lastno frekvenco se v vsaki računski točki poišče vrednost togosti rotacijske vzmeti K_r v Okamurinem modelu iz pogoja, da mora izračunana lastna frekvenca konstrukcije biti enaka izmerjeni frekvenci,

množica izračunanih vrednosti togosti za opazovano frekvenco se poveže v krivuljo vzdolž elementa,

presečišče krivulj nakazuje potencialno lokacijo razpoke (v primeru simetričnosti konstrukcije je takih presečišč lahko več).

Razširitev metode identifikacije na konstrukcije z več konstrukcijskimi elementi

Osnovna ideja pristopa je v splošnem uporabna tudi za konstrukcije z več konstrukcijskimi elementi, vendar se pojavijo naslednje omejitve:

Samostojni konstrukcijski element

Analitična rešitev enačbe odziva

Konstrukcija z več elementi oz. okvirna konstrukcija

Za konstrukcije z več elementi, še posebej za okvirne konstrukcije, je iskanje in reševanje karakteristične enačbe v analitični obliki praktične nemogoče

Numerične rešitve – metoda končnih elementov

Če se za analizo uporabijo končni elementi, izpeljani s statičnimi interpolacijskimi funkcijami, je potrebno za doseg konvergence uporabiti večje število končnih elementov na vsakem konstrukcijskem elementu.

Uporaba dinamičnih interpolacijskih funkcij

Problemu povečevanja števila končnih elementov vzdolž konstrukcijskega elementa se je mogoče izogniti z *dinamičnim pristopom*, kjer se uporabijo interpolacijske funkcije v obliki rešitve diferencialne enačbe nihanja.

Dinamični končni element nosilca s prečno razpoko: DSCBFE

Prednosti:

Število končnih elementov in vozlišč je zmanjšano na *minimum*, kar predstavlja glavno prednost pristopa.

Število analiziranih nihajnih oblik ni *omejeno* s številom vozlišč oz. številom prostostnih stopenj.

Namesto premikanja končnega elementa z razpoko vzdolž konstrukcijskega elementa se premika zgolj lokacija razpoke vzdolž konstrukcijskega elementa in ponovno mreženje ni potrebno.

Slabosti

Togostna in masna matrika sta odvisni od lastne frekvence, ki pa ni znana in tako ni mogoče uporabiti modalne analize.

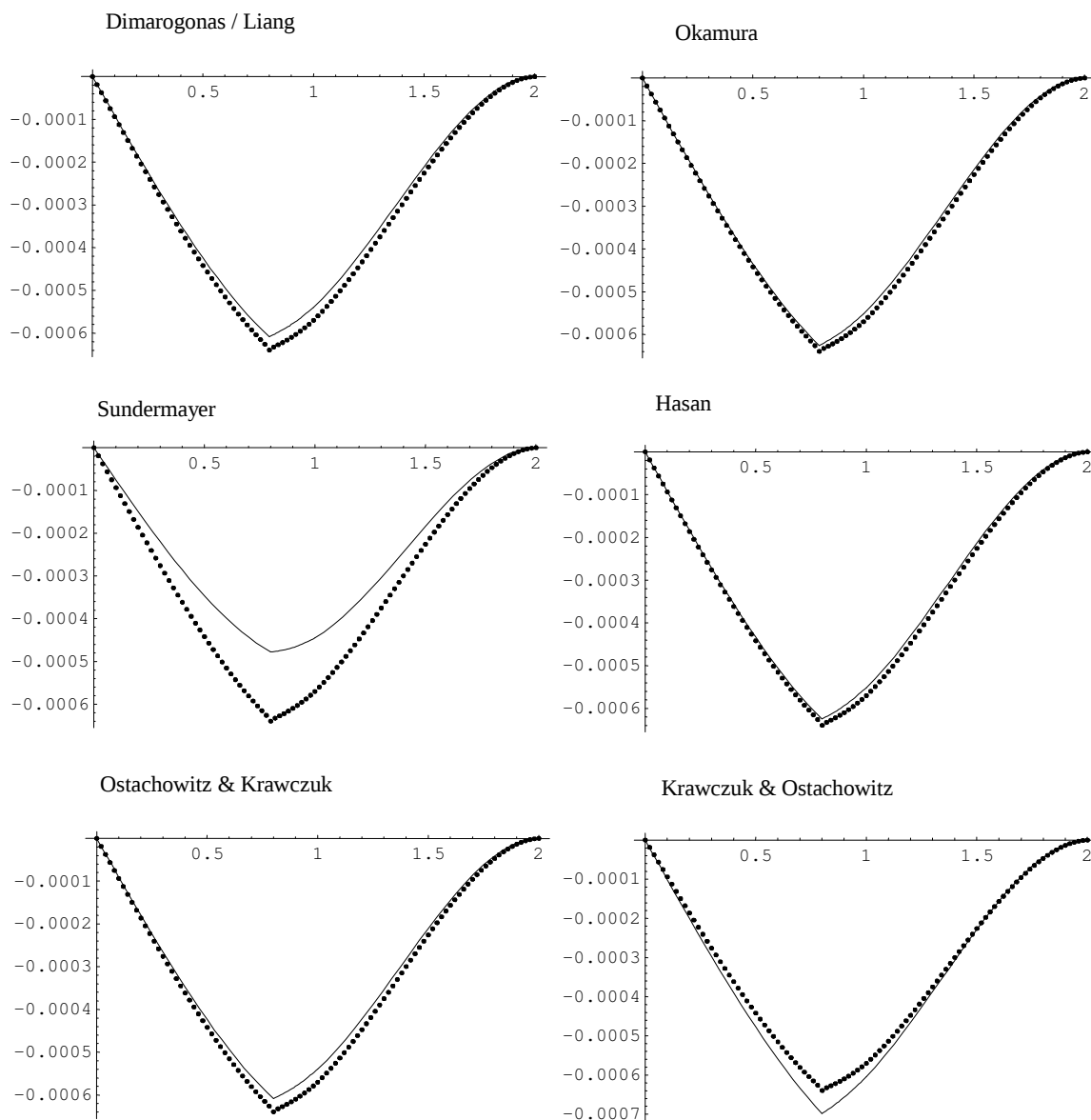
Razširitev metode identifikacije na konstrukcije z več konstrukcijskimi elementi

Samostojni konstrukcijski element	Konstrukcija z več elementi oz. okvirna konstrukcija
Dominantni prečni pomiki	Osni pomiki več niso zanemarljivi ker <i>prečni pomiki</i> in <i>osni pomiki</i> hkrati vplivajo na celotni odziv okvirne konstrukcije Priprava računskega modela za modeliranje prečnih pomikov zaradi natezne osne sile ter izpeljava končnega elementa
Iskanje vrednosti togosti rotacijske vzmeti K_r namesto iskanja dejanske globine razpoke d	Iskanje togosti rotacijskih vzmeti K_r ter K_{rN} togosti linijske vzmeti K_x Vse togosti so funkcije globine razpoke d Iskanje globine razpoke d

Primerjava različnih definicij

Da bi se numerično preverile definicije K_r iz literature, so se prečni pomiki izračunali na večjem številu nosilcev z različnimi pogoji vpetja. Uporabil se je komercialni program COSMOS/M, v katerem se je pripravil računski model s 4000 2D 8 vozliščnimi kvadratnimi končnimi elementi s skupno 12300 vozlišči. Za opis razpoke se je uporabil diskretni opis, proučevale pa so se različne pozicije in globine razpok. Modelirali so se različni robni pogoji in tudi različne geometrijske dimenzije konstrukcij.

Nosilec, členkasto podprt na levi strani in polno vpet na desnem koncu



Lokacija razpoke je na $L_1 = 0.8$ m od levega konca, obtežba vertikalna sila na sredini razpona

Dobljeni rezultati – vrednosti pomikov so se primerjali z rezultati analiz istih primerov s poenostavljenim računskim modelom. Iz primerjave je bilo ugotovljeno, da nekatere definicije vodijo do višjih vrednosti pomikov, nekatere pa do nižjih.

Prav tako je bilo mogoče opaziti, da razlika med obema modeloma narašča hkrati z globino razpoke.

Izpeljava nove definicije

Ker imajo vse definicije enako matematično obliko in se razlikujejo zgolj v funkciji v imenovalcu, je bilo očitno, da je potrebno poiskati zgolj novi imenovalec.

Iz pomikov, izračunanih z detajlnimi mrežami končnih elementov so se najprej izračunale diskretne vrednosti nove definicije na osnovi pogoja, da mora biti maksimalni pomik konstrukcije enak za oba računska modela, kar je vodilo do niza diskretnih vrednosti za različne globine razpoke. Ž

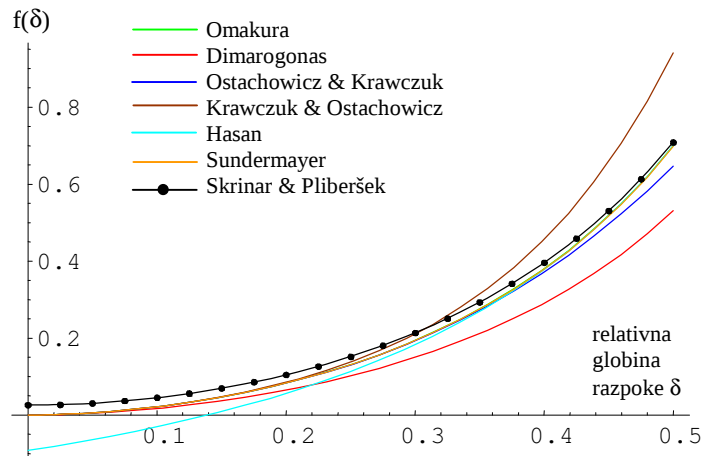
Iz tega niza se je s pomočjo polinomske interpolacije pridobila nova definicija:

$$K_r = \frac{EI}{h \cdot M(\delta)}$$

kjer

$$M(\delta) = 25.898 \cdot 10^{-3} + 11.589 \cdot 10^{-2} \cdot \delta + 58.506 \cdot 10^{-2} \cdot \delta^2 + 32.445 \cdot \delta^3 - 373.278 \cdot \delta^4 + 2483.108 \cdot \delta^5 - 10199.140 \cdot \delta^6 + 26520.994 \cdot \delta^7 - 42432.815 \cdot \delta^8 + 38157.843 \cdot \delta^9 - 14745.743 \cdot \delta^{10}$$

Primerjava funkcij $f(\delta)$



Trenutne raziskave ter smernice za nadaljnje delo

Vpliv lokacije razpoke na natančnost računskega modela

Smernice:

- vpeljava strižnih sil v poenostavljeni model,
- kombiniranje prečnih pomikov zaradi prečne obtežbe ter nateznih osnih sil,
- testiranje obnašanja modela v stabilitetnih problemih,
 - izboljšanje modela (če bo potrebno),
- eksperimentalna potrditev statičnega obnašanja,
- vpeljava »dihanja« razpoke v dinamični odziv.