Conjuntos y Números | **1^o de Matemáticas**

Curso 2006-2007 | 26 de Enero de 2006

Examen Final

Apellidos y Nombre ____________________________

1. Demostrar por inducción que para todo par de enteros x, y se cumple que
$$x + y \quad \text{divide a} \quad x^{2n-1} + y^{2n-1}, \quad \text{para todo natural } n \geq 1.$$

2. Encontrar el entero x tal que
$$\begin{aligned} 2x &\equiv 1 \bmod 5 \\ 3x &\equiv 2 \bmod 7 \\ 4x &\equiv 3 \bmod 11 \\ 385 \leq\, &x < 770 \end{aligned}$$

3. Factorizar $p(x) = 2x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ como producto de factores irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$.

4. Sean los conjuntos:

   $\mathcal{A} = \{\alpha \in \mathbb{C} : \alpha \text{ es un número algebraico}\}$,
   (un número complejo α es algebraico si es raiz de un polinomio con coeficientes enteros)
   $\mathcal{B} = (0,1) \cup \{\sqrt{p} : p \text{ primo}\}$,
   $\mathcal{C} =$ conjunto ternario de Cantor,
   $\mathcal{D} = [0,1] \times [0,1]$,
   $\mathcal{E} = \{a_1 a_2 a_3 \ldots : a_j = 0, 1\} = \{\text{sucesiones infinitas de } 0 \text{ y } 1\}$,
   $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\mathbb{R})$, conjunto de subconjuntos de los reales.

   ¿Quienes, entre estos conjuntos, son equipotentes o biyectables? Responder razonadamente.