

EXAMEN PARCIAL

APELLIDOS Y NOMBRE _____

D.N.I. _____ FIRMA _____

--	--	--	--

1. Sea $f : B \rightarrow C$ una aplicación. Se pide

- a) Explicar qué quiere decir que f sea **inyectiva**.
- b) Demostrar la siguiente proposición:

$$f \text{ es inyectiva} \Leftrightarrow \forall A \text{ conjunto y } \forall g, h : A \rightarrow B, (f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h).$$

2. Demostrar por inducción que

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ tal que } n \geq 2, \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

(Observación: Como seguramente sabrás, el símbolo $\prod$ se utiliza para expresar un producto de forma compacta, del mismo modo que el símbolo $\sum$ se usa para expresar una suma de forma compacta).

3. En el plano euclídeo $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ se define una relación $\mathcal{R}$ del modo siguiente:

$$(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x + v = y + u.$$

- a) Demostrar que $\mathcal{R}$ es una **relación de equivalencia**.
- b) Describir la clase de equivalencia de un punto $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.
- c) Calcular el cardinal del conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.

TIEMPO: 50 minutos.