

1. Encuentra la matriz de las siguientes formas cuadráticas:

(a) $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2 + 6x_1x_3$, en $\mathbb{R}^3$.

(b) $Q(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i - s)^2$ con $s = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$, en $\mathbb{R}^3$.

(c) $\sum i < j^n (i - j) 2x_i x_j$.

2. Encuentra la forma canónica y los índices de inercia de la siguiente forma cuadrática: $Q(x, y, z) = x^2 + 5y^2 - 2xy + 2xz$. Da las ecuaciones de la transformación de $\mathbb{R}^3$ que lleva la forma cuadrática dada a su forma canónica.

3. Halla la forma canónica de las siguientes formas cuadráticas:

$$Q_1(x, y) = x^2 - 2xy + 4y^2; \quad Q_2(x, y, z) = xy + 2xz;$$

$$Q_3(x, y, z, t) = xy + yz + zt.$$

En cada caso da una base ortonormal en la que se obtenga la forma canónica.

4. Reduce la cónica $3x^2 + 3y^2 - 2xy + 18x + 10y + 19 = 0$ a su forma canónica. Halla los ejes, el centro y los focos de la cónica correspondiente y dibújala.

5. Indica el tipo y expresa en forma canónica la cónica $x^2 + y^2 + 2xy - 7x - 5y + 7 = 0$.

6. Demuestra que las ecuaciones siguientes representan hipérbolas y encuentra sus asíntotas:

$$x^2 + 4xy + y^2 = 7; \quad 11x^2 - 24xy + 4y^2 + 6x + 8y = -15.$$

7. Demuestra que las ecuaciones siguientes representan parábolas y encuentra su eje y su vértice:

$$16x^2 - 24xy + 9y^2 - 30x - 40y = 0; \quad 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 30x - 40y = 5.$$

8. Clasifica las siguientes cónicas y da las ecuaciones del movimiento de $\mathbb{R}^3$ que las lleva a su forma canónica:

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y + 1 = 0; \quad 2x - 2x^2 + y^2 + 4xy - 1 = 0;$$

$$x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 3 = 0.$$

9. Para los distintos valores de los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, clasifica las cónicas de ecuación:

$$\alpha x^2 + 2\beta xy + \alpha y^2 + (\alpha + \beta)(x + y) + 1 = 0.$$

10. Escribe la ecuación de la hipérbola con un foco en $(2, -1)$ y asíntotas de ecuación $x = 0$, $3x - 4y = 0$.

11. Escribe las ecuaciones de las parábolas de foco $(2, -1)$ que pasan por $(2, 2)$ y tiene el eje en la dirección del eje Ox .

12. Escribe la ecuación de la elipse con vértices $(-1, 2)$ y $(-7, 2)$ y eje menor $2b = 2$.

13. Escribe la ecuación de la hipérbola con asíntotas $y = 2x - 1$, $y = -2x - 1$ y un foco en $(3, 1)$.

14. Escribe la ecuación de la elipse con un vértice en $(-1, 1)$, centro en $(3, -1)$ y excentricidad $1/2$.

15. Encuentra las ecuaciones de las siguientes cónicas:

(a) La parábola de foco $(1, a)$ y vértice (a, a) , donde $a \in \mathbb{R}$, $a > 1$. Demuestra que sólo hay un valor de a para el cual la parábola correspondiente pasa por el origen.

(b) La elipse de focos $(0, \mu)$ y $(-\mu, 2)$ y semieje mayor $\sqrt{2}$, donde $\mu \in \mathbb{R}$. Demuestra que existen dos elipses de la familia que pasan por el origen