

Instrucciones. Los problemas marcados **A** y **B** serán resueltos por los profesores en las clases de problemas de los días 7, 8 y 9 de Abril de 2008. Después, en la misma clase, deberás hacer y entregar los marcados con la fecha correspondiente y que sea de la misma paridad que la penúltima cifra de tu DNI.

A. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$, con las coordenadas usuales (x, y, z) , fijamos la siguiente forma cuadrática

$$Q(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

¡atención a los signos!

Sea $\mathbb{V}_t \subset \mathbb{R}^3$ el plano vectorial, dependiente del parámetro t , generado por los vectores

$$\mathbf{v}_1 = (1 - t, 0, -t), \quad \mathbf{v}_2 = (t, 1, t).$$

¿Para qué valores de t es la restricción $Q|_{\mathbb{V}_t}$ definida positiva?

B. Consideramos el espacio vectorial $\{ \text{funciones continuas } f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \}$, y en él la forma bilineal siguiente:

$$B(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx,$$

que es un producto escalar en dicho espacio.

Dada la lista ordenada de funciones $\{f_1, f_2, f_3\} = \{1, x, x^2\}$

- pongamos $g_1 \equiv f_1$,
- halla una función $g_2 \equiv f_2 + \text{cte} \cdot g_1$ que sea ortogonal (respecto de B) a g_1 ,
- después halla una función $g_3 \equiv f_3 + \text{cte}_1 \cdot g_1 + \text{cte}_2 \cdot g_2$ ortogonal a g_1 y a g_2 .

Explica por qué es $\{g_1, g_2, g_3\}$ una base ortogonal (respecto de B) del subespacio vectorial generado por $\{f_1, f_2, f_3\}$. ¿Cómo se llama el proceso por el que hemos calculado las g_i ?

Lunes impar. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (1, t, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (t, 1, t)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\left\{\frac{1}{x+1}, x+1, \sqrt{x+1}\right\}$, dada en ese orden.

Lunes par. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (2, t, t)$, $\mathbf{v}_2 = (t, 2, 1)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\{x^2, x, 1\}$, dada en ese orden.

Martes impar. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (1, t, t)$, $\mathbf{v}_2 = (t, 1, 0)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\left\{1, \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right), \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right\}$, dada en ese orden.

Martes par. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 2, t)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\{1, e^x, e^{-x}\}$, dada en ese orden.

Miércoles impar. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (2, t, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (t, 1, t)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\{e^x, e^{-x}, 1\}$, dada en ese orden.

Miércoles par. Haz lo mismo que en el ejercicio **A** para $\mathbf{v}_1 = (2, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1, t)$.

Haz lo mismo que en el ejercicio **B** para la lista $\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right), \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right), 1\right\}$, dada en ese orden.