BOLETÍN DE MATEMÁTICAS DEL I.E.S. MATARRAÑA – Número 8 – AGOSTO 2.009

Agosto, descanso, playa, montaña, moscas y mosquitos, refrescos, … ¡y Materraña!

1 de agosto.

Se sabe que Ramanujan (1887-1920) disfrutaba buscando aproximaciones a π, aquí va una correcta hasta el octavo decimal:

$$\frac{99^2}{2206 \cdot \sqrt{2}}$$

No parece difícil de mejorar, contando con la ayuda de la calculadora, claro.

Reichenbacher, dio esta otra: $\sqrt[4]{\frac{2143}{22}}$

Pero hay más gente que se divierte con π, observe este número: 31415926535897932384626433833462648323979853562951413, las primeras 27 cifras coinciden con las de π, a partir de ellas se ha construido un número capicúa que, además, es primo. Este número fue descubierto por G. L. Honaker. Carlos Rivera descubrió otros dos números primos π -palindrómicos, tienen 301 y 921 cifras.

2 de agosto.

Dada la fracción 1630/4542, intercambie dos cifras del numerador con dos del denominador para que la nueva sea equivalente a 1/3.

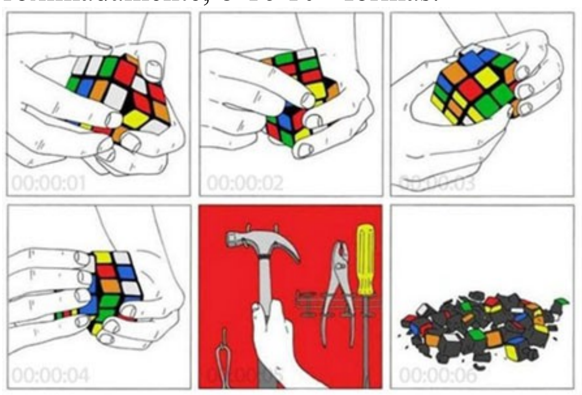
3 de agosto.

Un hombre es como una fracción cuyo numerador es lo que él es y cuyo denominador lo que él piensa que es. Cuanto mayor es el denominador, menor es la fracción.

Lev Nikolgevich Tolstoy.

4 de agosto.

El número de disposiciones diferentes de un cubo de Rubik es 432.520.032.274.489.856.000. Y una baraja de 40 cartas se puede ordenar de, aproximadamente, $8'16 \cdot 10^{47}$ formas.



Hoy le proponemos algo sencillito: Encuentre dos cifras A y B tales que $BA^A = 176A$.

5 de agosto.

Una prueba a su paciencia. Elija un número de dos cifras, multiplíquelo por 3. Si el resultado tiene tres cifras quédese con las decenas y las unidades. Vuelva a multiplicar por tres y repita el proceso. Por ejemplo: 11>33>99>(297)>97>… ¿Volverá a aparecer el número inicial que usted eligió? ¿tras cuantas repeticiones del proceso (inténtelo con varios números, merece la pena)?. Ayuda: el comportamiento es diferente si elige al principio un número que sea múltiplo de 5 o no.

ESPECIAL AGOSTO

6 de agosto.
Con las cifras de 1 a 9, sin repetirlas, escriba dos números que den el mayor producto posible. (Si quiere una pista: uno de los números contiene una cifra par y las cuatro impares)

7 de agosto.
La serie armónica 1 + 1/2 + 1/3+ 1/4 + ... Necesita 12.367 términos para superar el valor 10. Además diverge, es decir, dando los pasos necesarios supera cualquier cantidad que podamos pensar. ¿No es una lección?

En cambio, el comportamiento de la serie geométrica 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + ... es diferente. Lo vamos a plantear con dos cuestiones. Imagine que una rana se halla en el centro de un estanque circular de 2 metros de radio. Para salir da un salto de un metro hacia el exterior y luego, siempre en línea recta, cada salto tiene la mitad de amplitud que el anterior debido al cansancio. ¿Cuánto tarda en salir? Lo cierto es que no sale nunca, ya que cada salto abarca la mitad de lo que le queda.

La segunda cuestión es, en esencia, lo mismo. Se trata de que usted está jugando con la luz de su dormitorio. En un momento dado, por ejemplo a las 12:00:00, la enciende, un segundo después la apaga, ½ segundo después la enciende y ¼ de segundo después la apaga, 1/8 de segundo después la vuelve a encender y así sucesivamente. ¿En qué estado se encuentra la lámpara a las 12:00:02?

8 de agosto.
Inserte los símbolos + ó – entre estos números para tener el resultado correcto:

8 7 6 5 4 3 2 1 = 88.

(Si no coloca signo alguno entre dos números se entenderá que van unidos, por ejemplo: 87-6+5-4+3+2+1 = 88. Se conocen, además 8 formas diferentes)

9 de agosto.
10^{33} es un número curioso, es la mayor potencia de diez conocida hasta el momento que se puede expresar como producto de dos números que no contienen la cifra cero: $10^{33} = 2^{33} \times 5^{33}$.

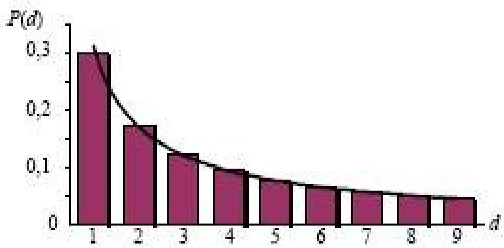
10 de agosto.
Una conjetura que se demostró falsa es que

$$313 \cdot (x^3 + y^3) = z^3$$

no tiene solución dentro de los naturales.
El contraejemplo son tres números de más de 1.000 cifras cada uno.

11 de agosto.
La ley de Benford afirma que en largos listados de números, el 1 tiende a aparecer como primera cifra aproximadamente un 30% de las veces, en contra del 11'1% que es de esperar. La explicación a esto no parece estar clara. Incluso la secuencia de Fibonacci cumple con esta ley. El 2 es el siguiente número más "popular" como primera cifra y 9 el menos. Esta ley se usa, por ejemplo, para detectar devoluciones fraudulentas de impuestos. La Universidad de Puerto Rico ha realizado un estudio utilizando la Ley de Benford para detectar manipulaciones en los votos de las mesas automatizadas del referéndum revocatorio en Venezuela.
En una distribución de Benford la probabilidad de que el primer dígito de X sea **d** es:

$$P(d) = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right) \quad d \in \{1,2,...9\}$$



12 de agosto.
Las Perseidas aparecen todos los años, comenzando a finales de julio y alargándose hasta agosto. Los observadores al aire libre pueden ver, en el momento oportuno, bolas de fuego de colores, tormentas ocasionales y, casi siempre, largas horas de elegantes meteoros centelleantes. Entre las muchas noches que dura la lluvia, siempre hay alguna más favorable que el resto. Este año será la del 12 de agosto.

13 de agosto.

Las matemáticas son como resolver un puzzle. La física también, pero puzzles creados por la naturaleza, no por la mente del hombre"
Maria Goeppert Mayer

14 de agosto.
Un gúgol es 10^{100}. ¿qué porcentaje de los números entre 1 y un gúgol contiene la cifra "7"? Vamos con una ayudita: entre 1 y 10 (ambos inclusive) un 10% de los números tienen "7", entre 1 y 100 es el 19%, entre 1 y 1000 el 27%. Entre 1 y 10^n hay $10^n - 9^n$ números que contienen el 7, por tanto $100 \cdot (10^n - 9^n) / 10^n$ es el porcentaje de números entre 1 y 10^n que tienen "7", si n=100, ya tiene respondida la pregunta.

15 de agosto.
Piense un número sin cifras repetidas (por ejemplo 281), ahora construya todos los número que pueda con esas cifras tomadas de dos en dos y súmelos (28+21+81+82+12+18=242). ¿Puede encontrar un número para el que él y la suma coinciden? El número que yo he pensado es el menor para el que la suma de los números de dos cifras coincide con el inicial. ¿Puede adivinarlo?

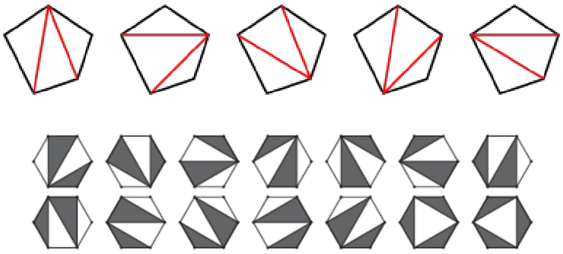
Tal vez le interese saber que Júpiter alcanzará hoy su máximo acercamiento a La Tierra.

16 de agosto.
$\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$ es el valor mínimo de la función x^x. Tal vez no le parezca un resultado muy interesante. En tal caso, le ofrecemos un ejercicio propuesto por Robert Munafo: resolver $x^x=10$. Si quiere una pista, le diremos que la solución está bastante cerca de $\sqrt{2\pi}$.
Otro resultado de Robert Munafo: si en un cubo de Rubik nos permitieran despegar y volver pegar las piezas de colores, podríamos hacerlo de $54!/(9!^6)$ formas, un poco más de 10^{38}.

$$e^{\pi} - \pi \approx 20$$

$$(\pi + 20)^{i} \approx -1$$

17 de agosto.
Los Números de Catalan responden, entre otras, a la pregunta: ¿de cuántas formas puede dividirse un polígono de n lados en triángulos? Está claro que un polígono de n lados puede dividirse en n-2 triángulos. Un cuadrado puede dividirse en triángulos de dos formas, un pentágono, de 5, …



Y un polígono de n lados, de

$$C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!} = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

Imponiendo $C(0)=C(1)=1$, hay una bonita forma recursiva de definir lo mismo:

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-1} C(i)\cdot C(n-i-1)$$

Eugene Charles Catalan

18 de agosto.
Nick Hobson demostró que si $a\cdot b=c\cdot d$, entonces $a^2+b^2+c^2+d^2$ es compuesto. Es más, si reemplazamos el exponente 2 por cualquier entero no negativo sigue siendo cierto. Lo que nosotros le pedimos es que encuentre cuatro números que cumplan que $a^2+b^2+c^2+d^2$sea primo.

19 de agosto.
Está claro que $1^1+2^1=3^1$. Erdös conjeturó que no hay otra solución a la ecuación:

$$\sum_{j=1}^{m-1} j^n = m^n$$

Hasta 1999 se había probado con los números menores que $1'485\cdot10^{9.321.155}$. Este es el llamado número de Erdös- Moser.

> La ciencia de la matemática es como un simple castillo de cristal, desde dentro se ve todo, pero desde fuera no se ve nada.
>
> Norma Banicevich

20 de agosto.
El matemático alemán Carl Friedrich Gauss (1777-1855) llamó $\Im$ al número $9^{9^{9}}$.

El numerito en cuestión tiene $10^{369.693.100}$ cifras. Si para escribir cada una de sus cifras usáramos un átomo de tinta, ni en millones de universos como el nuestro tendríamos átomos suficientes. Sorprendentemente conocemos las diez últimas cifras de $\Im$, son: 1.045.865.289.

21 de agosto.
2^{83} es un número de 26 cifras que no tiene ceros. Según Michael Beeper y Wiliam Gosper, todas las potencias de 2 entre 2^{84} y $2^{30.739.014}$ tienen algún cero. $2^{30.739.014}$ es el número en que se paró su ordenador. Tal vez le apetezca aumentar este límite.

22 de agosto.
Otro juego. Como en verano hay tiempo de sobra le proponemos que halle el primer número no entero de esta secuencia:

$$x_n = \frac{1 + x_0^2 + x_1^2 + ... + x_{n-1}^2}{n}; \quad x_0 = 1$$

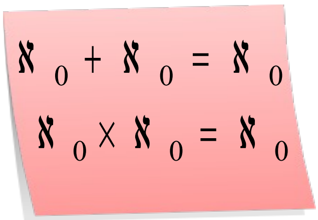
Le ayudamos un poco: la secuencia es 1, 2, 3, 5, 10, 28,… El número que busca tiene nombre, es el Número de Göbel, es el x_{43} y tiene cinco billones de cifras.

23 de agosto.
Con estos símbolos: 1 2 3 4 ( ) - ‘ (coma decimal) construya el mayor número posible. Como reto le proponemos que nos gane, nosotros escribimos 31^{42} que tiene 63 cifras. Como segunda parte le proponemos lo mismo pero sólo con 1 0 ( ) – ‘ eso sí, puede usar cada símbolo tres veces como máximo.

24 de agosto.
En 1987, A. Berezin publicó un artículo sobre números gigantes. En él proponía la notación *n$* para los superfactoriales:

$$N\$ = N!^{N!^{N!^{\cdots}}}$$

con *N*! repetido *N*! veces. Nosotros empezamos: 1$=1; $2\$=2!^{2!}=4$.¿Puede usted calcular 3$, o al menos decir cuántas cifras tiene?

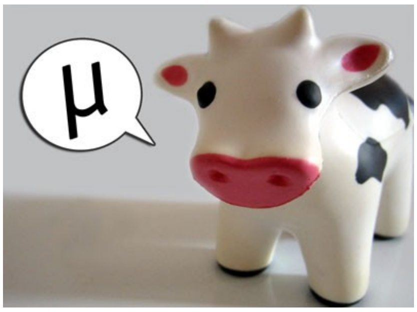


25 de agosto.
Para hoy un problema del siglo cuarto antes de Cristo, propuesto por □ 子 算 □ Sun Tsu Suan-ching “Tenemos cierta cantidad de cosas cuyo número es desconocido. Divididas en grupos de tres sobran dos. Divididas en grupos de cinco sobran tres y divididas en grupos de siete, sobran dos. ¿Cuántas de esas cosas tenemos?”

26 de agosto.
En 1644, M. Mersenne se preguntaba por un número menor que 10.000 y que tuviera exactamente 60 divisores. ¿Sabría encontrarlo?

27 de agosto.
Joseph Bertrand (1822-1900) conjeturó que si *n* es un entero mayor que tres, entre *n* y *2n-2* hay al menos un número primo. Este resultado fue demostrado en 1850 por Chebycheff y a veces se enuncia diciendo que siempre hay al menos un número primo entre *n* y *2n*.

28 de agosto.
Dorin Andrica conjeturó que si p_n y p_{n+1} son dos números primos seguidos (por ejemplo 7 y 11) entonces: $\sqrt{p_{n+1}} - \sqrt{p_n} < 1$



29 de agosto.
Si A y B son enteros y A < B, definimos A@B como la suma de todos los enteros entre A y B, incluyendo A y B: Por ejemplo, 3@6 = 3+4+5+6 = 18. De acuerdo a esta regla trate de hallar el valor de:

(1@18)-(2@17)+(3@16)-....+(9@10)=

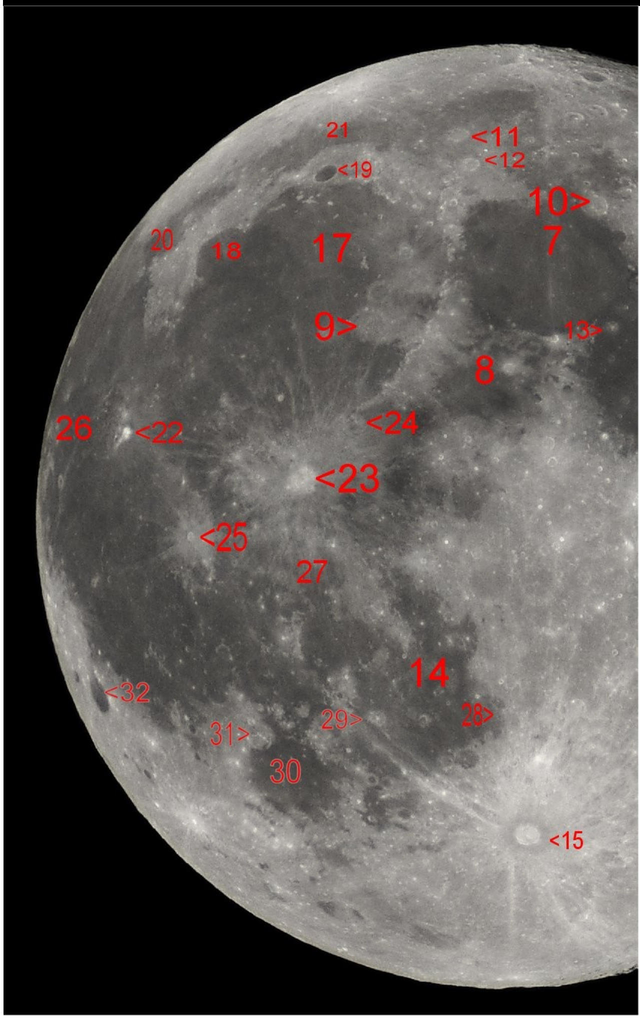
30 de agosto.
¿Puede encontrar 1.000 números consecutivos, sin ningún primo entre ellos?

31 de agosto.
Para acabar: 1/7 es un número curioso. Su valor es 0’142857 142857 142857 … Hasta aquí, nada fuera de lo corriente, pero:

142 + 857 = 999 y 14 + 28 + 57 = 99.

Otra curiosidad: 142857^2 = 20.408.122.449 y 20.408 + 122.449 = 142.857.
Ahora, multiplique 142.857 por 2, por 3, por 4, por 5 y por 6 ¿Qué observa? ¿Qué ocurrirá si multiplica por 7?
Y como broma, intente hallar el período del decimal 1/61.

CONTRAPORTADA



En este número vamos a continuar con nuestro paseo por la Luna. A los 16 puntos destacados del número de julio, añadimos otros 16.

1 Mare Crisium	9 Archimedes
2 Langrenus	10 Posidonius
3 Mare Fecunditatis	11 Aristóteles
4 Mare Tranquilitatis	12 Eudoxus
5 Mare Nectaris	13 Plinius
6 Sinus Asperitatis	14 Mare Nubium
7 Mare Serenititis	15 Tycho
8 Mare Vaporum	16 Maginus
17 Mare Imbrium	25 Kepler
18 Sinus Iridum	26 Oceanus Procellarum
19 Plato	27 Mare Cognitum
20 Sinus Roris	28 Rupes Recta
21 Mare Frigoris	29 Boulliau
22 Aristarchus/Herodotus	30 Mare Humorum
23 Copernicus	31 Gassendi
24 Eratosthenes	32 Grimaldi

En primer lugar hemos de decir que es necesario algún instrumento óptico, aunque sólo sean unos prismáticos. Tal vez no todos los elementos destacados sean visibles nítidamente.

El Mare Crisium (1) es visible a simple vista, aproximadamente es un círculo de 300 Km. de radio. Langrenus (2) es uno de los cráteres más hermosos de la cara visible. Archimedes (9) es un cráter destacado. Junto a él, el Mare Imbrium (17) presenta varias grietas en sus "orillas", la más conocida es Rima Hadley, visitada por la misión Apolo 15. Plato (19) es un impresionante cráter de 50 Km. de diámetro y paredes de 1000m. alberga picos de 2000. Si tiene la posibilidad de ver la Luna en su octavo día (tras la Luna Nueva) podrá disfrutar de la salida el sol sobre el cráter Copernicus (23) de 810 millones de años, presenta además una especie de tela de araña a su alrededor, de unos 500 Km. de diámetro, debida a los materiales eyectados tras la colisión que lo generó. Tycho (15) es uno de los cráteres más jóvenes: 100 millones de años, cuando la Tierra estaba habitada por dinosaurios, de 85 Km. de diámetro sorprende por su brillo. Además marca el centro de un importante sistema de rayos brillantes, fruto de materiales propulsados por el impacto a lo largo de más de 3.000 Km. En el Mare Nubium (14) se halla el cráter Boulliau, de 60 Km. de diámetro, 2.000 m. de altura desde el exterior y 3.000 en la interior. Sinus Iridum (18) es un semicráter de 250 Km. de diámetro. Otro cráter destacado es Kepler, de 35 Km. de diámetro y 2.800 m. de profundidad. Aristarchus (22) es el punto más brillante de la Luna, junto a él se halla Herodotus (22), esta es una zona que parece activa geológicamente y es de especial observación por la NASA. Casi en el límite visible se halla Grimaldi (32), una formación de 110 Km. de radio. Junto a él aparece otro cráter: Riccoli. Grimaldi y Riccoli, dos padres jesuitas, crearon la nomenclatura de las formaciones lunares utilizada en la actualidad.

Escríbenos: materranya@yahoo.es **Visítanos:** http://es.geocities.com/materranya