MatEarraña

BOLETÍN DE MATEMÁTICAS DEL I.E.S. MATARRAÑA – Número 7 – JULIO 2.009

Llega el verano, así que hemos preparado unos especiales de julio y agosto bastante refrescantes. Esperamos que puedan disfrutarlos bajo una agradable sombra.

1 de julio

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} \in \mathbb{N}$$

Además:

$$2=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$$

y

$$6=\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\ldots}}}$$

¿Puede encontrar más parejas *K, m* tales que $K=\sqrt{m+\sqrt{m+\sqrt{m+\ldots}}}$? (Hay infinitas, tal vez hasta pueda encontrar una relación entre *K* y *m*)

2 de julio.
Posiblemente ya conozca los Números de Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,21,34…

Fibonacci

La serie se obtiene, comenzando con 1, 1 y a partir de ahí cada nuevo número es la suma de los dos anteriores. Pues bien, qué relación hay entre esta serie y el número 998.999?
Pista: calcule 1/998.999 con tantos decimales como pueda.

3 de julio.

$$\tfrac{1}{3}=0'33333.....$$
$$3\cdot\tfrac{1}{3}=3\cdot 0'33333.....$$
$$1=0'99999.....$$

¿Está Vd. de acuerdo?

4 de julio.
Hoy la Tierra se halla en el afelio, el punto de su órbita más lejano del Sol: unos 152 millones de kilómetros (5 millones más que en el perihelio –punto más cercano-). Esta diferencia de distancias no es la causa de las estaciones que son consecuencia de la inclinación del eje de rotación terrestre.

5 de julio.

Triscaidecafobia:
Miedo al. Número 13.
Parasquevidecatriafobia:
Miedo a los viernes y 13.

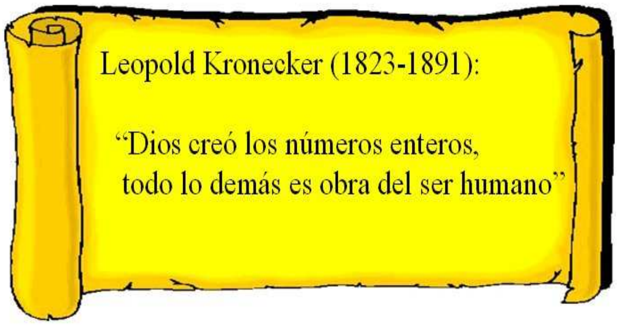
6 de julio.
Los números de Fibonacci aparecen mucho en la naturaleza. Vea el número de espirales a cada lado de este cactus:

Ahora ármese de paciencia y cuente las espirales en un sentido y otro de las semillas de este girasol. ¿No le parece extraño que sean números de Fibonacci?

7 de julio.
Hoy la luna está llena, en torno a este día la observación del satélite es perfecta. Las otras lunas llenas del verano serán el 6 de agosto y el 4 de septiembre. Vea la contraportada de este número.

8 de julio.

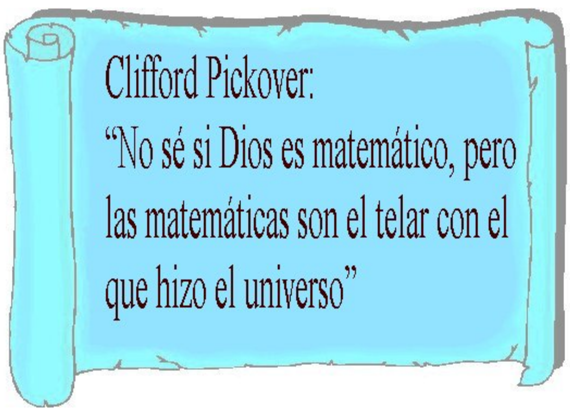
El matemático Paul Erdös estaba fascinado por los problemas sobre números enteros: frecuentemente son fáciles de entender pero muy difíciles de resolver. Creía que si un problema permanece sin resolver durante cien años, es un problema de números enteros. Sirva de ejemplo la conjetura de Golbach, propuesta en 1742 y todavía sin respuesta: todo entero mayor que 5 puede escribirse como suma de tres primos (1 no es primo), por ejemplo 6 = 2 + 2 + 2; 20 = 11 +7 + 2. Existe una versión "fuerte" de esta conjetura: todo par mayor que dos puede escribirse como suma de dos primos. En el año 2000 se estableció un premio de un millón de dólares para quien demostrara este resultado. En 2003 la conjetura se comprobó con todos los números de 17 cifras o menos.



9 de julio.
Anagramas son palabras o frases que contienen las mismas letras, por ejemplo roma y amor. Observe este:
ONE PLUS TWELVE y TWO PLUS ELEVEN.

10 de julio.
Posiblemente sepa qué es un número factorial, por ejemplo 5!=5·4·3·2·1 = 60. Pero, ¿conoce los factoriones? Se llama así a los números que coinciden con la suma de los factoriales de sus cifras, por ejemplo: 145 = 1! + 4! + 5!. Aparte de 1= 1! y 2 =2!, ¿puede el lector hallar algún factorión más?
Pista: 40.585 es un factorión descubierto por R. Dougherty en 1964. Pruebas posteriores mostraron que no existe un factorión mayor. Así que busque sólo hasta 40.585.

11 de julio.
264^2 es 69.696, este cuadrado se dice que es "ondulante" para indicar que está formado por dos cifras que se van alternando. ¿Puede encontrar algún otro cuadrado ondulante?



12 de julio.
Esta tabla es un cuadrado mágico, contiene todos los números de 0 a 63 de modo que todas las filas, las columnas y las dos diagonales suman lo mismo. ¿Puede colocar en los huecos los números que faltan?

		2	60	11	53	9	
		13	51	4	58	6	56
16	46	18	44	27	37	25	39
31	33	29			42	22	40
52	10	54			1	61	3
59	5	57	7	48	14	50	12
36	26	38	24	47	17		
	21	41	23	32	30		

No hay enigmas. Si un problema puede plantearse, también puede resolverse.
Ludwig Wittgenstein

13 de julio.
Los números trascendentes son aquellos que no pueden ser solución de ninguna ecuación con coeficientes racionales. Estos números tan exóticos fueron "descubiertos" hace 150 años. En 1873 Charles Hermite demostró que *e* es trascendente. Ferdinand von Lindemann hizo lo mismo para π en 1882. Greorg Cantor demostró en 1874 que casi todo número real es trascendente. Los números no trascendentes se dicen algebraicos. Todos los números trascendentes son irracionales, pero ¿y al revés? ¿hay irracionales algebraicos?


Hermite Cantor

14 de julio.
Joseph Liouville construyó este extraño número: 0'110001000000000000000001000... los "1" están en las posiciones 0!, 1!, 2!, 3! y así en adelante. Demostró que este número es trascendente. En realidad es el primer número del que se demostró serlo.

15 de julio.
Algunos autores llaman números narcisistas, o números enamorados de sí mismos, a los que, teniendo *n* cifras, son igual a la suma de dichas cifras elevadas a *n*. Por ejemplo: $153 = 1^3+5^3+3^3$. G. H. Hardy dijo que, además del 1, hay sólo cuatro números que son suma de los cubos de sus cifras. ¿Puede Vd. Encontrar alguno más? ¿Y contradecir a Hardy? Por cierto, el mayor número narcisista que se conoce tiene 39 cifras y se ha demostrado que no hay, en base 10, números narcisistas de más de 58 dígitos. Por tanto, hay un número finito de números narcisistas.
Pero 153 tiene otra curiosidad: 153 = 1! + 2! + 3! + 4! + 5!
Y, por último, un juego: elija un número de tres cifras que sea múltiplo de tres, sume los cubos de sus tres cifras, del número resultante, sume los cubos de sus tres cifras y así hasta… ¿qué número?
Por cierto, según San Agustín, 153 santos regresarán de la muerte tras el fin del mundo.

Las matemáticas no solamente poseen la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de la escultura, sin atractivo para la parte más débil de nuestra naturaleza ...
Bertrand Russell

16 de julio.

El astrónomo chino Tsu Cheng-chih (siglo V) dio el siguiente valor para π: 355/113, número que tiene 6 decimales exactos y que no fue mejorado en Europa hasta el siglo XVI, más de mil años después. Actualmente se conoce otra aproximación a π con números capicua: 666/212.

En 1596 Ludolph van Ceulen calculó los 20 primeros decimales de π, algunos de ellos fueron grabados en su lápida. El primer cálculo de π con ordenador se hizo en 1947 y proporcionó 2037 decimales tras 70 horas de cálculo. Hoy se conocen billones de dígitos.


Epitaphium Belgicum, Latinè translatum.
HIC JACET SEPVLTVS Mr. LVDOLFF VAN CEVLEN PROFESSOR BELGICVS DVM VIVERET MATHEMATICARVM SCIENTIARVM IN ATHENÆO HVJVS VRBIS NATVS HILDESHEMIÆ ANNO 1540 DIE XXVIII JANVARII ET DENATVS XXXI DECEMBRIS 1610 QVI IN VITA SVA MVLTO LABORE CIRCVMFERENTIÆ CIRCVLI PROXIMAM RATIONEM AD DIAMETRVM INVENIT SEQVENTEM.

quando Diameter est 1
tunc circuli circumferentia plus est
quam 314159265358979323846264338327950288 / 100000000000000000000000000000000000
& minus
quam 314159265358979323846264338327950289 / 100000000000000000000000000000000000
sed quando Diameter,
est 100000000000000000000000000000000000
tum est circumferentia circuli plus
quam 314159265358979323846264338327950288
& minus
quam 314159265358979323846264338327950289

La siguiente fórmula, debida a Borwein, permite calcular π con cuarenta y dos mil millones de dígitos:

$$\pi \approx \left(\frac{1}{10^5} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-\left(n^2/10^{10}\right)} \right)$$

Jeff Roulston ha buscado curiosidades en los decimales de π. Por ejemplo ha hallado que en el decimal 16.470º empieza la cadena de 5 dígitos 16470 y a partir del decimal 44.899º empieza la cadena 44899.

Soy y seré a todos definible,
mi nombre tengo que daros,
cociente diametral siempre inmedible
soy de los redondos aros.

Manuel Golmayo
(Una forma poética de obtener las primeras 20 cifras de pi)

17 de julio.

Escriba una operación aritmética cuyo resultado sea 40 de modo que sólo puede utilizar el número 1, las operaciones +, - , · y potencias. Puede usar también paréntesis pero no hacer uso de números con 11 ó 111. Por ejemplo: 40 = 1 + 1 + ……. +1 (así con cuarenta unos), el reto es utilizar el menor número de unos posible. Pista: al menos pude hacerse con once unos.
¿Y si se le permite usar unos, doses y treses?

18 de julio.

Otra vez Fibonacci: A partir de las números de Fibonacci 1,1,2,3,5,8,13…vamos a escribir números decimales del siguiente modo: 0'01, 0'001, 0'0002, … el primero tiene dos decimales, el segundo tres, el *n*-ésimo *n+1* decimales. Si sumamos estos números: 0'01 + 0'001 + 0'0002 + 0'00003 + 0'000005 + 0'0000008 + 0'00000013 + … = 0'01123595…
Ahora calcule 1/89 y compare.

19 de julio.

Se conocen tres soluciones enteras de la ecuación de Erdös: $n! + 1 = m^2$. ¿Puede hallar alguna? Erdös conjeturó que no hay más y ofreció un premio a quien hallara una cuarta solución. Cálculos con ordenadores han llegado a valores muy grandes de *n* y *m* sin hallarla.

Las matemáticas son una ciencia exacta: siempre sabes que las vas a suspender.

Anónimo.

20 de julio.
Un gúgol es un número enorme: 10^{100}, es decir, un 1 seguido de cien cero. Su "otro" nombre es diez dotrigintillones.
El término gúgol fue acuñado en 1938 por Milton Sirotta, un niño de 10 años, sobrino del matemático estadounidense Edward Kastner. Isaac Asimov dijo en una ocasión al respecto: "Tendremos que padecer eternamente un número inventado por un bebé".
Por cierto, los matemáticos no se ponen de acuerdo con los nombres de los números "grandes":

	Sistema Americano	Sistema Europeo	Sistema Británico
10^0	uno	uno	uno
10^3	mil	mil	mil
10^6	Un millón	Un millón	Un millón
10^9	Un billón	Un millardo	Mil millones
10^{12}	Un trillón	Un billón	Un billón
10^{15}	Un cuatrillón	Un billardo	Mil billones
10^{18}	Un quintillón	Un trillón	Un trillón

21 de julio.
Otro juego.

Fila 1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fila 2										

Escriba en cada casilla de la Fila 2 un número de una sola cifra de modo que el que esté debajo del 0 diga cuantos ceros hay en la fila 2, el que esté debajo del "1" diga cuántos unos hay en la fila 2, y así hasta el 9.

22 de julio.
Hoy hay eclipse total de sol, sólo nuestros lectores de Asia oriental y el Pacífico podrán disfrutarlo. Y, mientras espera al eclipse, piense: ¿Hay algún número entero cuyo cuadrado tiene las mimas cifras que su doble? El dos es un ejemplo trivial, y sólo queda uno más.

$$\frac{\pi^4+\pi^5}{e^6}\approx 1$$

23 de julio.
666 es un número interesante, matemáticamente hablando.
Si se suman los números romanos (excepto M)
I + V + X + L +C +D = 666.
Además:

$$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+5^3+4^3+3^3+2^3+1^3 = 666$$

$$3^6-2^6+1^6 = 666$$

$$6+6+6+6^3+6^3+6^3= 666$$

$$sen\ (666^{o}) = cos\ (6{\cdot}6{\cdot}6^{o})$$

Dos números se dicen primos entre sí (o coprimos) si su mcd es 1. Dicho de otro modo, no tienen factores comunes, salvo el 1. ¿Cuántos números, menores que 666, son primos con él?, pues 216 = 6·6·6.
Ahora sume los cuadrados de los números primos hasta 17 incluido (1 no es primo).
666 es número triangular, el 36º. Además el 666º número triangular es el 222.111.
La factorización en primos de 666 es 2·3·3·37, si suma estas cifras 2+3+3+3+7=18=6+6+6.
Se cuenta que Ronald Wilson Reagan, ex presidente de EE. UU., alteró la numeración de su calle en California para que no le correspondiera el número 666. De todos modos, si cuenta el número de letras de cada palabra en su nombre y apellido, ¿qué obtiene?
Lo dejamos por hoy, no queremos que pierda el sueño.

Los buenos cristianos deben cuidarse de los matemáticos y de todos los que acostumbran a hacer profecías aun cuando estas profecías se cumplan, pues existe el peligro de que hayan pactado con el diablo para obnubilar el espíritu y hundir a los hombres en el infierno.
San Agustín

24 de julio.
Sólo hay seis números que son iguales a la suma de las cifras de sus cubos, por ejemplo 8^3= 512 y 5+1+2=8. ¿Puede encontrar el resto? Ayuda: el mayor es 27.
Como le va a sobrar tiempo, intente encontrar un número N tal que N^2 y N^3 tengan todas las cifras de 0 a 9 pero sólo una vez cada una.

ESPECIAL JULIO

25 de julio.

$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$

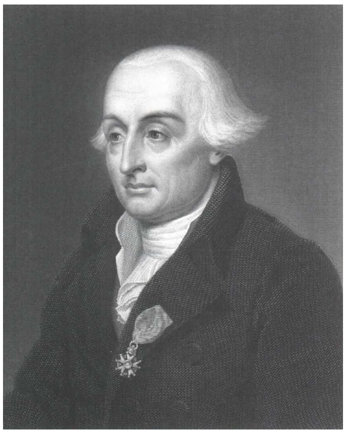
8.000 es el menor cubo que puede ponerse como suma de cuatro cubos consecutivos:

$8.000 = 20^3 = 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2$

¿Cuál es el menor cubo que puede escribirse como suma de tres cubos? Pista: es menor que 250.

En 1939 L. E. Dickson probó que todo entero positivo puede escribirse como suma de 9 cubos como mucho. Sólo hay dos números que requieran de los nueve: el 23 y el 239.

En 1770 Joseph-Louis Lagrange probó que todo entero positivo se puede escribir como suma de cuatro cuadrados, por ejemplo: 31 es $2^2+3^2+3^2+3^2$. ¿Puede Vd. intentarlo con su edad?



26 de julio.

Tal vez no le sea difícil demostrar el teorema de Wilson: Si p es un número primo, entonces $(p-1)! + 1$ es divisible entre p.

Un número p es primo de Wilson si $(p-1)! + 1$ es divisible entre p^2. Se conjetura que hay infinitos primos de Wilson, pero se conocen sólo tres. El mayor es 563, ¿puede encontrar los otros dos? Ayuda: el mayor de los que faltan es 13.

"Los matemáticos han tratado en vano de ver algún patrón en la lista de números primos. Tenemos razones para creer que este es un misterio que la mente humana nunca penetrará" Leonhard Euler

27 de julio.

Observe este curioso número:

1.023.456.987.896.543.201

como puede apreciar, es capicúa. Además contiene todas las cifras de 0 a 9. Y si quiere buscarle un divisor, no pierda mucho tiempo porque es primo. Un de los mayores capicúa primos fue descubierto por Harvey Dubner, sólo tiene unos y ceros, pero tiene 30.803 cifras. Observe que 30.803 también es un palíndromo.

28 de julio.

Número malvado: todo número natural cuya expresión en base 2 contiene un número par de unos. Por ejemplo, 12 y 15 son números malvados ya que $12=1100_2$ y $15=1111_2$.

Número feliz: todo número natural que cumple que si sumamos los cuadrados de sus dígitos y seguimos el proceso con los resultados obtenidos el resultado es 1. Por ejemplo, 203 es un número feliz ya que $2^2+0^2+3^2=13$; $1^2+3^2=10$; $1^2+0^2=1$.

Número poderoso: todo número natural que cumple que si un primo p es un divisor suyo entonces p^2 también lo es. Por ejemplo, el número 36 ya que los únicos primos que son divisores suyos son 2 y 3 y se cumple que 4 y 9 también son divisores de 36.

666! tiene 1594 dígitos y finaliza con 165 ceros.
Y una pregunta fácil, ¿en qué cifra acaba

6^{6^6} ?

29 de julio.

Un número se dice que es automórfico si alguna potencia suya acaba con el mismo número. Evidentemente 6 lo es porque $\underline{6}^2= 3\underline{6}$. También $625^2= 390.\underline{625}$. Otro bonito ejemplo es 40.081.787.109.376, si le apetece, pruebe a calcular su cuadrado.

R. A. Fairbairn halló este número automorfo de 100 cifras, sólo tiene que elevarlo al cuadrado:

6.046.992.680.891.830.197.061.490.109.937.833.
490.419.136.188.999.442.576.576.769.103.890.
995.893.380.022.607.743.740.081.787.109.376

Los matemáticos son como los franceses: se les diga lo que se les diga, ellos lo traducen a su lengua y, desde ese momento, se trata de algo diferente.
Johann Wolfgang von Goethe

30 de julio.
Observe estos productos y trate de hallar otros similares:

21 x 60 =1.260
15 x 93 = 1.395
30 x 51 = 1.530
21 x 87 = 1.827
80 x 86 = 6.880
27 x 81 = 2.187
35 x 41 = 1.435

son los números "vampiro", llamados así por la supervivencia de estos. Otro, como curiosidad:
1.234.554.321 x 9.162.361.086 =
11.311.432.469.283.552.606

También hay números intocables, son números que no son suma de los divisores propios de ningún otro. Paul Erdös ha demostrado que hay infinitos. Aquí van los primeros: 2, 5, 52, 88, 96, 120, 124, 146…

Las abejas, en virtud de una cierta intuición geométrica, saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material.
Pappus de Alejandría

Número ambicioso: todo número que cumple que la secuencia que se forma al sumar sus divisores propios, después los divisores propios del resultado de esa suma, después los del número obtenido…acaba en un número perfecto. Por ejemplo, 25 es un número ambicioso ya que sus divisores propios son 1 y 5 y se cumple que 1+5=6, que es un número perfecto.

31 de julio.
Para acabar: observe esta pirámide de primos

31
331
3.331
33.331
333.331
3.333.331
33.333.331

si está Vd. tentado a pensar que puede seguir indefinidamente, tenga en cuenta que
17 x 19.607.843 = 333.333.331

Otra curiosidad: el número 73.939.133

73.939.133
7.393.913
739.391
73.939
7.393
739
73
7

son todo primos. Es el mayor con esta característica que se conoce por el momento.

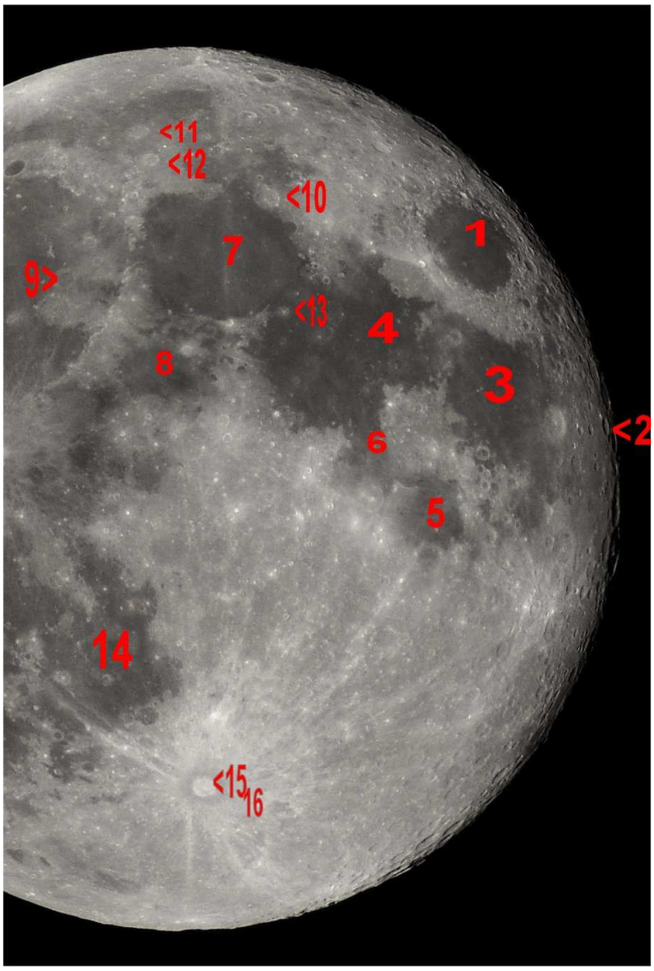
Y ahora una pirámide muy especial de primos palindrómicos, creada por G. L. Honaker Jr. en 1.999:

2
30203
133020331
1713302033171
12171330203317121
151217133020331712151
1815121713302033171215181
16181512171330203317121518161
331618151217133020331712151816133
9333161815121713302033171215181613339
11933316181512171330203317121518161333911

Si lo desea puede empezar a inventar una pirámide para ponerle su nombre. También puede visitar http://www.primes.utm.edu de donde hemos sacado muchas de las curiosidades y juegos de éste *Materraña*.

Mejor que de nuestro juicio, debemos fiarnos del cálculo algebraico.

L. Euler



Con la llegada del verano todos pensamos en dónde pasaremos las vacaciones. En este número de Materraña vamos a hacer una sugerencia poco frecuente. Le proponemos un lugar solitario, con mares, valles y montañas. En esta contraportada vamos a intentar presentarle los lugares más interesantes, a la izquierda aparece un mapa con ellos. Son los siguientes:

1 Mare Crisium	9 Archimedes
2 Langrenus	10 Posidonius
3 Mare Fecunditatis	11 Aristóteles
4 Mare Tranquilitatis	12 Eudoxus
5 Mare Nectaris	13 Plinius
6 Sinus Asperitatis	14 Mare Nibium
7 Mare Serenititis	15 Tycho
8 Mare Vaporum	16 Maginus

Es necesario comenzar aportando cierta información: los mares carecen de agua, son grandes extensiones basálticas, bastante planas, con una antigüedad de unos 3500 millones de años. Su superficie está recorrida por "dorsas", colinas bajas muy alargadas (a veces de miles de kilómetros). También existe una veintena de cadenas montañosas, restos de la corteza primitiva, y montañas aisladas. Pero la principal característica son los cráteres, su vertiente exterior suele ser una suave pendiente en la base y grande en la arista, la pared interna suele presentar terrazas y el fondo es plano. Los cráteres pueden presentarse en cadenas (se cree que formadas por meteoritos que se fragmentaron antes del impacto). También existen grietas o fosas de cientos de kilómetros, resultado, se supone, de la separación de las placas de la corteza.

Si decide ir a La Luna tenga en cuenta lo siguiente: sólo posee una pseudoatmósfera, su presión no alcanza ni la millonésima parte de la terrestre. Como consecuencia no hay agua, nubes, viento o transmisión del sonido, el cielo es negro y el Sol brilla junto las estrellas y la Tierra (que presenta fases). Las temperaturas oscilan entre -150ºC de noche y 100ºC de día y, cuidado, hay una lluvia permanente de micrometeoritos. La aceleración gravitatoria es 1'62 m/s^2 y la distancia media a la Tierra es de 384.408 km. que aumenta unos 4 cm. al año a causa de las mareas oceánicas. Pese a presentar siempre la misma cara a la Tierra, en realidad posee un pequeño movimiento de balanceo (libraciones) con lo que le muestra casi el 60% de su superficie. Si de momento no puede visitarla, no se preocupe, puede observar sus mares a simple vista o mejor, si dispone de ellos, con prismáticos o telescopio (este último invierte la imagen). Con estos instrumentos podrá observar los "lugares interesantes" del mapa de arriba. En nuestro próximo número le invitaremos a pasear por el "Cuarto Menguante".

Escríbenos: materranya@yahoo.es Visítanos: http://es.geocities.com/materranya