

Llegamos a nuestro número 4, ¿tiene algo de especial esta cifra? Sí, lo tiene. Es la respuesta a un problema centenario. Es el mínimo número de colores necesario para pintar cualquier mapa sin que países limítrofes coincidan en color. Por eso le dedicamos nuestra portada. Y ya que empezamos con mapas, nuestro reportaje está dedicado a la cartografía y su relación con las matemáticas. Esperamos que los lectores disfruten de este boletín, así como del merecido descanso de Semana Santa y que tengan la posibilidad de dedicar unos minutos a observar el cielo de abril, según el mapa que incluimos en la contraportada. Damos desde aquí las gracias a los lectores que envían comentarios y sugerencias a nuestro correo electrónico y animamos a todos a seguir haciéndolo.

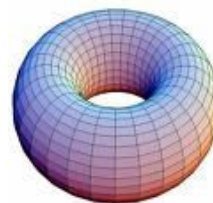


L'any 1852 un universitari anglès, anomenat Francis Guthrie, va plantejar la següent pregunta a la seva germana: Quants colors són suficients per acolorir qualsevol mapa imaginable de manera que cap país amb límits comuns tingui el mateix color?



El que pareixia una simple qüestió es convertí en un enigma matemàtic que durà més de 100 anys. Anteriorment matemàtics havien demostrat que tres colors no eren suficients i el matemàtic De Morgan i Alfred Bray Kempe havien demostrat que amb cinc colors sí que era suficient, però quedava encara el problema dels quatre colors. L'any 1976 els matemàtics, Kenneth Appel i Wolfgang Haken, després de quatre anys de

síntesi de recerca computacional i raonaments teòrics, van demostrar que amb quatre colors hi havia prou per resoldre el problema. Però a més, fou la primera vegada que s'usava un ordinador per demostrar un teorema matemàtic. I a més, al intentar resoldre el problema definiren termes i conceptes teòrics fundamentals per a la Teoria de Grafos, fonamental en l'estudi de informàtica. Recentment, a l'any 2000, el matemàtic Ashay Dharwadker ha aconseguit demostrar el teorema dels quatre colors sense l'ajuda de cap ordinador. Com sovint passa en matemàtiques, el fet de considerar aquest problema va donar impuls per al descobriment de resultats relacionats en topologia i combinatòria. Un problema similar va ser demostrat en una situació aparentment més complicada: un mapa dibuixat en un torus, on se sap que el mínim són set colors.



Torus o toroide

En 1852 Francis Guthrie le planteó a su hermana cuántos colores son suficientes para colorear cualquier mapa sin que países con límites comunes tengan el mismo color. Ha sido esta una cuestión que ha dado que pensar a los matemáticos durante más de 100 años. En 1976, Appel y Haken demostraron que cuatro colores son suficientes. Esa fue la primera vez que un resultado matemático se demostraba con un ordenador. Además, este resultado abrió nuevos caminos en otras ramas de la ciencia como la topología y la teoría de grafos. Pero los matemáticos siempre buscan el más difícil todavía, y han calculado que para colorear un mapa sobre un toroide, con las mismas condiciones, son necesarios siete colores.

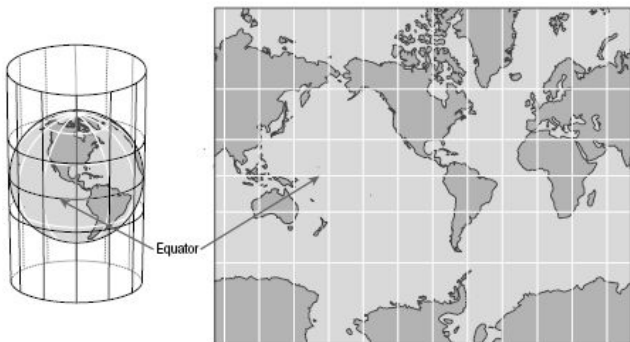
CARTOGRAFÍA

La cartografía, entendida como la realización de mapas, cuenta con las matemáticas para realizar representaciones ajustadas de características y rasgos distribuidos en el espacio y el tiempo. El uso principal es la transformación de objetos tridimensionales al plano.

La **escala** de un mapa es la relación entre las distancias mostradas en el mapa y las reales. Así un mapa en el que dos ciudades aparecen separadas un centímetro cuando en realidad distan 100 kilómetros (10.000.000 cm.) está hecho a escala 1:10.000.000. Se dice que una escala es mayor que otra si muestra más detalle o menor área que otro del mismo tamaño. No existe un acuerdo que diferencie entre mapas de escalas grande, intermedia y pequeña. Escalas mayores de 1:25.000 suelen considerarse grandes y las menores de 1:250.000 pequeñas.

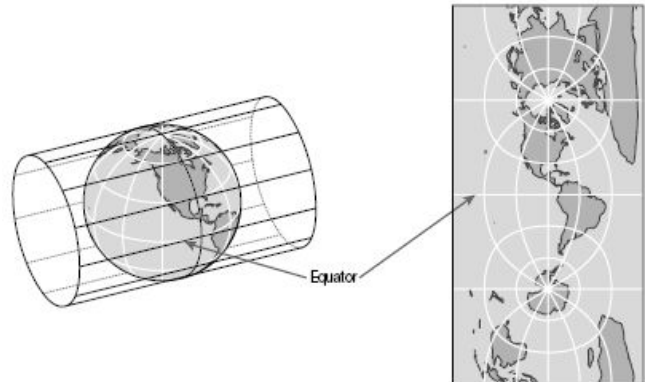
Uno de los mayores problemas de la cartografía es desarrollar métodos que transfieran la forma casi esférica de la Tierra a una representación plana. Esto se lleva a cabo usando un concepto geométrico llamado **proyección plana**. Existen docenas de formas de realizar estas proyecciones, cada una con sus ventajas y sus inconvenientes, entre ellos está que todas producen distorsiones.

El cartógrafo Gerardus Mercator inventó en 1569 la conocida proyección Mercator, útil en navegación porque una línea recta en el mapa es una "recta" en la superficie terrestre. (las comillas de "recta" indican que sobre una superficie esférica no existe líneas rectas, además estas no tienen por qué ser la línea más corta entre dos puntos)



La proyección Mercator transforma la esfera terrestre en un cilindro vertical tangente al ecuador. Por tanto, el mapa ocupa un rectángulo que representa el cilindro desplegado. Su principal inconveniente es que no conserva áreas ni formas, en mayor medida según se aleja del ecuador, así zonas de gran latitud aparecen desproporcionadamente grandes.

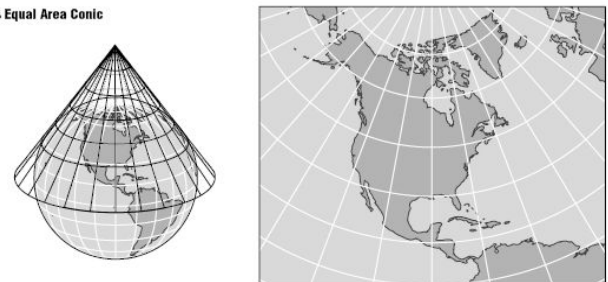
Una variante es la proyección transversal de Mercator, creada en 1772 por Johann Heinrich Lambert. En ella la esfera terrestre se proyecta en un cilindro horizontal.



En 1970 los cartógrafos A.P. Colvocoresses, J.P. Snyder, y J.L. Junkins inventaron la proyección oblicua espacial de Mercator para, con imágenes obtenidas de los satélites Landsat, realizar mapas del espacio.

Otro tipo de proyecciones son las cónicas, que usan un cono tangente a la superficie. La proyección Albers, usada por institutos geográficos, conserva áreas de zonas extensas.

Albers Equal Area Conic



La proyección Lambert también es de este tipo y tiene características similares.

Una variación de la proyección Mercator es la Sinusoidal, usada desde 1570. Evita la distorsión de las áreas y las formas en zonas alejadas del ecuador, su inconveniente es que el mapa es representado en una serie de partes.

Otra herramienta matemática usada en cartografía son los sistemas de coordenadas. Posiblemente el más usado y conocido sean las coordenadas geográficas formado por as líneas de longitud y latitud en la esfera terrestre, medidas desde el meridiano de Greenwich hacia el este y el oeste y desde el ecuador hacia el norte y sur. Se usan en navegación marítima y aérea para grandes áreas y distancias.

Otro sistema de coordenadas es el Universal Transverse Mercator (UTM) que divide el globo terráqueo en 60 zonas, cada una de 6 grados de

longitud las mitades norte y sur (como la corteza de los gajos de una naranja). De cada zona se realiza la proyección Mercator, representando la Tierra de forma bastante exacta sobre una cuadrícula. Al haber 60 partes, la distorsión es mínima. Las coordenadas UTM de un lugar constan del número de la zona en que se halla, la distancia este-oeste (llamada easting) y la distancia norte-sur desde el ecuador (llamada northing).



Como puedes ver, un punto de la provincia de Zaragoza sería 30T, X,Y=682468.58,4617450.08

Un poco de historia y de futuro. La importancia de los mapas y su exactitud es indiscutible. El mapa

más antiguo descubierto hasta la actualidad es una pequeña tabla de arcilla desenterrada en 1930 en Ga-Sur, Iraq. Está datada hacia 2300 AdC y muestra dos áreas montañosas a ambos lados de un cauce de agua. Hace más de dos mil años el sabio griego Eratóstenes calculó el radio de la Tierra midiendo la longitud de las sombras proyectadas al mediodía en dos puntos distantes.

El astrónomo Claudio Ptolomeo realizó el primer mapa de la Tierra con líneas de longitud y latitud, este mapa no se utilizó hasta el siglo XV. El **mapamundi de Ptolomeo** se basó en la descripción del mundo recogida en su libro *Geographia*.

La cartografía languideció hasta el Renacimiento cuando la exploración del planeta necesitó mapas ajustados a la realidad, que eran considerados secretos. Fue la época de la proyección de Mercator. La producción de mapas ha seguido desarrollándose durante siglos gracias a las fotografías aéreas, los satélites y la informática.

Los mapas son imprescindibles para el **sistema de**

posicionamiento global (GPS) de nuestros coches, aviones o barcos. Se trata de una red, creada en 1973, de 27 satélites estadounidenses, pagados con los impuestos de sus ciudadanos.

Su primer uso fue militar, pero pronto se pusieron gratuitamente al servicio del todo el mundo.

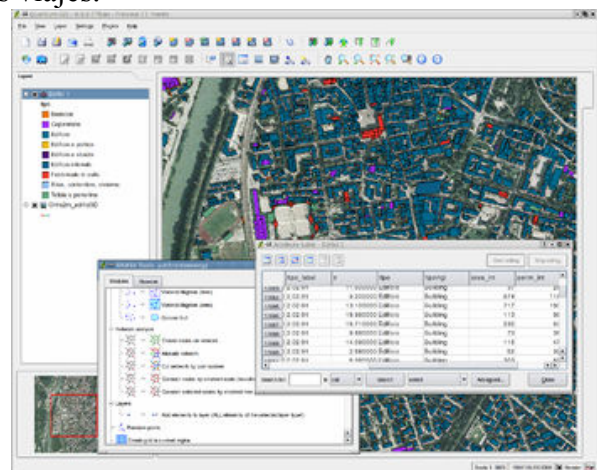
Alimentados con energía solar, están operativos 24 – los otros tres son de “reserva” por si se produjera alguna avería-, abarcan por completo la Tierra con señales de radio que pueden usarse para determinar la posición de un objeto con 15 metros de error máximo.

Cada uno de estos satélites pesa 1.814 kilos y orbita a 19.312 kilómetros sobre la superficie de la Tierra, dando dos vueltas diarias al planeta. Un receptor GPS es detectado en cualquier punto del planeta en que pudiera encontrarse por al menos cuatro de estos satélites. Por cierto, este sistema hace uso de la Teoría General de la Relatividad del físico Albert Einstein.

Un **Sistema de Información Geográfica, GIS**, es una integración organizada de *hardware*, *software* y datos geográficos diseñado para resolver problemas complejos de planificación y gestión.

Permite combinar diferentes tipos de mapas (topográficos, rutas de transporte, poblaciones, ríos, accidentes naturales...) para mejorar una localización, regular actividades comerciales, estudiar el crecimiento de poblaciones o buscar la ruta más económica entre dos puntos. Se usa también para comprender la expansión de enfermedades, evaluar modelos de actividad criminal o distribuir ayuda tras desastres naturales (inundaciones, terremotos, huracanes...).

En el futuro los mapas y el software GIS nos ayudarán en la exploración de planetas. Integrados en teléfonos móviles y ordenadores portátiles serán de uso cotidiano en actividades como las compras o los viajes.



Tres problemas fáciles:

1. Hay seis barcos escondidos en esta cuadrícula. Tres de ellos ocupan una casilla, otros dos ocupan dos y el último ocupa tres casillas. Dos barcos no pueden tocarse ni siquiera en una esquina. La información situada al lado de una fila o columna indica el número de casillas de esta fila o columna ocupadas por elementos de barcos. Descubre dónde están los barcos.

	3	1	2	1	3
1					
1					
2					
1					
3					
2					

2. ¿Puedes encontrar cuatro cifras que cumplan $a^b \cdot c^d = abcd$ (es decir, “a” miles, “b” centenas, “c” decenas y “d” unidades).

3. A number with two identical digits is multiplied by 99. What is the four-digit product if the third digit is 5?

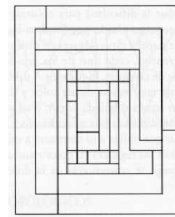
Tres problemas un poco difíciles:

1. ¿Cuál es la cifra de las unidades del número $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2009^3$?

2. Supongamos que la flor de una amapola contiene 3.000 semillas y que todas ellas germinan a la primavera siguiente, cada planta de esta segunda “generación” desarrolla de nuevo 3.000 semillas. ¿Cuántas plantas habrá en la sexta “generación”? Supongamos que en un metro cuadrado crecen 100 de esas plantas, ¿qué fracción del planeta Tierra estará ocupada por las amapolas de la sexta generación?

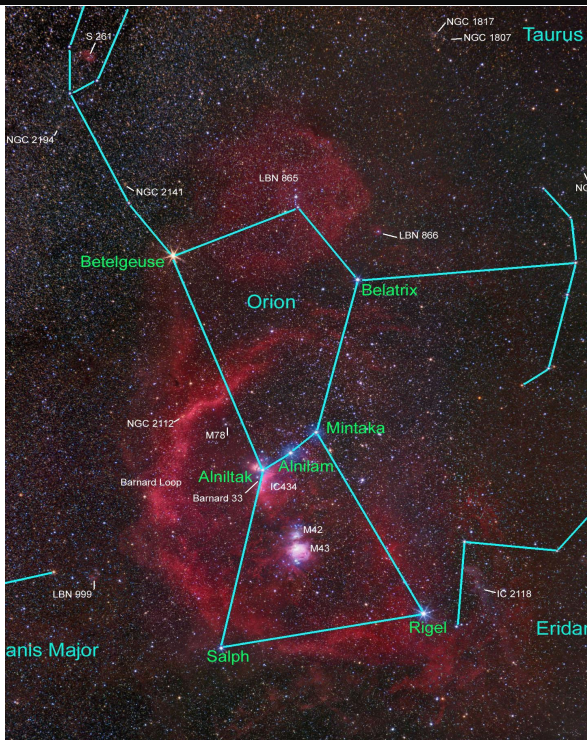
Dato: La parte sólida de la superficie terrestre ocupa un área total de 135 millones de kilómetros cuadrados

3. Intenta colorear con cuatro colores, sin que zonas limítrofes coincidan en color



Haznos llegar tus respuestas y razonamientos y entrarás en el sorteo trimestral de regalos.

EL CIELO DE ABRIL



Del cielo de este mes de abril destacamos la constelación de **Orión** (el Cazador), es, quizá la mejor conocida del cielo invernal. Sus estrellas, brillantes y visibles desde ambos hemisferios, hacen que sea reconocida universalmente. Orión se encuentra apoyada por sus dos perros de caza Canis Maior y Canis Minor peleando con la constelación del Tauro. Sus estrellas principales son *Betelgeuse*, supergigante roja, y *Rigel*, en la actualidad es la más brillante de la constelación, realmente es una estrella triple.

El Complejo de Nubes Moleculares de Orión. Es una gigantesca estructura de hidrógeno, polvo, plasma y estrellas nacientes que abarca la mayor parte de la constelación. Destacan dos extraordinarias nebulosas: *M42 La Nebulosa de Orión* y *M43 La Nebulosa de De Mairan*. Parecen colgar del cinturón de Orión, que tiene además varias estrellas múltiples. Las nebulosas M42 y M43 pueden verse con binoculares formadas por nubes de gas luminosas y estrellas. Otra nebulosa destacada es la IC 434, Cabeza de caballo, llamada así por tener una nube de polvo oscura de esa forma.