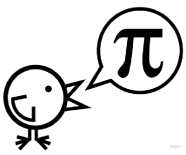
Matarraña

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844
609550582231725359408128481117450284102701938521105559644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165271201909145 64

BOLETÍN DE MATEMÁTICAS DEL I.E.S. MATARRAÑA – Número 3 – Marzo 2.009

EDITORIAL

Quienes realizamos este boletín nos hemos visto gratamente sorprendidos por la respuesta de los lectores a la cuestión planteada de si $1782^{12}+1841^{12}=1922^{12}$ contradice o no el teorema de Fermat. Evidentemente no: si un número acaba en 2, sus potencias acaban en 2, 4, 6 u 8. Si un número acaba en 1, sus potencias acaban en 1. Así la última cifra de $1782^{12}+1841^{12}$ es impar, y la última de 1922^{12} es par. Luego, no pueden ser iguales. El "error" que cometimos reside en que estos números tienen 39 cifras, pero coinciden hasta la décima, por eso nuestra calculadora no veía la diferencia. Si se calcula $1782^{12}+1841^{12}-1922^{12}$ verá que no es cero, ¡es un número de 29 cifras! Este "contraejemplo" fue obtenido por David Cohen, coguionista de Los Simpson y Master en computación por la Universidad de Berkeley. Dedicamos este boletín a π. El 14 de marzo es, al menos para los británicos, 3.14, por tanto, el π-day. Aprovechamos para adornar nuestro boletín con sus 1040 primeras cifras.



"Explorar pi es como explorar el universo". David Chudnovsky.

"Es más como hacer exploración submarina. Tú estás en el fango y todo parece lo mismo". Gregory Chudnovsky.

Los hermanos Chudnovsky son famosos por haber desarrollado algoritmos que permiten calcular miles de millones de decimales de π. Ahí va una:

$$\frac{1}{\pi}=12\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n}\frac{(6n)!}{(3n)!(n!)^{3}}\cdot\frac{13591409+545140134n}{(640320)^{3n+3/2}}$$

a cada paso proporciona 14 decimales exactos.

Todos relacionamos a π, al menos en principio, con la geometría. Pero sus dominios son mucho más extensos. Por si hubiera alguna duda, véanse las siguientes fórmulas deducidas por Euler:

$$e^{i\pi}+1=0;\quad i^{i}=e^{-\frac{\pi}{2}};\quad \frac{\pi}{2}=1+\frac{1}{3}+\frac{1\cdot 2}{3\cdot 5}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 5\cdot 7}+\ldots$$

De la primera ya hablamos en nuestro boletín nº2. Respecto a la segunda: si *i* es la unidad imaginaria, ¿qué será *i* elevado a *i*? Pues nada menos que un número real, que sea función *e* y π es pura exhibición. El matemático hindú Srinivasa Ramanujan nos ha regalado infinidad de resultados sorprendentes relacionados con π, aquí van dos:

$$\frac{1}{\pi}=\frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!}{(n!)^{4}}\cdot\frac{1103+26390n}{(4\cdot 99)^{4n}}$$

$$e^{\pi\sqrt{163}}=262537412640768743'99999999999925\ldots$$

Con los números e y π, trascendentes, y la raíz cuadrada de 163, que es irracional, el resultado está extraordinariamente cerca de un entero.

El primero en proponer un desarrollo infinito para el cálculo de π fue el francés François Viète:

$$\frac{2}{\pi}=\cos\frac{180^{\circ}}{4}\cdot\cos\frac{180^{\circ}}{8}\cdot\cos\frac{180^{\circ}}{16}\cdot\cos\frac{180^{\circ}}{32}\ldots$$

que podríamos escribir como

$$\frac{2}{\pi}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}\cdot\ldots$$

Hay muchas formas de obtener π mediante procesos infinitos. Una de las más sencillas la obtuvo John Wallis en 1655 como resultado de su búsqueda del área del círculo: utilizando únicamente números naturales, productos y cocientes obtuvo el irracional π:

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\ldots}{1\cdot 1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\ldots}$$

De la misma forma Gottfried W. Leibniz calculó de una forma más complicada en 1682 la serie:

$$\frac{\pi}{4}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{2n+1}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\ldots$$

Quien haya disfrutado de la lectura de este breve artículo, puede hallar más placer leyendo *The Joy of* π de *David Blatner* y *To infinity and Beyond* de *Eli Maor*, en los que nos hemos basado.

REPORTAJE

ESTEGANOGRAFÍA

La **esteganografía** (del griego στεγανοζ, *steganos*, cubierto, y γραπτοζ, *graphos*, escritura) estudia técnicas que permiten ocultar unos mensajes dentro de otros, llamados portadores, de modo que no se perciba su existencia.

Comparte con la criptografía (del griego κρυπτός *criptos*, oculto) que ambas buscan proteger una información. Mientras que la criptografía hace que sea incomprensible para un probable intruso, a pesar del conocimiento de su existencia, la esteganografía oculta la información de manera que no sea advertida su existencia y envío. De esta manera un probable intruso no sabrá que se está transmitiendo información sensible.

Ambas pueden complementarse, dando un nivel de seguridad extra a la información: el mensaje a esteganografiar puede ser previamente cifrado.

Intentemos aclararnos con unos ejemplos: La esteganografía da sus primeros pasos en la antigua Grecia. Se cuenta en “Las Historias de Heródoto” que Demeratus quería comunicar a la ciudad de Esparta que Jerjes tenía planes para invadir Grecia. Para evitar ser capturado por espionaje en los controles, escribió sus mensajes en tablas que luego fueron cubiertas con cera, de forma que parecían no haber sido usadas. Otro método usado durante siglos consistía en tatuar al mensajero (generalmente un esclavo) un mensaje en la cabeza afeitada para después dejarle crecer el pelo y enviar así el mensaje oculto.

El científico italiano Giovanni Porta, descubrió como esconder un mensaje dentro de un huevo cocido: se preparaba una tinta mezclando una onza de alumbre y una pinta de vinagre, y luego se escribía en la cáscara. La solución penetra la cáscara porosa y deja un mensaje en la superficie de la albúmina del huevo duro, que sólo se puede leer si se pela.

El método de escritura de meta-información en un texto es usado desde hace siglos por ser uno de los métodos más sencillos de ocultar información.

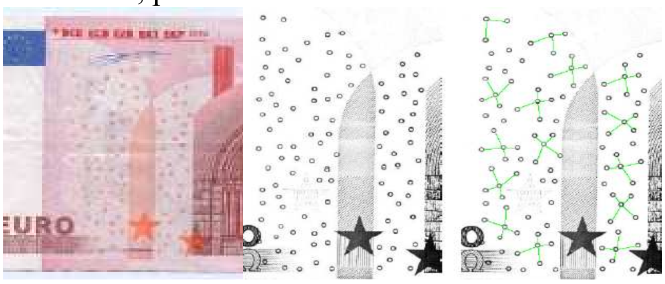
Consiste en escribir un texto aparentemente inofensivo donde, se esconde la información realmente importante.

Veamos un ejemplo de mensaje real enviado por un espía alemán durante la Segunda Guerra Mundial:

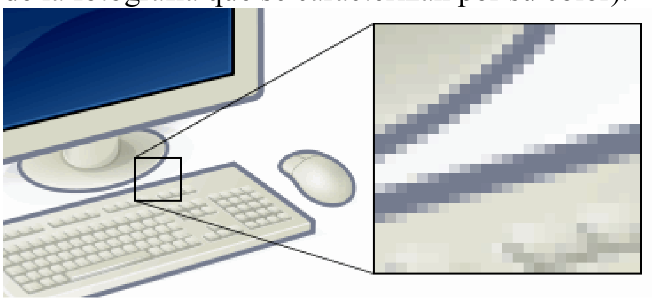
Apparently neutral's protest is thoroughly discounted and ignored. Isman hard hit. Blockade issue affects pretext for embargo on by products, ejecting suets and vegetable oils.

Si de este inocente texto extraemos la segunda letra de cada palabra, obtendremos este otro mensaje: *Pershing sails from NY June 1*, avisando de la partida del official Pershing.

Un ejemplo más reciente son nuestros billetes, uno de sus sistemas antifalsificación son los puntos que, aparentemente de forma aleatoria, parecen decorarlos, pero…



Por último, la esteganografía moderna usa canales digitales: archivo de texto, audio, imágenes y vídeo. El método más común es el de inserción en el bit menos significativo (Least Significant Bit Insertion) Consiste en hacer uso del bit menos significativo de los pixels de una imagen y alterarlos. Una imagen digital está formada por millones de pixels (puntos de la fotografía que se caracterizan por su color).



La fotografía, en realidad, es un conjunto de números que dicen cual es el color de cada píxel. Por simplicidad supongamos que la foto es en blanco y negro, el valor (1 1 1 1 1 1 1 1) es un número binario de 8 bits que representa un tono de gris.Así desde (0 0 0 0 0 0 0 0) para el blanco hasta (1 1 1 1 1 1 1 1) para el negro hay 256 tonos de gris. Al bit ubicado más a la derecha se le llama "bit menos significativo" (LSB) porque es el de menor peso, alterándolo cambia en la menor medida posible el tono de gris.

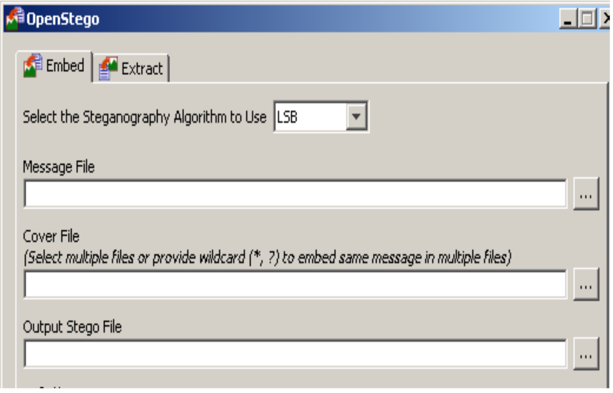
Un ejemplo: supongamos que los píxeles grises de una foto empiezan así:

(1 1 0 1 1 0 1 0) (0 1 0 0 1 0 0 1) (0 1 0 0 0 0 1 1)
(0 0 0 1 1 1 1 0) (0 1 0 1 1 0 1 1) (1 1 0 1 1 1 1 1)
(0 0 0 0 1 1 1 0) (0 1 0 0 0 1 1 1) (0 0 0 0 0 1 1 1)

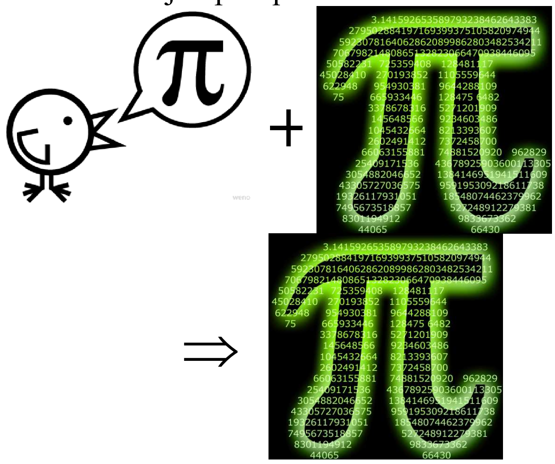
Si queremos ocultar en ella una letra “A”, que en ASCII tiene el código (1 0 0 1 0 1 1 1), alteramos

REPORTAJE

Los grises de modo que quede:
(1 1 0 1 1 0 1 **1**) (0 1 0 0 1 0 0 **0**) (0 1 0 0 0 0 1 **0**)
(0 0 0 1 1 1 1 **1**) (0 1 0 1 1 0 1 **0**) (1 1 0 1 1 1 1 **1**)
(0 0 0 0 1 1 1 **1**) (0 1 0 0 0 1 1 **1**) (0 0 0 0 0 1 1 1)
En este ejemplo hemos ocultado una letra, pero podemos ocultar una foto píxel a píxel.
Existen muchos programas informáticos gratuitos de esteganografía, sirva de ejemplo OpenStego, http://openstego.sourceforge.net/,

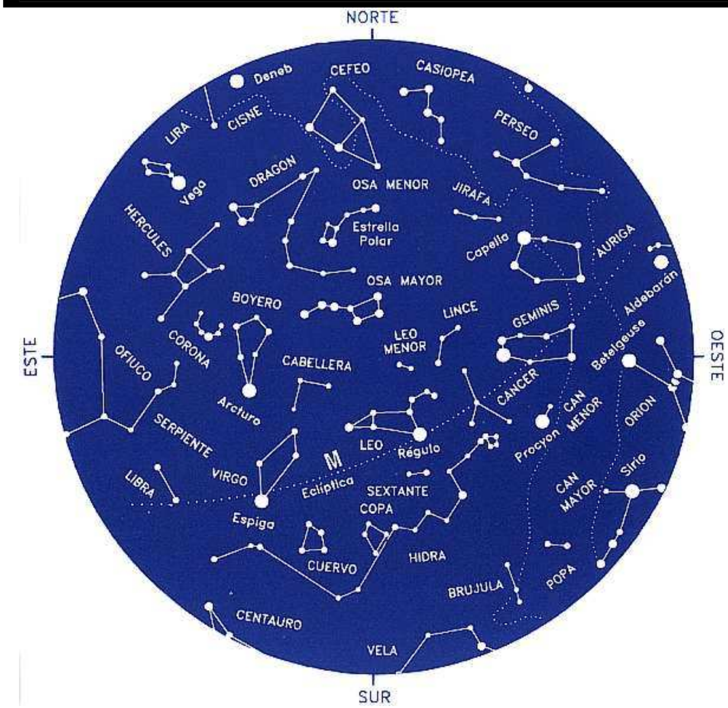


basta indicar en *Message file* qué queremos ocultar (una foto, por ejemplo), en *cover file* dónde queremos ocultarla (otra foto) y en *Output* el nombre del archivo resultante. Desde luego, después permite recuperar el mensaje oculto.
Obsérvese el ejemplo que hemos hecho nosotros:

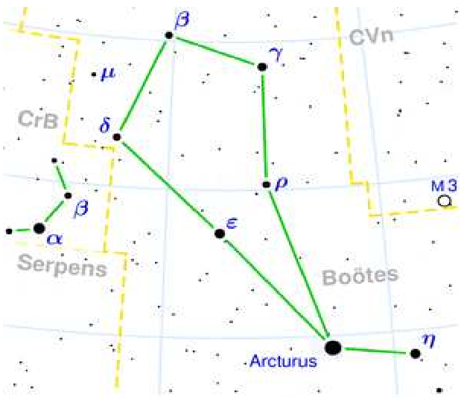


Esto son sólo unas ideas muy simples y básicas, los matemáticos (y no sólo ellos), buscan desarrollar algoritmos que hagan que los mensajes encriptados o esteganografiados sean cada vez más difíciles de detectar y/o descifrar.

EL CIELO DE MARZO



El 20 de este mes se da el paso de estación de invierno a primavera (a las 11:43 TU). Este evento se denomina equinoccio, es el instante en que los días y las noches tienen igual duración en toda la Tierra. Ese día, el Sol sale justo por el Este y se pone por el oeste. Vamos a destacar la constelación del Boyero, que puede verse durante todo el verano. Está formada por un pentágono del que descienden hacia el sur dos líneas que convergen en la estrella **Arturo**, la más luminosa de la constelación. Los antiguos vieron en esta constelación una figura humana, a la que han atribuido diferentes oficios, como cazador, labrador, segador, boyero y pastor. El oficio de boyero o pastor de bueyes es el que ha dado el nombre a la constelación. Se considera que este boyero –pastor- va conduciendo el carro de la Osa Mayor. **Arturo**, nombre griego que significa "guardián de la osa", justificado por la proximidad de esta estrella con respecto a la Osa Mayor, es la cuarta estrella más brillante de todo el firmamento; es una gigante roja, que comparada con el Sol, es cuatro veces más masiva, tiene un diámetro 26 veces mayor y es 120 veces más luminosa.



5105973173 8160963185950244594553469083026425223082533446850352619311881710100031378387528865875332083814206171776691473035982534904
287554687311595628638823537875937519 57781857780532171226806613001927876611195909216420198938095257201065485863278865936153381827968

CONTRAPORTADA

Cuatro problemas fáciles:

1. ¿Cuál es el menor número que se puede dividir exactamente por todos los números del 1 al 9, ambos inclusive?

2. ¿Cuántos animales tengo en casa, sabiendo que todos son perros menos dos, todos son gatos menos dos, y todos son loros menos dos?

3. ¿Cuál es el último dígito de la expresión $2^{103} + 3$?

4. Tenemos dos discos circulares:

10 7

en la cara superior de cada uno de ellos hay escritos esos números. Si lanzamos al aire y sumamos los números que salen, podemos obtener estos cuatro resultados: 11, 12, 16, 17. Calcula que números están escritos en la cara oculta del disco.

Cuatro problemas un poco difíciles:

1. Observa esta fórmula:

$$1+\cfrac{1}{3+\cfrac{4}{5+\cfrac{9}{7+\cfrac{16}{9+\cfrac{25}{11+\cfrac{36}{13+\dots}}}}}}$$

Su resultado está relacionado con el número pi, ¿podrías encontrar esta relación?

2. El número 153 tiene la interesante propiedad de ser igual a la suma de los cubos de sus cifras. $1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$. Otro número que goza de la misma propiedad es 370.¿Sabrías encontrar más números de tres cifras que cumplan esta propiedad?

3. El producto de varios enteros consecutivos es 421200. ¿Cuáles son esos números?

4. Halla dos números tales que sean iguales su suma, su producto y su cociente.

Haznos llegar tus respuestas y razonamientos y entrarás en el sorteo trimestral de regalos.

HUMOR

Escríbenos: materranya@yahoo.es Visítanos: http://es.geocities.com/materranya