



GUIA DE TRABAJO SOBRE FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD

Alumno(a)_____N° de lista_____ Sección:_____

OBJETIVO: Graficar funciones que se relacionan en forma directa o inversa.

a) Una variable y es *directamente proporcional* a la variable x , si existe una constante k distinta de 0 tal que:

$$f(x) = k x$$

La constante k se llama *constante de proporcionalidad*.

Su gráfico es una línea recta ya que tienen las características de una función lineal

b) Una variable y es *inversamente proporcional* a la variable x , si existe una constante k distinta de 0 tal que:

$$f(x) = k/x$$

Función de proporcionalidad inversa

Decimos que una **función** es de **proporcionalidad inversa** cuando la relación numérica entre sus variables es de proporcionalidad inversa, es decir, que si la variable independiente aumenta, la variable dependiente disminuye o viceversa.

$$f(x) = \frac{a}{x \pm h} \pm k ; \text{ donde } a, h, k \in \mathbb{R}$$

Dominio: $\mathbb{R} - \{\pm h\}$ Asíntota $x = \pm h$

Recorrido: $\mathbb{R} - \{\pm k\}$ Asíntota $y = \pm k$

La gráfica de una función de proporcionalidad inversa es una curva, simétrica respecto del origen de coordenadas, que se llama **hipérbola**, limitadas por líneas rectas llamadas asíntotas.

Siendo “a” la constante de proporcionalidad inversa:

- Si a es positiva, la gráfica se sitúa en los cuadrantes 1.º y 3.º.
- Si a es negativa, está en los cuadrantes 2.º y 4.º.
- Si $|a| > 1$, la parábola se aleja del origen, y si $|a| < 1$, se acerca.

f es una función definida por una expresión algebraica que es el cociente de dos polinomios:

$$f(x) = p(x)/q(x)$$

Donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios, tal que $q(x) \neq 0$.

Ejemplos de funciones racionales:

Ejemplos

1. $f(x) = 4/x + 1$
2. $f(x) = 1/x$
3. $f(x) = 1 + x/x - 2$
4. $f(x) = 5/x - 3$

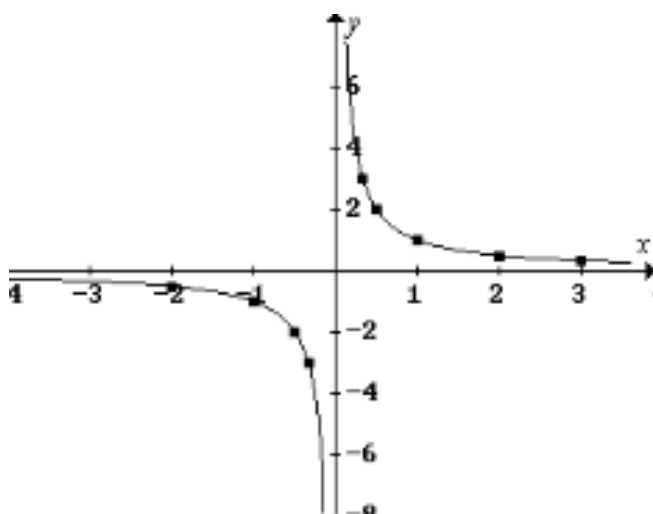
A continuación se presenta la gráfica de proporción inversa.

$$f(x) = 1/x:$$

Dom: $\mathbb{R} - \{0\}$ asíntota: $x = 0$

Rec: $\mathbb{R} - \{0\}$ asíntota: $y = 0$

x	$f(x) = 1/x$
-2	-1/2
-1	-1
-1/2	-2
-1/3	-3
0	No está definida
1/3	3
1/2	2
1	1
2	1/2



Para obtener un esbozo de la gráfica de $f(x) = p(x)/q(x)$, es necesario determinar:

- El dominio de f .
- Asíntotas verticales (si es que las hay), y horizontales.
- Análisis de signos de $f(x)$.
- Graficar f en cada región del plano XY, determinadas por las asíntotas verticales.

La función de proporcionalidad inversa aparece en numerosos fenómenos físicos y sociales. Algunos casos comunes ilustrativos de la aplicación de esta función serían:

- La relación entre la presión y el volumen en un gas ideal sometido a una temperatura k constante, que sigue el principio conocido como **ley de Boyle-Mariotte**: $P \times V = k$. En este caso, el dominio de definición se restringe a la rama

positiva de la función de proporcionalidad inversa, ya que no existen volúmenes ni presiones negativos.

- La relación entre el caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito de una capacidad determinada.
- La relación entre la intensidad de corriente y la resistencia eléctrica en una porción de circuito sometida a una diferencia de potencial constante, como consecuencia de la **ley de Ohm**: $V = I \times R$. La intensidad y la resistencia se hallan en relación de proporcionalidad inversa.
- La relación entre el número de pacientes que asiste a una consulta médica de horario limitado y el tiempo que puede dedicar el médico a cada paciente.

En todas estas situaciones apuntadas, las variables en juego siguen una relación definida gráficamente por medio de una hipérbola equilátera.

Ejemplos:

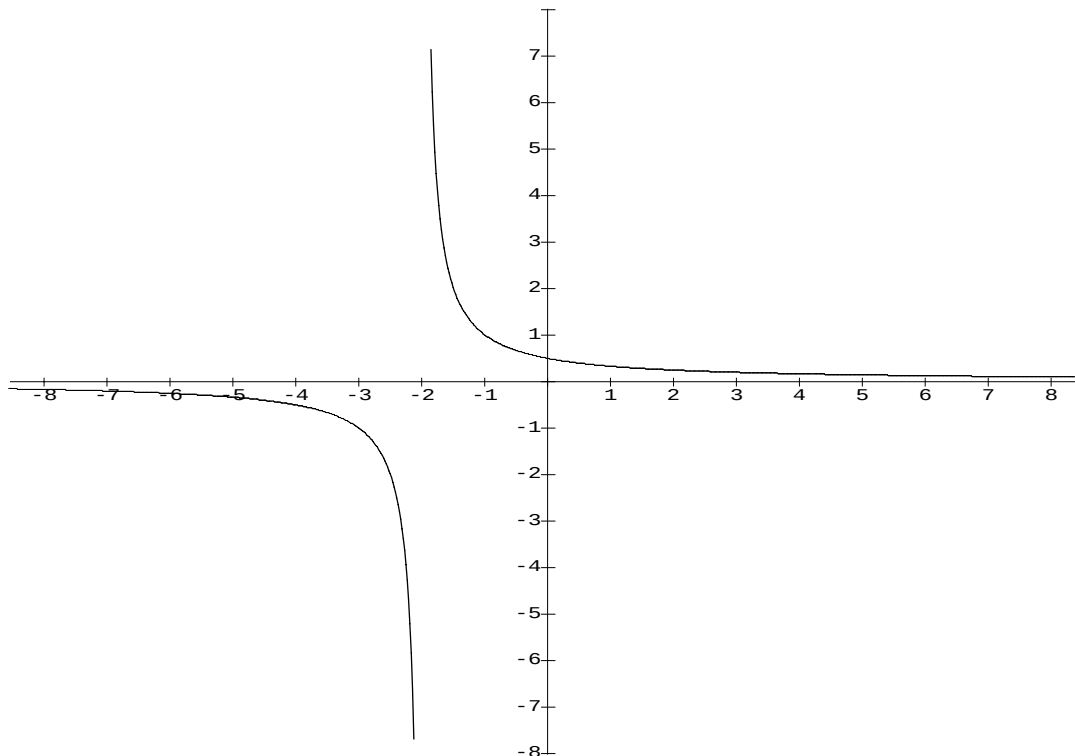
Graficar: $f(x) =$

$$\frac{1}{x+2}$$

Dominio: $\mathbb{R} - \{-2\}$ Asíntota $x = -2$

Recorrido: $\mathbb{R} - \{0\}$ Asíntota $y = 0$

Decrece



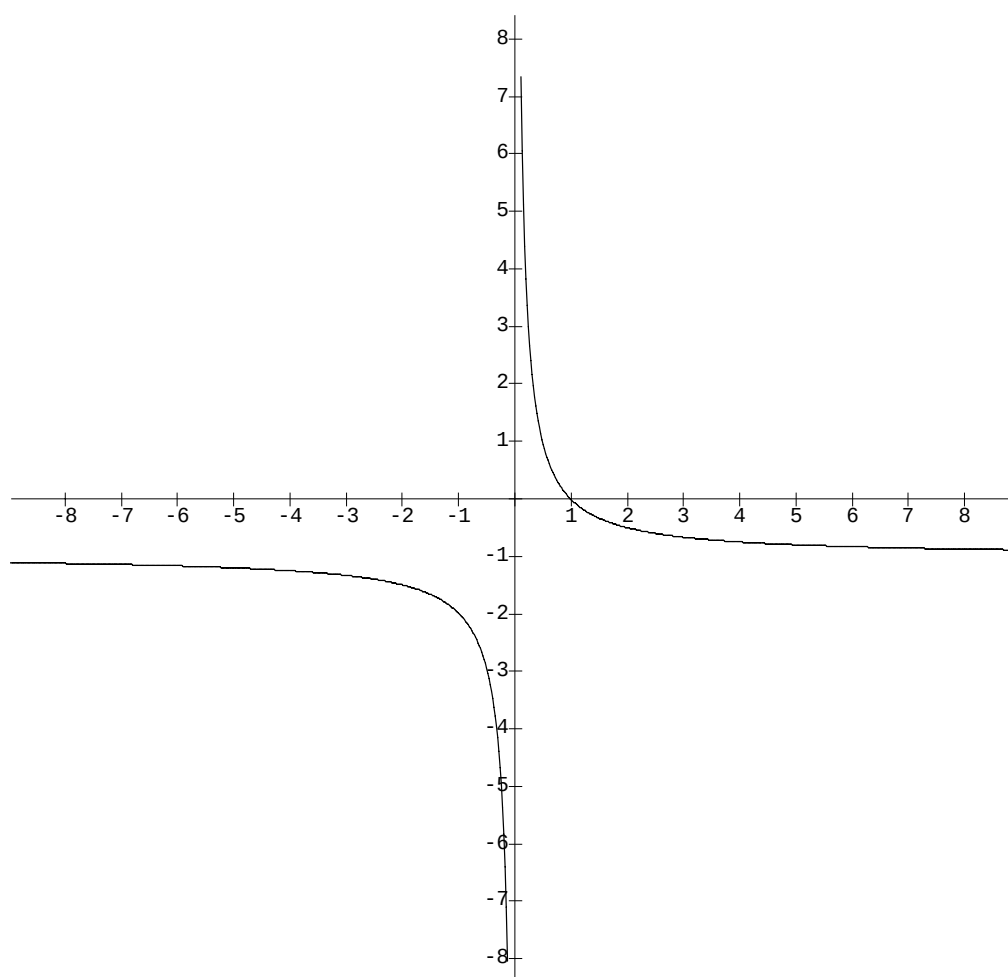
Graficar: $f(x) = \frac{1}{x} - 1$

$$\frac{1}{x}$$

Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$ Asíntota $x = 0$

Recorrido: $\mathbb{R} - \{-1\}$ Asíntota $y = -1$

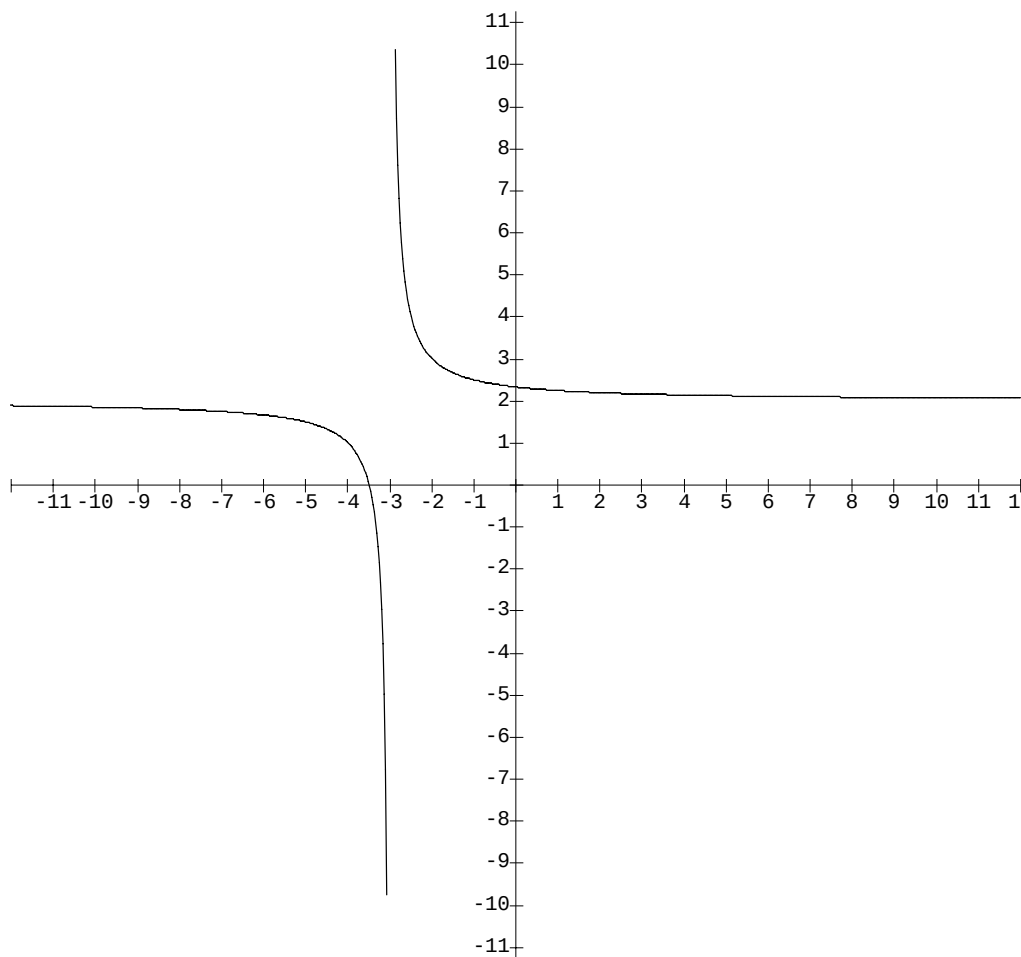
Decrece



Graficar: $f(x) = \frac{1}{x+3} + 2$

Dominio: $\mathbb{R} - \{-3\}$ Asíntota $x = -3$
Recorrido: $\mathbb{R} - \{2\}$ Asíntota $y = 2$

Decrece



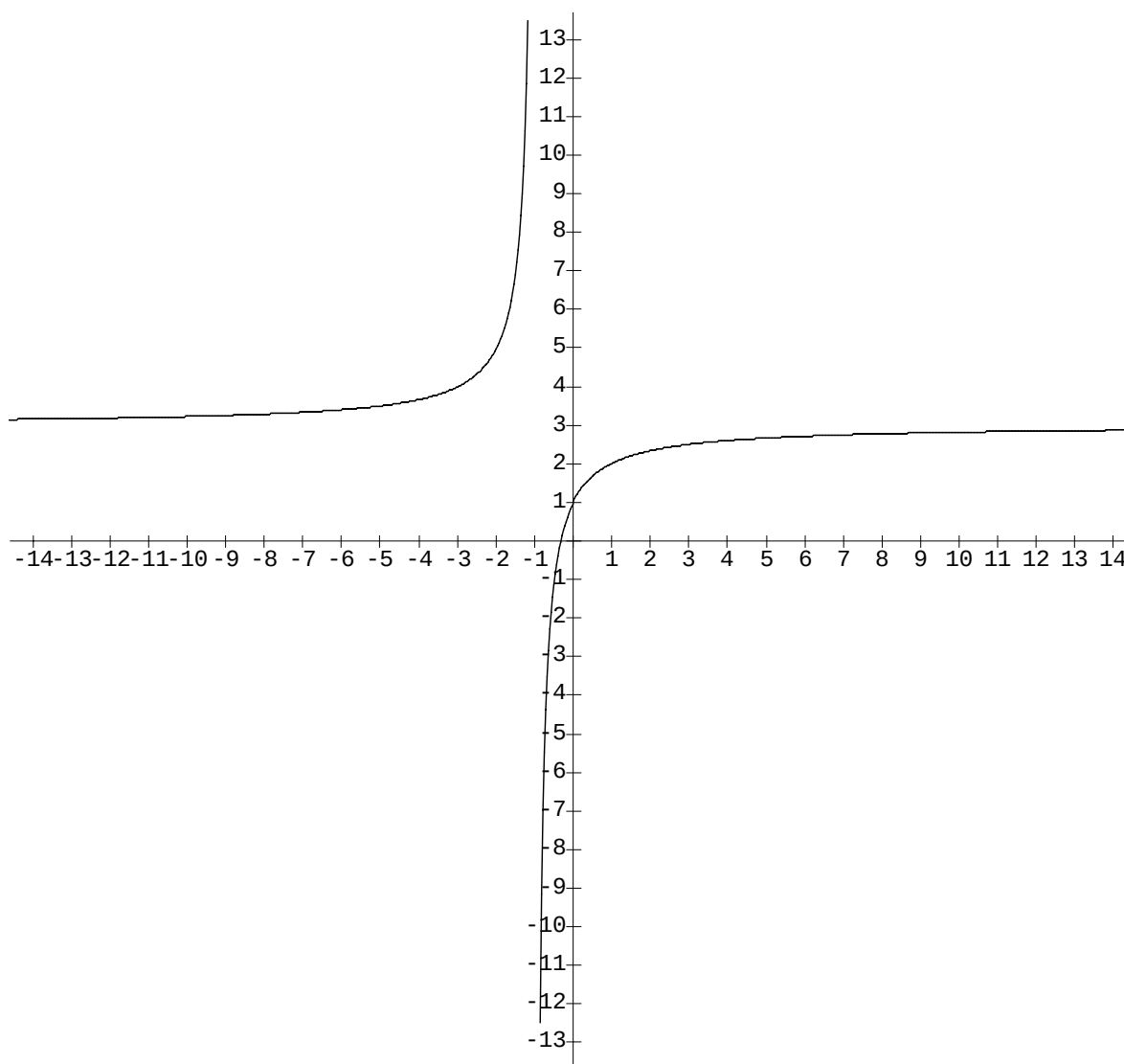
$$\frac{2}{x+1}$$

Graficar: $f(x) = 3 -$

Dominio: $\mathbb{R} - \{-1\}$ Asíntota $x = -1$

Recorrido: $\mathbb{R} - \{3\}$ Asíntota $y = 3$

Creciente



Desarrollo de ejercicios en equipos de trabajo:

Calcula las asíntotas de las siguientes funciones y explica el comportamiento, es decir si es creciente o decreciente, de cada una de ellas y determinar el dominio y el recorrido:

$$\text{a) } f(x) = - \frac{1}{x-6}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{4}{x-2}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{2}{2x+3}$$

$$\text{d) } f(x) = -1/x$$

$$\text{e) } f(x) = \frac{-2}{x+4} + 5$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{3}{x-1} - 2$$

$$\text{g) } f(x) = 1 - \frac{1}{x-5}$$

$$\text{h) } f(x) = \frac{3}{x+4} - 2$$