

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR

1. Determinada empresa decide pelo investimento em publicidade para incrementar a sua receita. Para tanto, se propõe a investir quantias crescentes, mês a mês, sempre preocupada com a receita gerada:

Investimento publicitário (x mil reais)	Receita obtida no mês (x mil reais)
8	56
13	65
15	70
18	78
20	82
25	90

- a) Calcule o coeficiente de correlação linear(r) para saber se existe alguma relação entre a verba investida em publicidade e a receita obtida no mês;
 b) Encontre a equação de regressão linear e estime a receita obtida (aproximada) num mês onde o investimento publicitário seja de 30 mil reais.
2. Uma fábrica de peças para veículos automotivos acredita que o tempo de experiência indica o número estimado de peças erradas que um funcionário irá produzir. Dessa forma, escolheu de forma aleatória 5 de seus funcionários, relacionando tempo de serviço com número de peças defeituosas produzidas num mês:

Tempo de serviço(em meses)	16	10	12	8	3
Nº de peças erradas(em unid)	15	18	16	25	48

- a) Calcule o coeficiente de correlação linear(r) para saber se existe alguma relação entre o tempo de serviço e a produção de peças com defeitos;
 b) Encontre a equação de regressão linear e estime o número aproximado de peças erradas que um funcionário com 36 meses de experiência produziria.
3. Um banco possui 8 agências em determinado município. Desejando verificar a afirmação de que um maior número de funcionários leva a uma ineficiência maior no serviço, o gerente geral relacionou o número de funcionários por agência (x_i) e a classificação das agências segundo sua eficiência dentre todas as agências do banco (y_i). Qual a conclusão?

Nº Funcionários	9	15	12	12	13	20	22	17
Classificação	8º	13º	6º	22º	15º	36º	29º	31º

4. Oito alunos sorteados entre os do primeiro semestre de determinado curso da faculdade obtiveram as seguintes médias finais nas disciplinas de TGA e Matemática:

TGA	8	9	6	8,5	5	7	8,2	6,5
Matemática	2,5	3	7	4,5	8	6,5	6,8	7,8

- a) Com base nesses dados, qual a relação entre os resultados finais das duas disciplinas?
 b) Equacione a reta de regressão que melhor se adapta aos dados coletados.

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR - RESOLUÇÃO

Questão 1

Investimento (x mil reais) X	Receita (x mil reais) Y	X . Y	X ²	Y ²
8	56	448	64	3136
13	65	845	169	4225
15	70	1050	225	4900
18	78	1404	324	6084
20	82	1640	400	6724
25	90	2250	625	8100
∑ X = 99	∑ Y = 441	∑ XY = 7637	∑ X² = 1807	∑ Y² = 33169

$$a) r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \quad r = \frac{6(7637) - (99)(441)}{\sqrt{[6(1807) - (99)^2][6(33169) - (441)^2]}} = \frac{2163}{\sqrt{[1041][4533]}} \quad r =$$

0,99

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{2163}{1041} = 2,08$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{441}{6} = 73,5 \quad \bar{x}_x = \frac{99}{6} = 16,5 \quad b = 73,5 - 2,08 \cdot 16,5 = 39,18$$

Dessa forma, tem-se **y = 2,08x + 39,18**

E para um investimento de 30 mil reais: $y = 2,08(30) + 39,18 = 101,58$ mil reais

Questão 2

Tempo de serviço X	Nº de peças erradas Y	X . Y	X ²	Y ²
16	15	240	256	225
10	18	180	100	324
12	16	192	144	256
8	25	200	64	625
3	48	144	9	2304
∑ X = 49	∑ Y = 122	∑ XY = 956	∑ X² = 573	∑ Y² = 3734

$$a) r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \quad r = \frac{5(956) - (49)(122)}{\sqrt{[5(573) - (49)^2][5(3734) - (122)^2]}} = \frac{-1198}{\sqrt{[464][3786]}} \quad r = -0,90$$

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{-1198}{464} = -2,58$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{122}{5} = 24,4 \quad \bar{x}_x = \frac{49}{5} = 9,8 \quad b = 24,4 - (-2,58) \cdot 9,8 = 49,68$$

Dessa forma, tem-se **y = -2,58x + 49,68**

E para um funcionário com 36 meses de experiência: $y = -2,58(36) + 49,68 = -43,2$, indicando que não se espera a produção de peças erradas para um funcionário com tal experiência.

Questão 3

Nº Funcionários X	Classificação Y	X . Y	X²	Y²
9	8	72	81	64
15	13	195	225	169
12	6	72	144	36
12	22	264	144	484
13	15	195	169	225
20	36	720	400	1296
22	29	638	484	841
17	31	527	289	961
$\sum X = 120$	$\sum Y = 160$	$\sum XY = 2683$	$\sum X^2 = 1936$	$\sum Y^2 = 4076$

$$r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r = \frac{8(2683) - (120)(160)}{\sqrt{[8(1936) - (120)^2][8(4076) - (160)^2]}} = \frac{2264}{\sqrt{[1088][7008]}} \quad r = 0,82$$

Questão 4

TGA (X)	Matemática (Y)	X . Y	X²	Y²
8	2,5	20	72	6,25
9	3	27	81	9
6	7	42	36	49
8,5	4,5	38,25	72,25	20,25
5	8	40	25	64
7	6,5	45,5	49	42,25
8,2	6,8	55,76	67,24	46,24
6,5	7,8	50,7	42,25	60,84
$\sum X = 58,2$	$\sum Y = 46,1$	$\sum XY = 319,21$	$\sum X^2 = 444,74$	$\sum Y^2 = 297,83$

a) $r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$

$$r = \frac{8(319,21) - (58,2)(46,1)}{\sqrt{[8(444,74) - (58,2)^2][8(297,83) - (46,1)^2]}} = \frac{-129,34}{\sqrt{[170,68][257,43]}}$$

$r = -0,62$

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{-129,34}{170,68} = -0,76$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{58,2}{8} = 7,28 \quad \bar{x}_x = \frac{46,1}{8} = 5,76 \quad b = 7,28 - (-0,76) \cdot 5,76 = 11,66$$

Dessa forma, tem-se $y = -0,76x + 11,66$