

1. Determinada empresa deseja criar um conselho reunindo, proporcionalmente, membros de todos os setores. A distribuição abaixo apresenta o número de pessoas existente em cada setor que participará da composição do conselho:

Setores	Nº de funcionários	
	Homens	Mulheres
Produção	125	62
Administração	134	228
Vendas	84	53
Compras	28	24
Manutenção	78	46
Total	449	413

Retire uma amostra de 10% que mantenha a proporcionalidade demonstrada.

2. Uma pesquisa realizada em 50 lojas de uma pequena cidade, com o objetivo de fazer um levantamento sobre o número de empregados no ramo, constatou os seguintes números existentes em cada loja:

6	8	2	7	4	5	8	8	8	10
5	8	10	4	2	3	2	3	2	10
2	2	3	5	7	3	12	10	5	3
2	5	3	3	9	9	5	4	2	2
6	10	4	3	6	12	2	4	2	8

Construa a distribuição de freqüências mais apropriada.

3. As notas abaixo refletem a opinião de uma amostra de 26 passageiros de determinada empresa aérea quanto aos serviços prestados. Tais notas podem variar entre 0 e 50.

25	31	40	49	50	49	13	46	37	38	46	50	34
32	15	43	42	8	2	35	9	23	28	46	5	7

- a) Construa a distribuição de freqüências mais adequada;
 b) Com base nos dados, o retorno dos serviços está agradando a maioria dos usuários?

4. Os dados listados abaixo referem-se aos resultados de uma avaliação pré-admissional para um emprego com 35 candidatos, onde a escala de avaliação é de 0 a 100:

68	71	43	56	62
90	75	79	81	67
63	54	68	47	91
60	78	95	83	96
70	81	61	70	42
83	84	45	96	87
77	84	62	95	64

Construa a distribuição de freqüências apropriada.

5. O quadro mostra os percentuais obtidos em um exame psicotécnico, por candidato, a determinada vaga de gerente de certa empresa:

78	83	77	74	79	77	76	82	75	77	74	80
76	80	75	84	77	76	81	79	83	76	81	82
79	75	78	82	79	81	79	81	85	78	78	75
85	79	80	79	76	75	85	80	82	84	75	79
78	87	77	80	78	75	72	79	78	71	81	70
85	79	80	73	76	75	85	80	82	84	75	79
76	78	80	82	76	80	76	71	77	79	78	74
84	76	74	79	73	73	74	76	88	74	77	84
77	83	78	79	77	74	82	80	74	73	80	75
79	78	77	84	76	77	74	77	77	72	79	80
86	76	79	76	70	73	76	71	79	89	86	85

Determine a distribuição de freqüências mais apropriada.

Questão 1

Setores	Nº de funcionários		Amostra = 10%	
	Homens	Mulheres	Homens	Mulheres
Produção	125	62	12,5 \cong 13	6,2 \cong 6
Administração	134	228	13,4 \cong 13	22,8 \cong 23
Vendas	84	53	8,4 \cong 8	5,3 \cong 5
Compras	28	24	2,8 \cong 3	2,4 \cong 2
Manutenção	78	46	7,8 \cong 8	4,6 \cong 5
Total	449	413	45	41

Questão 2

i	Classes	f _i	fr _i	F _i	Fr _i
1	2	11	0,22 = 22%	11	0,22 = 22%
2	3	8	0,16 = 16 %	19	0,38 = 38%
3	4	5	0,10 = 10%	24	0,48 = 48%
4	5	6	0,12 = 12%	30	0,60 = 60%
5	6	3	0,06 = 6%	33	0,66 = 66%
6	7	2	0,04 = 4%	35	0,70 = 70%
7	8	6	0,12 = 12%	41	0,82 = 82%
8	9	2	0,04 = 4%	43	0,86 = 86%
9	10	5	0,10 = 10%	48	0,96 = 96%
10	12	2	0,04 = 4%	50	1,00 = 100%
		50	1,00 = 100%		

Questão 3

$$i = \sqrt{26} = 5,099 \cong 5 \text{ classes}$$

$$AA = 50 - 2 = 48$$

$$h = \frac{48}{5} = 9,6 \cong 10$$

i	Classes	f _i	fr _i	F _i	Fr _i	x _i
1	2 - 12	5	0,19 = 19%	5	0,19 = 19%	7
2	12 - 22	2	0,08 = 8%	7	0,27 = 27%	17
3	22 - 32	4	0,15 = 15%	11	0,42 = 42%	27
4	32 - 42	6	0,23 = 23%	17	0,65 = 65%	37
5	42 - 52	9	0,35 = 35%	26	1,00 = 100%	47
		26	1,00 = 100%			

Questão 4

$$i = \sqrt{35} = 5,92 \cong 6 \text{ classes}$$

$$AA = 96 - 42 = 54$$

$$h = \frac{54}{6} = 9$$

i	Classes	f _i	fr _i	F _i	Fr _i	x _i
1	42 - 51	4	0,11 = 11%	4	0,11 = 11%	46,5
2	51 - 60	2	0,06 = 6%	6	0,17 = 17%	55,5
3	60 - 69	9	0,26 = 26%	15	0,43 = 43%	64,5
4	69 - 78	5	0,14 = 14%	20	0,57 = 57%	73,5
5	78 - 87	8	0,23 = 23%	28	0,80 = 80%	82,5
6	87 - 96	7	0,20 = 20%	35	1,00 = 100%	91,5
		35	1,00 = 100%			

Questão 5

$$i = \sqrt{132} = 11,49 \cong 11 \text{ classes}$$

$$AA = 89 - 70 = 19$$

$$h = \frac{19}{11} = 1,73 \cong 2$$

i	Classes	f _i	fr _i	F _i	Fr _i	x _i
1	70 - 72	5	0,04 = 4%	5	0,04 = 4%	71
2	72 - 74	7	0,05 = 5%	12	0,09 = 9%	73
3	74 - 76	19	0,14 = 14%	31	0,23 = 23%	75
4	76 - 78	28	0,21 = 21%	59	0,44 = 44%	77
5	78 - 80	29	0,22 = 22%	88	0,66 = 66%	79
6	80 - 82	17	0,13 = 13%	105	0,79 = 79%	81
7	82 - 84	10	0,08 = 8%	115	0,87 = 87%	83
8	84 - 86	12	0,09 = 9%	127	0,96 = 96%	85
9	86 - 88	3	0,02 = 2%	130	0,98 = 98%	87
10	88 - 90	2	0,02 = 2%	132	1,00 = 100%	89
		132	1,00 = 100%			

1. O quadro a seguir apresenta os faturamentos médios semanais de 40 empresas de uma grande cidade, em milhares de reais:

7,62	25,14	9,07	6,33	11,57	11,31	52,22	36,25	15,12	8,38
11,44	7,8	17,85	7,57	7,74	6,73	29,53	8,96	60,5	12,49
8,88	10,99	12,01	12,61	19,85	7,94	19,09	57,06	36,64	17,49
5,95	15,65	8,23	11,6	6,92	8,7	8,57	19,85	15,39	7,54

- a) Resuma os faturamentos numa distribuição de freqüências apropriada;
 b) Construa o histograma, o polígono e a curva de freqüências da distribuição.

2. A tabela abaixo mostra os resultados dos 20 estudantes da amostra selecionada dos resultados de uma avaliação (cujas notas estão entre 1 e 5) na disciplina de Matemática.

1	1	5	2	1
4	2	4	5	3
3	1	4	5	2
3	4	2	4	2

Construa a distribuição de freqüências mais adequada.

3. O levantamento de dados sobre os salários de 70 famílias de um bairro de classe média forneceu os seguintes resultados:

Salários (em reais)	f_i
2000 – 3000	30
3000 – 4000	14
4000 – 5000	4
5000 – 6000	3
6000 – 7000	2
7000 – 8000	1

- a) Complete a distribuição de freqüências
 b) Construa o histograma, o polígono de freqüências e a curva de freqüências da distribuição;
 c) Qual o percentual de famílias que recebe até 5 mil reais?
 d) Qual o percentual de famílias que recebe 4 mil reais ou mais?
4. Uma agência de turismo especializada no aluguel de veículos fez o levantamento do número de quilômetros percorridos por carro alugado a cada cliente.

Distância (em km)	f_i
0 – 50	11
50 – 100	8
100 – 150	12
150 – 200	15
200 – 250	10
250 – 300	4

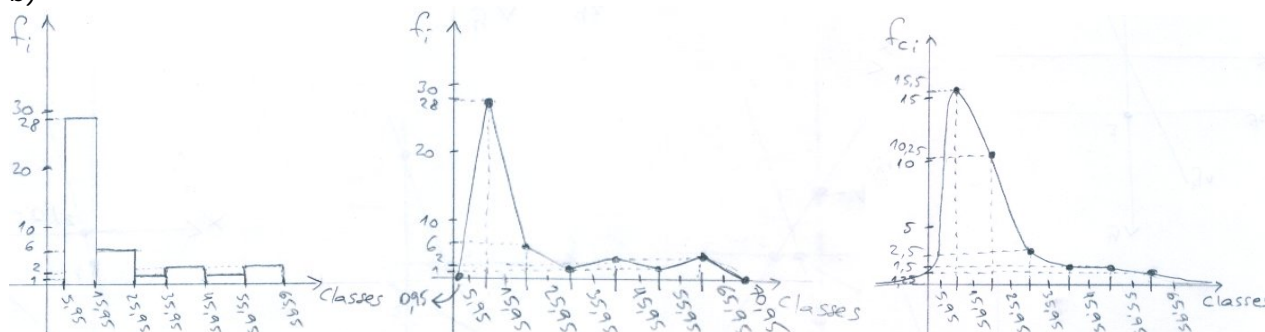
- a) Complete a distribuição de freqüências para f_{ri} , F_i , F_{ri} e x_i ;
 b) Construa o histograma da distribuição de freqüências;
 c) Construa também o polígono de freqüências e a curva de freqüências da distribuição;
 d) Qual o percentual de veículos com distância percorrida acima de 200 km, inclusive?

Questão 1

a) $k = \sqrt{40} = 6,32 \cong 6$ classes $AA = 60,5 - 5,95 = 54,55 \cong 55$ $h = \frac{55}{6} = 9,17 \cong 10$

i	Faturamentos (x 1000 reais)	f_i	fr_i	F_i	Fr_i	x_i	f_{ci}
1	5,95-15,95	28	70%	28	70%	10,95	15,5
2	15,95-25,95	6	15%	34	85%	20,95	10,25
3	25,95-35,95	1	2,5%	35	87,5%	30,95	2,5
4	35,95-45,95	2	5%	37	92,5%	40,95	1,5
5	45,95-55,95	1	2,5%	38	95%	50,95	1,5
6	55,95-65,95	2	5%	40	100%	60,95	1,25
		40	100%				

b)



Questão 2

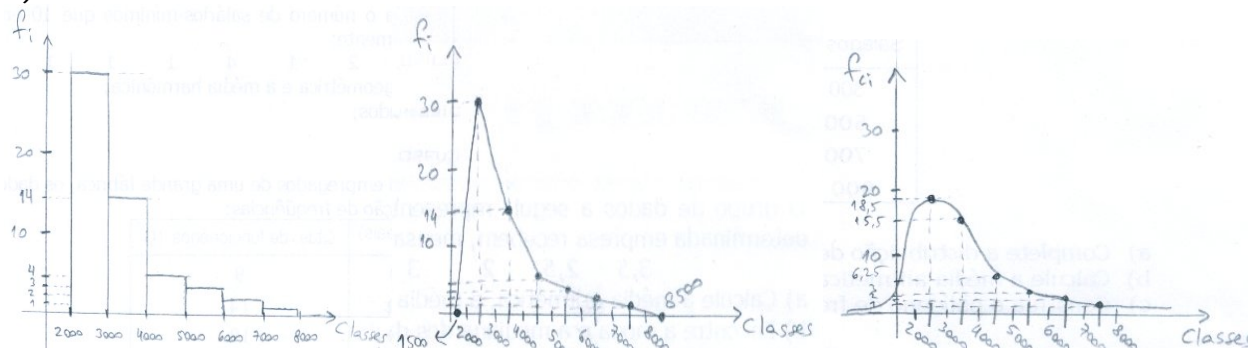
i	Resultados	f_i	fr_i	F_i	Fr_i
1	1	4	20%	4	20%
2	2	5	25%	9	45%
3	3	3	15%	12	60%
4	4	5	25%	17	85%
5	5	3	15%	20	100%
		20	100%		

Questão 3

a)

i	Salários (em reais)	f_i	fr_i	F_i	Fr_i	x_i	f_{ci}
1	2000 - 3000	30	55,6%	30	55,6%	2500	18,5
2	3000 - 4000	14	25,9%	44	81,5%	3500	15,5
3	4000 - 5000	4	7,4%	48	88,9%	4500	6,25
4	5000 - 6000	3	5,6%	51	94,5%	5500	3
5	6000 - 7000	2	3,7%	53	98,2%	6500	2
6	7000 - 8000	1	1,9%	54	100,1%	7500	1
		54	100,1%				

b)



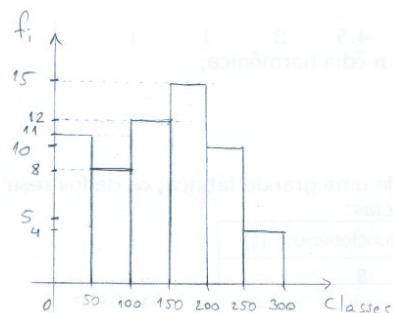
c) % até 5000 reais = 55,6% + 25,9% + 7,4% = **88,9%**

d) % 400 reais ou mais = 7,4% + 5,6% + 3,7% + 1,9% = **18,6%**

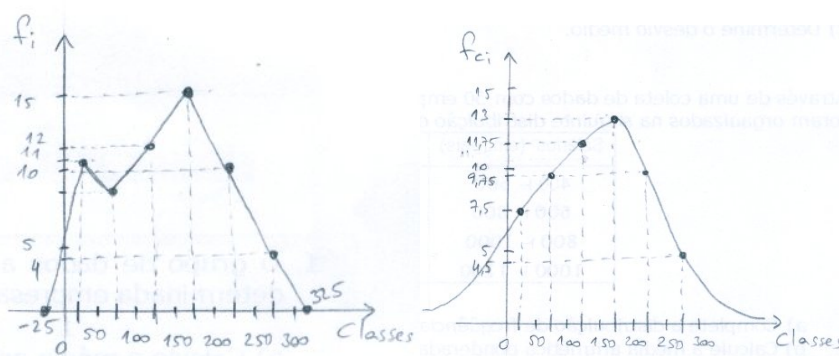
Questão 4

a)	Distância (em km)	f_i	fr_i	F_i	Fr_i	x_i	f_{ci}
	0 ┆ 50	11	18,3%	11	18,3%	25	7,5
	50 ┆ 100	8	13,3%	19	31,6%	75	9,75
	100 ┆ 150	12	20%	31	51,6%	125	11,75
	150 ┆ 200	15	25%	46	76,6%	175	13
	200 ┆ 250	10	16,7%	56	93,3%	225	9,75
	250 ┆ 300	4	6,7%	60	100%	275	4,5
		60	100%				

b)



c)



d) % Veículos com km acima de 200 km, inclusive = 16,7% + 6,7% = **23,4%**

1. Para analisar o cancelamento de reservas em seus vôos, uma companhia aérea seleciona uma amostra aleatória de 15 dias no último trimestre do ano passado, da qual obtém os seguintes números de reservas canceladas:

4 12 12 15 16 9 13 15 24 17 9 14 16 14 17

Determine a média aritmética, geométrica e harmônica das reservas diariamente canceladas.

2. Nove representantes de uma agência de viagens venderam, respectivamente, 20, 25, 28, 31, 37, 42, 45, 49 e 53 passagens aéreas. Qual a média aritmética, a média geométrica e a média harmônica das vendas realizadas por eles?

3. A administração de um parque temático quer saber quanto tempo os visitantes esperam por determinada atração. Uma amostra com 12 usuários indicou os seguintes tempos, em minutos:

5,5 9,6 5,1 13,6 6,5 8,6 9,3 9,1 9,5 15 9,7 14,1

- a) Qual o tempo médio aritmético de espera pela atração?
 b) Qual o tempo médio geométrico de espera pela atração?
 c) Qual o tempo médio harmônico de espera pela atração?

4. A tabela abaixo mostra os resultados dos 20 estudantes da amostra selecionada dos resultados de uma avaliação (cuja nota estão entre 1 e 5) na disciplina de Matemática.

Nota	f_i
1,0	4
2,0	6
3,0	7
4,0	2
5,0	1

Calcule a nota média aritmética, geométrica e harmônica registradas pelos estudantes.

5. Um levantamento de dados sobre os salários de 50 famílias de um bairro de classe média forneceu os seguintes resultados:

Salários (em mil reais)	f_i
0 - 2	7
2 - 4	15
4 - 6	17
6 - 8	11

- a) Complete a distribuição de freqüências
 b) Construa o polígono de freqüências e a curva de freqüências da distribuição;
 c) Calcule a média aritmética, geométrica e harmônica da distribuição.

6. Uma amostra de 50 unidades retiradas de um grande lote de alimentos em embalagens de 100 gramas forneceu a seguinte distribuição de dados:

Índice	f_i
80 - 90	10
90 - 100	15
100 - 110	18
110 - 120	7

- a) Qual o peso médio aritmético encontrado por embalagem?
 b) Qual o peso médio geométrico e harmônico encontrados por embalagem?
 c) Construa o polígono e a curva de freqüências da distribuição de pesos.

Questão 1

$$\bar{x} = \frac{207}{15} = 13,8 \quad \bar{x}_g = \sqrt[15]{4 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \dots \cdot 17} = 12,94 \quad \bar{x}_h = \frac{15}{\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{17}} = \frac{15}{1,2763} = 11,75$$

Questão 2

$$\bar{x} = \frac{330}{9} = 36,67 \quad \bar{x}_g = \sqrt[9]{20 \cdot 25 \cdot \dots \cdot 53} = 35 \quad \bar{x}_h = \frac{9}{\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{53}} = \frac{9}{0,2703} = 33,3$$

Questão 3

a) $\bar{x} = \frac{115,6}{12} = 9,63$ b) $\bar{x}_g = \sqrt[12]{5,5 \cdot 9,6 \cdot \dots \cdot 14,1} = 9,14$ c) $\bar{x}_h = \frac{12}{\frac{1}{5,5} + \frac{1}{9,6} + \dots + \frac{1}{14,1}} = \frac{12}{1,3891} = 8,64$

Questão 4

Nota (x_i)	f_i	$x_i \cdot f_i$
1,0	4	4
2,0	6	12
3,0	7	21
4,0	2	8
5,0	1	5
	20	50

$$\bar{x} = \frac{50}{20} = 2,5$$

$$\bar{x}_g = \sqrt[20]{1^4 \cdot 2^6 \cdot 3^7 \cdot 4^2 \cdot 5^1} = 2,25$$

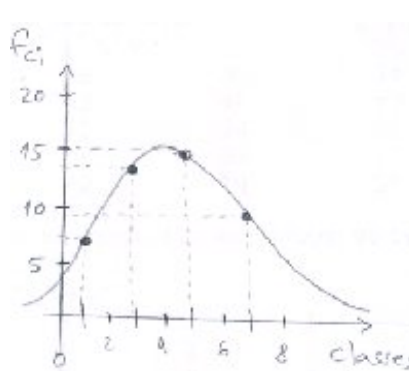
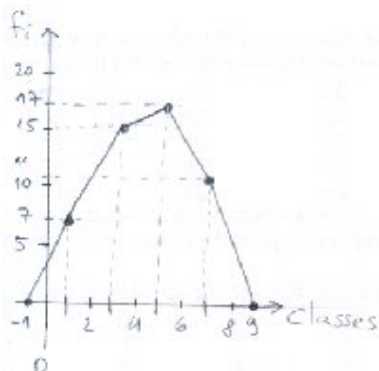
$$\bar{x}_h = \frac{20}{\frac{4}{1} + \frac{6}{2} + \frac{7}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{20}{10,03} = 1,99$$

Questão 5

a)

Salários (em mil reais)	f_i	fr_i	F_i	Fr_i	x_i	$x_i \cdot f_i$	f_{ci}
0 - 2	7	14%	7	14%	1	7	7,25
2 - 4	5	30%	22	44%	3	45	13,5
4 - 6	7	34%	39	78%	5	85	15
6 - 8	1	22%	50	100%	7	77	9,75
	50	100%				214	

b)



Questão 5 (continuação)

c) $\bar{x} = \frac{214}{50} = 4,28$ $\bar{x}_g = \sqrt[50]{1^7 \cdot 3^{15} \cdot 5^{17} \cdot 7^{11}} = 3,69$ $\bar{x}_h = \frac{50}{\frac{7}{1} + \frac{15}{3} + \frac{17}{5} + \frac{11}{7}} = \frac{50}{16,97} = 2,95$

Questão 6

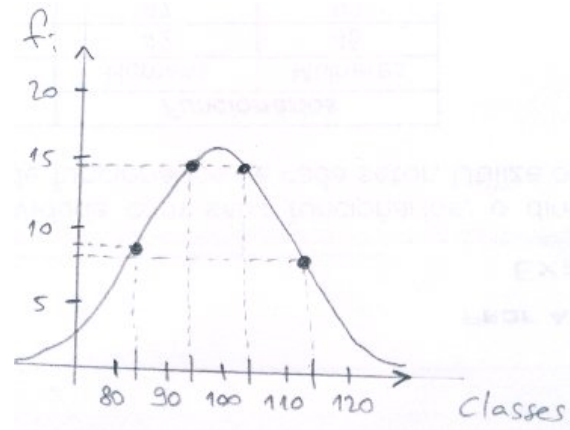
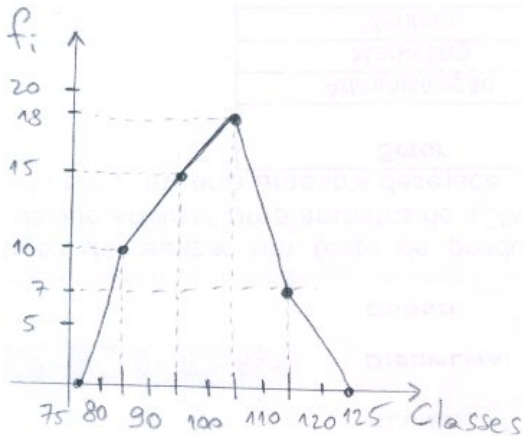
Índice	f_i	x_i	$x_i \cdot f_i$	f_{ci}
80 ↪ 90	10	85	850	8,75
90 ↪ 100	15	95	1425	14,5
100 ↪ 110	18	105	1890	14,5
110 ↪ 120	7	115	805	8
	50		4970	

a) $\bar{x} = \frac{4970}{50} = 99,4$

b) $\bar{x}_g = \sqrt[50]{85^{10} \cdot 95^{15} \cdot 105^{18} \cdot 115^7} = 98,94$

$\bar{x}_h = \frac{50}{\frac{10}{85} + \frac{15}{95} + \frac{18}{105} + \frac{7}{115}} = \frac{50}{0,5078} = 98,47$

c)



MEDIDAS DE DISPERSÃO

1. Uma pesquisa sobre a idade dos alunos da faculdade foi realizada com base numa amostra de 10 indivíduos:

$$\text{Idades} = \{23 ; 28 ; 19 ; 21 ; 39 ; 25 ; 17 ; 32 ; 26 ; 41\}$$

Calcule:

- A idade média(aritmética) a partir da amostra e o seu desvio médio absoluto;
 - A zona de normalidade para um desvio médio absoluto.
2. Estão relacionados a seguir as médias finais de 8 alunos do semestre passado da disciplina de Estatística(de um total de 30):
- $$\text{Resultados} = \{9 ; 8,5 ; 7,1 ; 4,5 ; 6 ; 7,5 ; 8 ; 7,8\}$$
- Com base nessa amostra:
- Calcule o conceito médio(aritmético) da turma e o desvio médio absoluto;
 - Encontre a zona de normalidade para um desvio médio absoluto;
 - Um aluno que tenha obtido a média final de 9,6 pode ser considerado como um fato normal na turma, levando-se em conta a zona de normalidade calculada?

3. Na última semana, foram anotadas os seguintes cancelamentos de passagens por dia em determinada linha diária:

$$\text{Cancelamentos} = \{12 ; 8 ; 7 ; 9 ; 11 ; 8 ; 14\}$$

Com base na amostra, calcule:

- O número médio de cancelamentos diários e o seu desvio médio absoluto;
 - A zona de normalidade para os cancelamentos de passagens com base em um desvio médio absoluto;
 - A partir da zona de normalidade calculada, pode-se esperar que 20 pessoas cancelem suas passagens num mesmo dia? Seria um fato considerado normal?
4. Diversas pessoas telefonaram para determinada agência bancária, reclamando do elevado tempo de espera para o atendimento nos 2 guichês existentes. A fim de analisar a procedência da reclamação, o gerente de atendimento anotou os tempos de 40 atendimentos de cada guichê:

Guichê 1:

Tempo(em min)	Nº de pessoas (f _i)
1	12
2	9
3	8
4	7
5	4
	40

Guichê 2:

Tempo(em min)	Nº de pessoas (f _i)
1	8
2	10
3	12
4	6
5	4
	40

- Calcule o tempo médio de atendimento de cada guichê e o desvio médio absoluto;
 - Encontre a zona de normalidade para um desvio médio absoluto referente a cada guichê;
 - Baseado numa referência de 3 minutos para o tempo máximo de atendimento de cada cliente e nas zonas de normalidade constituídas, é possível dizer que as reclamações têm procedência?
5. Determinada empresa faz um levantamento relativo ao número de dependentes na família de cada funcionário. Os dados obtidos foram organizados na seguinte distribuição:

Nº de dependentes por funcionário	f _i
0	57
1	126
2	214
3	267
4	78
	742

- Calcule o número médio de dependentes por funcionário e o desvio médio absoluto;
- Encontre a zona de normalidade para um desvio médio absoluto.

<p>Questão 1</p> <p>a) $\bar{x} = \frac{23+28+\dots+41}{10} = \frac{271}{10} = 27,1$ anos</p> <p>$d_1 = 23 - 27,1 = -4,1 = 4,1$ $d_2 = 28 - 27,1 = 0,9 = 0,9$</p> <p>$d_3 = 19 - 27,1 = 8,1 = 8,1$ $d_4 = 21 - 27,1 = -6,1 = 6,1$</p> <p>$d_5 = 39 - 27,1 = 11,9 = 11,9$ $d_6 = 25 - 27,1 = -2,1 = 2,1$</p> <p>$d_7 = 17 - 27,1 = -10,1 = 10,1$ $d_8 = 32 - 27,1 = 4,9 = 4,9$</p> <p>$d_9 = 26 - 27,1 = -1,1 = 1,1$ $d_{10} = 41 - 27,1 = 13,9 = 13,9$</p> <p>$DMA = \frac{4,1+0,9+\dots+13,9}{10} = \frac{63,2}{10} = 6,32$ anos</p> <p>b) Zona de normalidade: $27,1 \pm 6,32$ $20,78 \leftrightarrow 33,42$</p>	<p>Questão 2</p> <p>a) $\bar{x} = \frac{9+8,5+\dots+7,8}{8} = \frac{58,4}{8} = 7,3$</p> <p>$d_1 = 9 - 7,3 = 1,7 = 1,7$ $d_2 = 8,5 - 7,3 = 1,2 = 1,2$</p> <p>$d_3 = 7,1 - 7,3 = -0,2 = 0,2$ $d_4 = 4,5 - 7,3 = -2,8 = 2,8$</p> <p>$d_5 = 6 - 7,3 = -1,3 = 1,3$ $d_6 = 7,5 - 7,3 = 0,2 = 0,2$</p> <p>$d_7 = 8 - 7,3 = 0,7 = 0,7$ $d_8 = 7,8 - 7,3 = 0,5 = 0,5$</p> <p>$DMA = \frac{1,7+1,2+\dots+0,5}{8} = \frac{8,6}{8} = 1,08$</p> <p>b) Zona de normalidade: $7,3 \pm 1,08$ $6,22 \leftrightarrow 8,38$</p> <p>c) Não, pois está fora da zona de normalidade para um desvio médio.</p> <p>$DMA = \frac{2,14+1,86+\dots+4,14}{7} = \frac{14,86}{7} = 2,12$</p> <p>b) Zona de normalidade: $9,86 \pm 2,12$ $7,74 \leftrightarrow 11,98$</p> <p>c) Não é um fato considerado normal, de acordo com a zona de normalidade calculada com um desvio padrão.</p>
---	--

Questão 4

Guichê 1

Tempo(em min) (x_i)	Nº de pessoas (f_i)	$x_i \cdot f_i$
1	12	12
2	9	18
3	8	24
4	7	28
5	4	20
	40	102

a) $\bar{x} = \frac{102}{40} = 2,55$

b) $d_1 = |1 - 2,55| = |-1,55| = 1,55$
 $d_2 = |2 - 2,55| = |-0,55| = 0,55$
 $d_3 = |3 - 2,55| = |0,45| = 0,45$
 $d_4 = |4 - 2,55| = |1,45| = 1,45$
 $d_5 = |5 - 2,55| = |2,45| = 2,45$

$DMA = \frac{1,55(12) + 0,55(9) + 0,45(8) + 1,45(7) + 2,45(4)}{40}$
 $= \frac{18,6 + 4,95 + 3,6 + 10,15 + 9,8}{40} = \frac{47,1}{40} = 1,18$

Zona de normalidade: $2,55 \pm 1,18$ $1,37 \leftrightarrow 3,73$

Guichê 2

Tempo(em min) (x_i)	Nº de pessoas (f_i)	$x_i \cdot f_i$
1	8	8
2	10	20
3	12	36
4	6	24
5	4	20
	40	108

a) $\bar{x} = \frac{108}{40} = 2,7$

b) $d_1 = |1 - 2,7| = |-1,7| = 1,7$
 $d_2 = |2 - 2,7| = |-0,7| = 0,7$
 $d_3 = |3 - 2,7| = |0,3| = 0,3$
 $d_4 = |4 - 2,7| = |1,3| = 1,3$
 $d_5 = |5 - 2,7| = |2,3| = 2,3$

$DMA = \frac{1,7(8) + 0,7(10) + 0,3(12) + 1,3(6) + 2,3(4)}{40}$
 $= \frac{13,6 + 7 + 3,6 + 7,8 + 9,2}{40} = \frac{41,2}{40} = 1,03$

Zona de normalidade: $2,7 \pm 1,03$ $1,67 \leftrightarrow 3,73$

c) Os tempos de atendimento de cada guichê, comparados através de suas zonas de normalidade, demonstram uma distribuição muito próxima e, em sua grande maioria, abaixo do tempo de referência.

Questão 5

Nº de dependentes por funcionário (x_i)	f_i	$x_i \cdot f_i$
0	57	0
1	126	126
2	214	428
3	267	801
4	78	312
	742	1667

a) $\bar{x} = \frac{1667}{742} = 2,25$

b) $d_1 = |0 - 2,25| = |-2,25| = 2,25$ $d_2 = |1 - 2,25| = |-1,25| = 1,25$
 $d_3 = |2 - 2,25| = |-0,25| = 0,25$ $d_4 = |3 - 2,25| = |0,75| = 0,75$
 $d_5 = |4 - 2,25| = |1,75| = 1,75$

$DMA = \frac{2,25(57) + 1,25(126) + 0,25(214) + 0,75(267) + 1,75(78)}{742}$

$= \frac{128,25 + 157,5 + 53,5 + 200,25 + 136,5}{742} = \frac{676}{742} = 0,91$

b) Zona de normalidade: $2,25 \pm 0,91$

$1,34 \leftrightarrow 3,16$

MEDIDAS DE DISPERSÃO II

1. Uma pesquisa sobre a idade dos alunos da faculdade foi realizada com base numa amostra de 100 indivíduos:

Faixa etária	f_i
17 - 22	32
22 - 27	41
27 - 32	15
32 - 37	7
37 - 42	5
	100

- Calcule a idade média aritmética;
- Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação;
- Encontre a zona de normalidade para um desvio padrão;
- Com base na zona de normalidade, um aluno com idade aproximada de 35 anos é considerado um fato normal?

2. Estão relacionados a seguir as médias finais de 135 alunos do semestre passado da disciplina de Estatística:

Conceitos	f_i
0 - 2	12
2 - 4	15
4 - 6	32
6 - 8	51
8 - 10	25
	135

- Calcule o conceito médio aritmético;
- Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação;
- Encontre a zona de normalidade para um desvio padrão;
- Com base na zona de normalidade, um aluno com conceito 6,9 é considerado um fato normal?

3. Preocupada com os limites para o tempo de atendimento instituídos pelo banco central, determinada agência bancária decide investigar a atuação de seus funcionários dos guichês de atendimento. Para tanto, anotou o tempo, em minutos, de espera para o atendimento de 250 de seus clientes, obtendo:

Tempo de espera (em minutos)	f_i
0 - 5	112
5 - 10	85
10 - 15	41
15 - 20	12
	250

- Calcule o tempo médio aritmético de espera para o atendimento;
- Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação;
- Encontre a zona de normalidade para um desvio padrão;
- Com base na zona de normalidade, uma pessoa que tenha esperado 12 minutos para ser atendida é considerado um fato normal nesta agência?

4. Na semana passada, o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) obteve, através de uma pesquisa a nível nacional, informações habitacionais das residências brasileiras. Um dos aspectos estudados diz respeito ao número de habitantes por residência. Uma amostra investigada numa das capitais brasileiras obteve o seguinte resultado:

Nº de habitantes por residência	f_i
1	875
2	1240
3	1583
4	1650
5	1290
6	935
7	868
8	559
	6000

- Calcule o número médio de habitantes por residência
- Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação;
- Encontre a zona de normalidade para um desvio padrão;
- Com base na zona de normalidade calculada, uma residência com 5 habitantes é considerado um fato normal?

MEDIDAS DE DISPERSÃO II - RESOLUÇÃO

Questão 1

Faixa etária	f _i	x _i	x _i · f _i	x _i ²	x _i ² · f _i
17 - 22	32	19,5	624	380,25	12168
22 - 27	41	24,5	1004,5	600,25	24610,25
27 - 32	15	29,5	442,5	870,25	13053,75
32 - 37	7	34,5	241,5	1190,25	8331,75
37 - 42	5	39,5	197,5	1560,25	7801,25
	100		2510		65965

a) $\bar{x} = \frac{2510}{100} = 25,1$

b) $s = \sqrt{\frac{65965}{100} - (25,1)^2} = \dots = \sqrt{65,64} = 8,1$

$CV = \frac{8,1}{25,1} \times 100$ $CV = 32,27 \%$

c) Zona de normalidade: $25,1 \pm 8,1$ $17 \leftrightarrow 33,2$

d) Não é um fato normal, por estar fora da zona de normalidade para um desvio padrão: $z = \frac{35 - 25,1}{8,1} = 1,22$

Questão 2

Conceitos	f _i	x _i	x _i · f _i	x _i ²	x _i ² · f _i
0 - 2	12	1	12	1	12
2 - 4	15	3	45	9	135
4 - 6	32	5	160	25	800
6 - 8	51	7	357	49	2499
8 - 10	25	9	225	81	2025
	135		799		5471

a) $\bar{x} = \frac{799}{135} = 5,92$ b) $s = \sqrt{\frac{5471}{135} - (5,92)^2} = \dots = \sqrt{5,48} = 2,34$

$CV = \frac{2,34}{5,92} \times 100$ $CV = 39,53 \%$

c) Zona de normalidade: $5,92 \pm 2,34$ $3,58 \leftrightarrow 8,26$

d) Fato normal, por estar dentro da zona de normalidade para um desvio padrão: $z = \frac{6,9 - 5,92}{2,34} = 0,42$

Questão 3

Tempo (em min)	f _i	x _i	x _i · f _i	x _i ²	x _i ² · f _i
0 - 5	112	2,5	280	6,25	700
5 - 10	85	7,5	637,5	56,25	4781,25
10 - 15	41	12,5	512,5	156,25	6406,25
15 - 20	12	17,5	210	306,25	3675
	250		1640		15562,5

a) $\bar{x} = \frac{1640}{250} = 6,56$

b) $s = \sqrt{\frac{15562,5}{250} - (6,56)^2} = \dots = \sqrt{19,22} = 4,38$

$CV = \frac{4,38}{6,56} \times 100$ $CV = 66,77 \%$

c) Zona de normalidade: $6,56 \pm 4,38$ $2,18 \leftrightarrow 10,94$

d) Não é um fato normal, por estar fora da zona de normalidade para um desvio padrão: $z = \frac{12 - 6,56}{4,38} = 1,24$

Questão 4

Nº de hab por residência (x _i)	f _i	x _i · f _i	x _i ²	x _i ² · f _i
1	875	875	1	875
2	1240	2480	4	4960
3	1583	4749	9	14247
4	1650	6600	16	26400
5	1290	6450	25	32250
6	935	5610	36	33660
7	868	6076	49	42532
8	559	4472	64	35776
	9000	37312		190700

a) $\bar{x} = \frac{37312}{9000} = 4,15$

b) $s = \sqrt{\frac{190700}{9000} - (4,15)^2} = \dots = \sqrt{3,97} = 1,99$

$CV = \frac{1,99}{4,15} \times 100$ $CV = 47,95 \%$

c) Zona de normalidade: $4,15 \pm 1,99$ $2,16 \leftrightarrow 6,14$

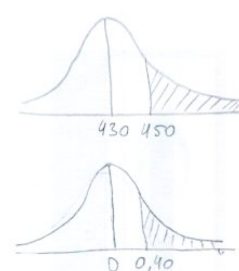
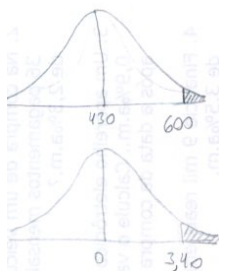
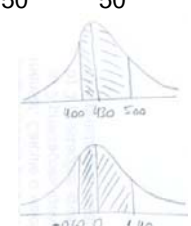
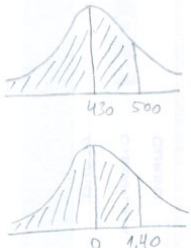
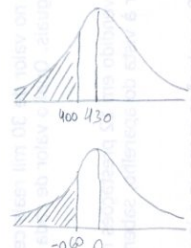
d) Fato normal, por estar dentro da zona de normalidade para um desvio padrão: $z = \frac{5 - 4,15}{1,99} = 0,43$

Distribuição Normal

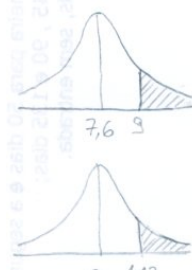
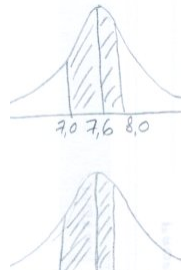
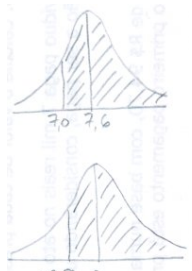
- Determinada peça do sistema de suspensão de um automóvel, após um teste com 100 amostras, teve durabilidade média de 430 dias com desvio padrão de 50 dias. Sabendo que a durabilidade da peça é distribuída normalmente, calcule a probabilidade da peça durar:
 - mais de 450 dias;
 - mais de 600 dias;
 - entre 400 e 500 dias;
 - menos de 500 dias;
 - menos de 400 dias.
- Um teste padronizado para a admissão em determinada empresa realizado com 200 pessoas teve resultado médio de 7,6 com desvio padrão de 1,2. A distribuição dos resultados pode ser considerada normal e a nota mínima para aprovação é 7,0.
 - Calcule a percentagem de candidatos com resultados acima de 9,0.
 - Qual a percentagem de candidatos com resultados entre 7,0 e 8,0?
 - Encontre a percentagem de candidatos aprovados nesta etapa.
 - Quantos candidatos foram aprovados, considerando que haviam 200 pessoas, no total?
- Ao fiscalizar a velocidade de 340 motoristas que passavam por determinado trecho da Freeway, durante um feriado, a Polícia Federal obteve uma velocidade média de 98 km/h, com um desvio padrão de 12 km/h. Verificou-se, também, que a distribuição das velocidades podia ser considerada uma normal. Dessa forma:
 - Determine a probabilidade de que um carro passe pelo local do radar com velocidade maior que 90 km/h;
 - Calcule a probabilidade de que o próximo carro a passar pelo radar móvel esteja se deslocando entre 90 e 100 km/h;
 - Qual a probabilidade de que a velocidade do próximo veículo seja maior que 100 km/h?
- O salário médio de uma amostra de 300 empregados de certa empresa é de R\$ 850,00 com desvio padrão de R\$ 95,00. Supondo que os salários sejam distribuídos normalmente, determine a percentagem e o número de empregados que recebem:
 - entre R\$ 500,00 e R\$ 700,00;
 - mais de R\$ 1000,00;
 - menos de R\$ 700,00
- Os pesos de 600 estudantes de determinada instituição são normalmente distribuídos com média de 72kg e desvio padrão de 8,5kg. Encontre o número estimado de alunos que pesam:
 - entre 60 e 80 kg;
 - mais que 80 kg;
 - menos que 75 kg.
- Uma fábrica de pneumáticos fez um teste com 700 pneus para medição do desgaste e verificou que ele obedecia a uma distribuição normal, de média 45 mil km e desvio padrão 2mil km, segundo as normas de segurança. Calcule a probabilidade de que um pneu escolhido ao acaso:
 - dure mais que 47 mil km;
 - dure entre 45 mil e 50 mil km;
 - dure menos que 40 mil km;
 - dure mais que 50 mil km

Distribuição Normal - Resolução

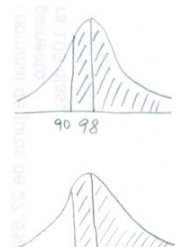
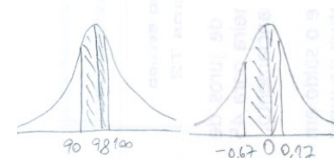
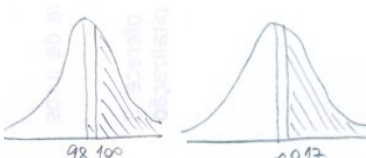
1. $\bar{x} = 430$ $s = 50$

<p>a) $z = \frac{450 - 430}{50} = \frac{20}{50} = 0,40$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,1554 = 0,3446 = 34,46\%$</p>	<p>b) $z = \frac{600 - 430}{50} = \frac{170}{50} = 3,40$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,4997 = 0,0003 = 0,03\%$</p>	<p>c) $z = \frac{400 - 430}{50} = \frac{-30}{50} = -0,60$ $z = \frac{500 - 430}{50} = \frac{70}{50} = 1,40$</p>  <p>$P = 0,2258 + 0,4192 = 0,645 = 64,5\%$</p>
<p>d) $z = \frac{500 - 430}{50} = \frac{70}{50} = 1,40$</p>  <p>$P = 0,5 + 0,4192 = 0,9192 = 91,92\%$</p>	<p>e) $z = \frac{400 - 430}{50} = \frac{-30}{50} = -0,60$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,2258 = 0,2742 = 27,42\%$</p>	

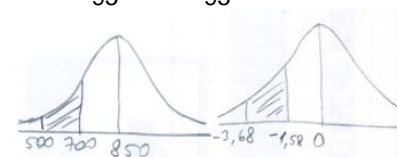
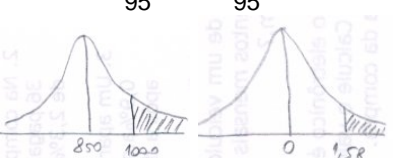
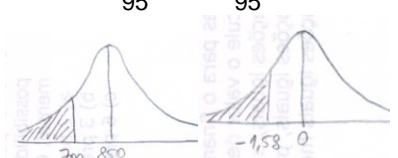
2. $\bar{x} = 7,6$ $s = 1,2$

<p>a) $z = \frac{9 - 7,6}{1,2} = \frac{1,4}{1,2} = 1,17$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,3790 = 0,121 = 12,1\%$</p>	<p>b) $z = \frac{7 - 7,6}{1,2} = \frac{-0,6}{1,2} = -0,50$ $z = \frac{8 - 7,6}{1,2} = \frac{0,4}{1,2} = 0,33$</p>  <p>$P = 0,1915 + 0,1293 = 0,3208 = 32,08\%$</p>
<p>c) $z = \frac{7 - 7,6}{1,2} = \frac{-0,6}{1,2} = -0,50$</p>  <p>$P = 0,5 + 0,1915 = 0,6915 = 69,15\%$</p>	<p>d) $n = 200$</p> <p>Aprovados = 69,15% de 200 = 138</p>

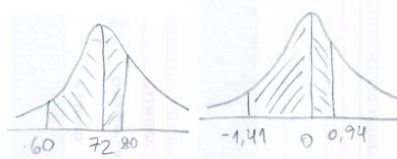
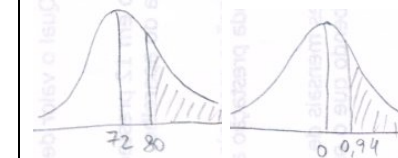
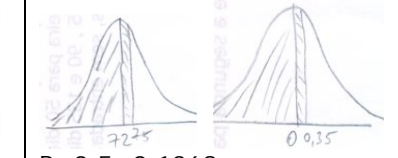
3. $\bar{x} = 98$ $s = 12$

<p>a) $z = \frac{90 - 98}{12} = \frac{-8}{12} = -0,67$</p>  <p>$P = 0,5 + 0,2486 = 0,7486 = 74,86\%$</p>	<p>b) $z = \frac{90 - 98}{12} = \frac{-8}{12} = -0,67$</p> <p>$z = \frac{100 - 98}{12} = \frac{2}{12} = 0,17$</p>  <p>$P = 0,2486 + 0,0675 = 0,3161 = 31,61\%$</p>	<p>c) $z = \frac{100 - 98}{12} = \frac{2}{12} = 0,17$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,0675 = 0,4325 = 43,25\%$</p>
---	--	--

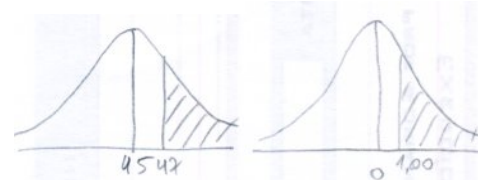
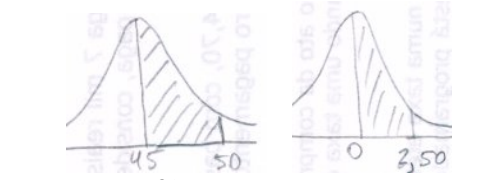
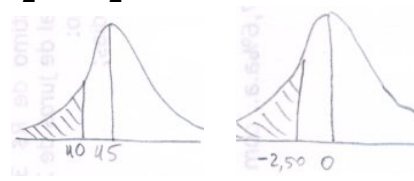

4. $\bar{x} = 850$ $s = 95$

<p>a) $z = \frac{500 - 850}{95} = \frac{-350}{95} = -3,68$</p> <p>$z = \frac{700 - 850}{95} = \frac{-150}{95} = -1,58$</p>  <p>$P = 0,499 - 0,4429 = 0,057 = 5,7\%$</p>	<p>b) $z = \frac{1000 - 850}{95} = \frac{150}{95} = 1,58$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,4429 = 0,0571 = 5,71\%$</p>	<p>c) $z = \frac{700 - 850}{95} = \frac{-150}{95} = -1,58$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,4429 = 0,0571 = 5,71\%$</p>
--	---	--

5. $\bar{x} = 72$ $s = 8,5$

<p>a) $z = \frac{60 - 72}{8,5} = \frac{-12}{8,5} = -1,41$</p> <p>$z = \frac{80 - 72}{8,5} = \frac{8}{8,5} = 0,94$</p>  <p>$P = 0,4207 + 0,3264 = 0,7471 = 74,71\%$</p>	<p>b) $z = \frac{80 - 72}{8,5} = \frac{8}{8,5} = 0,94$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,3264 = 0,1736 = 17,36\%$</p>	<p>c) $z = \frac{75 - 72}{8,5} = \frac{3}{8,5} = 0,35$</p>  <p>$P = 0,5 + 0,1368 = 0,6368 = 63,68\%$</p>
--	---	---

6. $\bar{x} = 45$ $s = 2$

<p>a) $z = \frac{47 - 45}{2} = \frac{2}{2} = 1,00$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,3413 = 0,1587 = 15,87\%$</p>	<p>b) $z = \frac{50 - 45}{2} = \frac{5}{2} = 2,50$</p>  <p>$P = 0,4938 = 49,38\%$</p>
<p>c) $z = \frac{40 - 45}{2} = \frac{-5}{2} = -2,50$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,4938 = 0,0062 = 0,62\%$</p>	<p>d) $z = \frac{50 - 45}{2} = \frac{5}{2} = 2,50$</p>  <p>$P = 0,5 - 0,4938 = 0,0062 = 0,62\%$</p>

ESTIMAÇÃO E INTERVALOS DE CONFIANÇA

- De 100 funcionários de caixas aleatoriamente selecionados entre várias agências, um banco levantou uma média de 3,6 erros por dia e desvio padrão de 0,42 erro por dia. A 98% de confiança, qual o intervalo da provável média dos erros cometidos pelos caixas do banco?
- Uma amostra aleatória de 500 contas de poupança, numa filial do Banco do Brasil acusou saldo médio diário de R\$ 740,00 com desvio padrão de R\$95,00. Construa os intervalos de 78% e 99,9% de confiança para a verdadeira média.
- Um auditor fiscal deseja estimar o volume médio de vendas anuais projetadas por diversas empresas de mesmo porte num determinado setor industrial. O auditor registrou dados de 150 empresas e obteve uma média amostral de R\$ 2,5 milhões com um desvio padrão de R\$ 0,62 milhão. Construa um intervalo de confiança de 80% e 95% para o volume médio de vendas.
- O Detran-RS fez uma pesquisa acerca das velocidades desenvolvidas na Av. Mauá no período das 19 às 22 horas, em determinado dia da semana. No período observado, 1000 veículos passaram por um aparelho de radar a uma velocidade média de 52 km/h, com desvio padrão de 18 km/h. Estime a verdadeira média através do intervalo de 92% e 98% de confiança para a média da população.
- A distribuição dos diâmetros de parafusos produzidos por determinada máquina é normal, com média aritmética de 25 mm e desvio padrão igual a 0,2 mm, baseado numa amostra de 60 parafusos. Construa intervalos de 85% e 99,9% de confiança para o diâmetro médio da produção dessa máquina.
- A cronometragem de certa operação bancária em 30 caixas de atendimento automático forneceu os seguintes valores (em segundos):

14	16	13	13	15	15	16	14	15	14	16	14	13	14	15
12	16	15	11	12	16	11	13	16	14	12	15	14	13	15

Supondo que os tempos medidos tenham distribuição normal, construa um intervalo de 99 % de confiança para o tempo médio dessa operação em todos os caixas automáticos.
- Uma moeda foi jogada 400 vezes, obtendo-se 136 "caras". Construa o intervalo de 97 % de confiança para a proporção de resultados "coroa" nessa moeda.
- Numa pesquisa de mercado, 57 dentre 150 entrevistados afirmaram que comprariam o produto "X" a ser lançado no mês seguinte. Sendo a população de compradores em potencial formada por 2000 indivíduos, construa um intervalo de 99,9% de confiança para a proporção de consumidores a adquirirem o produto "X".
Determine, também, a quantidade mínima de indivíduos que devem consumir o produto "X", baseado no intervalo de confiança.
- Com o objetivo de estimar a proporção de alunos do curso de Comércio Exterior sobre a criação de um centro acadêmico específico, um pesquisador entrevistou uma amostra aleatória de 210 alunos e descobriu que 72% eram favoráveis. Com essa informação, calcule os intervalos de confiança de 60% e 99% para a proporção dos favoráveis à criação do centro.
- Determinada pesquisa boca de urna com 1300 eleitores apontava 630 votos para o candidato A e 580 para o candidato B, ficando o restante dos votos para candidatos de menor expressão. Com 70% de confiança, calcule o intervalo de confiança para a verdadeira proporção para candidato na referida votação.

ESTIMAÇÃO E INTERVALOS DE CONFIANÇA - RESOLUÇÃO

<p>1) $n = 100$ $\bar{X} = 3,6$ $s = 0,42$ Confiança 98% $z = 2,33$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 3,6 \pm 2,33 \cdot \frac{0,42}{\sqrt{100}} \quad 3,6 \pm 0,0979$ $3,5021 \Leftrightarrow 3,6979$</p>	<p>2) $n = 500$ $\bar{X} = 740$ $s = 95$ Confiança 78% $z = 1,23$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 740 \pm 1,23 \cdot \frac{95}{\sqrt{500}} \quad 740 \pm 5,2257$ $734,7743 \Leftrightarrow 745,2257$ Confiança 99,9% $z = 3,32$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 740 \pm 3,32 \cdot \frac{95}{\sqrt{500}} \quad 740 \pm 14,1051$ $725,8949 \Leftrightarrow 754,1051$</p>
<p>3) $n = 150$ $\bar{X} = 2,5$ $s = 0,62$ Confiança 80% $z = 1,28$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 2,5 \pm 1,28 \cdot \frac{0,62}{\sqrt{150}} \quad 2,5 \pm 0,0648$ $2,4352 \Leftrightarrow 2,5648$ Confiança 95% $z = 1,96$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 2,5 \pm 1,96 \cdot \frac{0,62}{\sqrt{150}} \quad 2,5 \pm 0,0992$ $2,4008 \Leftrightarrow 2,5992$</p>	<p>4) $n = 1000$ $\bar{X} = 52$ $s = 18$ Confiança 92% $z = 1,75$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 52 \pm 1,75 \cdot \frac{18}{\sqrt{1000}} \quad 52 \pm 0,9961$ $51,0039 \Leftrightarrow 52,9961$ Confiança 98% $z = 2,33$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 52 \pm 2,33 \cdot \frac{18}{\sqrt{1000}} \quad 52 \pm 1,3263$ $50,6737 \Leftrightarrow 53,3263$</p>
<p>5) $n = 60$ $\bar{X} = 25$ $s = 0,2$ Confiança 85% $z = 1,44$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 25 \pm 1,44 \cdot \frac{0,2}{\sqrt{60}} \quad 25 \pm 0,0372$ $24,9628 \Leftrightarrow 25,0372$ Confiança 99,9% $z = 3,32$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 25 \pm 3,32 \cdot \frac{0,2}{\sqrt{60}} \quad 25 \pm 0,0857$ $24,9143 \Leftrightarrow 25,0857$</p>	<p>6) $n = 30$ $\bar{x} = \frac{422}{30} = 14,07$ $s = \sqrt{\frac{6002}{30} - (14,07)^2} = 1,45$ Confiança 99% $z = 2,58$ $\bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 14,07 \pm 2,58 \cdot \frac{1,45}{\sqrt{30}} \quad 14,07 \pm 0,68$ $13,39 \Leftrightarrow 14,75$</p>
<p>7) $n = 400$ $P = \frac{264}{400} = 0,66$ Confiança 97% $z = 2,17$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \quad 0,66 \pm 2,17 \cdot \sqrt{\frac{0,66(1-0,66)}{400}}$ $0,66 \pm 2,17 \cdot 0,0237$ $0,66 \pm 0,05$ $0,61 \Leftrightarrow 0,71$ $61\% \Leftrightarrow 71\%$</p>	<p>8) $N_p = 2000$ $n = 150$ $p = \frac{57}{150} = 0,38$ Confiança 99,9% $z = 3,32$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n} \cdot \frac{N_p - n}{N_p - 1}}$ $0,38 \pm 3,32 \cdot \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{150} \cdot \frac{2000-150}{2000-1}}$ $0,38 \pm 3,32 \cdot 0,0396 \cdot 0,9620$ $0,38 \pm 0,13$ $0,25 \Leftrightarrow 0,51$ $25\% \Leftrightarrow 51\%$ <p>Otda mínima = 0,25 . 2000 = 500 pessoas</p></p>
<p>9) $n = 210$ $P = 72\% = 0,72$ Confiança 60% $z = 0,84$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \quad 0,72 \pm 0,84 \cdot \sqrt{\frac{0,72(1-0,72)}{210}}$ $0,72 \pm 0,84 \cdot 0,0310$ $0,72 \pm 0,026$ $0,69 \Leftrightarrow 0,74$ $69\% \Leftrightarrow 74\%$</p>	<p>Confiança 99% $z = 2,58$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \quad 0,72 \pm 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,72(1-0,72)}{210}}$ $0,72 \pm 2,58 \cdot 0,0310$ $0,72 \pm 0,08$ $0,64 \Leftrightarrow 0,80$ $64\% \Leftrightarrow 80\%$</p>
<p>10) $n = 1300$ Confiança 70% $z = 1,04$ $p_A = \frac{630}{1300} = 0,48$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \quad 0,48 \pm 1,04 \cdot \sqrt{\frac{0,48(1-0,48)}{1300}}$ $0,48 \pm 1,04 \cdot 0,0138$ $0,48 \pm 0,014$ $0,47 \Leftrightarrow 0,49$ $47\% \Leftrightarrow 49\%$</p>	<p>$p_B = \frac{580}{1300} = 0,45$ $P \pm z \cdot \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \quad 0,45 \pm 1,04 \cdot \sqrt{\frac{0,45(1-0,45)}{1300}}$ $0,48 \pm 1,04 \cdot 0,0138$ $0,48 \pm 0,014$ $0,44 \Leftrightarrow 0,46$ $44\% \Leftrightarrow 46\%$</p>

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES: NORMAL E "t" DE STUDENT

1. Determinada pizzaria especializada em tele-entregas propõe a seus clientes que, se a entrega for realizada acima de 30 minutos após a encomenda, eles não precisarão pagar pelo serviço. Preocupado com os possíveis prejuízos, o gerente decide avaliar o risco da oferta. Para tal avaliação, observa os tempos(em minutos) das primeiras 15 entregas:

23	25	21	23	27
28	34	18	30	26
32	28	22	31	29

Supondo distribuição normal e com base na amostra, calcule:

- A probabilidade de uma pizza ser entregue em até 30 minutos;
 - A probabilidade de acontecer uma entrega que ultrapasse o tempo de 30 minutos.
2. Uma empresa trabalha especificamente com entrega de produtos via correio. Numa determinada semana, foi observada uma amostra contendo 28 entregas. Destas, em média 6 entregas são entregues no endereço errado, com um desvio padrão de 2 entregas e distribuição normal. Considerando as entregas ocorridas em locais equivocados, encontre a probabilidade de, em determinada semana, serem entregues:
- mais de 9 pacotes em endereços errados;
 - menos de 4 pacotes em endereços errados;
 - entre 5 e 10 pacotes em endereços errados;
 - entre 10 e 15 pacotes em endereços errados.
3. Certa companhia aérea de transporte de passageiros, preocupada com o número de assentos vazios por voo, decidiu analisar uma amostra dos 35 últimos voos ocorridos nos últimos dias. Obteve uma média de 18 poltronas vazias, com um desvio padrão de 3,5 poltronas e distribuição normal. Calcule a probabilidade de:
- Ocorrer um voo com mais de 20 poltronas vazias;
 - Ocorrer um voo com menos de 10 poltronas vazias;
 - Ocorrer um voo com 15 a 20 poltronas vazias;
 - Ocorrer um voo com 20 a 25 poltronas vazias.
4. Um restaurante analisou o movimento de clientes nos 7 dias da semana passada, obtendo um número médio de 170 pessoas/dia com um desvio padrão de 27 pessoas e distribuição normal. Calcule a chance de, num determinado dia, o restaurante receber:
- Mais de 200 pessoas;
 - Entre 150 e 200 pessoas;
 - Menos de 150 pessoas;
 - Entre 100 e 150 pessoas;
 - Mais de 300 pessoas;
 - Entre 50 e 100 pessoas.
5. Nos últimos 4 "feriadões", determinada região metropolitana teve uma saída média de 50 mil veículos por feriadão, com um desvio padrão aproximado de 7 mil veículos e distribuição normal. Levando-se em conta esses dados, qual a chance de, no próximo "feriadão", acontecer uma saída de:
- Mais de 60 mil veículos;
 - Entre 40 e 60 mil veículos;
 - Mais de 70 mil veículos;
 - Entre 30 e 50 mil veículos;
 - Menos de 55 mil veículos.

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES: NORMAL E "t" DE STUDENT

Questão 1

<p>a)</p> $t = \frac{30 - 26,47}{4,3} = 0,8$ $P = 50 + 28,15 = \mathbf{78,15\%}$	<p>b)</p> $P = 50 - 28,15 = \mathbf{21,85\%}$
--	---

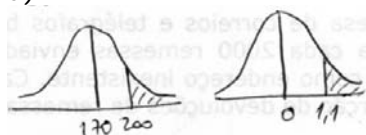
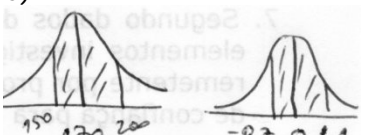

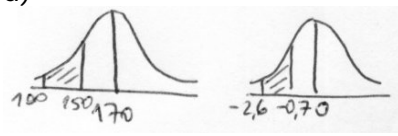
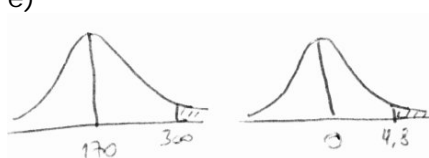
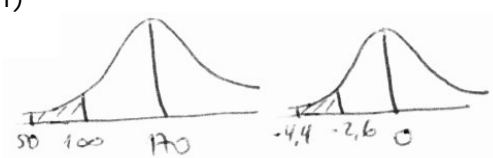
Questão 2

<p>a)</p> $t = \frac{9 - 6}{2} = 1,5$ $P = 50 - 42,74 = \mathbf{7,26\%}$	<p>b)</p> $t = \frac{4 - 6}{2} = -1$ $P = 50 - 33,69 = \mathbf{16,31\%}$
<p>c)</p> $t = \frac{5 - 6}{2} = -0,5$ $t = \frac{10 - 6}{2} = 2$ $P = 18,94 + 47,22$ $P = \mathbf{66,16\%}$	<p>d)</p> $t = \frac{15 - 6}{2} = 4,5$ $P = 49,99 - 47,22 = \mathbf{2,77\%}$

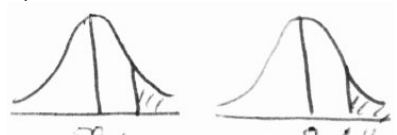

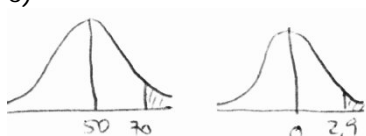
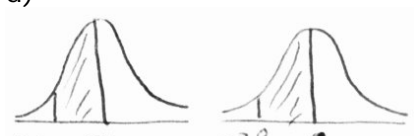
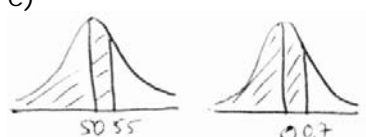
Questão 3

<p>a)</p> $z = \frac{20 - 18}{3,5} = 0,57$ $P = 0,5 - 0,2157 = \mathbf{28,43\%}$	<p>b)</p> $z = \frac{10 - 18}{3,5} = -2,29$ $P = 0,5 - 0,489 = \mathbf{1,1\%}$
<p>c)</p> $z = \frac{15 - 18}{3,5} = -0,86$ $P = 0,3051 + 0,2157 = \mathbf{52,08\%}$	<p>d)</p> $z = \frac{25 - 18}{3,5} = 2$ $P = 0,4772 - 0,2157 = \mathbf{26,15\%}$

Questão 4

<p>a)</p>  $t = \frac{200 - 170}{27} = 1,1$ <p>$P = 50 - 34,33 = \mathbf{15,67\%}$</p>	<p>b)</p>  $t = \frac{150 - 170}{27} = -0,7$ <p>$P = 24,49 + 34,33 = \mathbf{58,82\%}$</p>
<p>c)</p>  $P = 50 - 24,49 = \mathbf{25,51\%}$	<p>d)</p>  $t = \frac{100 - 170}{27} = -2,6$ <p>$P = 47,97\% - 24,49\% = \mathbf{23,48\%}$</p>
<p>e)</p>  $t = \frac{300 - 170}{27} = 4,8$ <p>$P = 50 - 49,85 = \mathbf{0,15\%}$</p>	<p>f)</p>  $t = \frac{50 - 170}{27} = -4,4$ <p>$P = 49,44 - 47,97 = \mathbf{1,8\%}$</p>

Questão 5

<p>a)</p>  $t = \frac{60 - 50}{7} = 1,4$ <p>$P = 50 - 37,2 = \mathbf{12,8\%}$</p>	<p>b)</p>  $t = \frac{40 - 50}{7} = -1,4$ <p>$P = 37,2 + 37,2 = \mathbf{74,4\%}$</p>
<p>c)</p>  $t = \frac{70 - 50}{7} = 2,9$ <p>$P = 50 - 46,87 = \mathbf{3,13\%}$</p>	<p>d)</p>  $t = \frac{30 - 50}{7} = -2,9$ <p>$P = \mathbf{46,87\%}$</p>
<p>e)</p>  $t = \frac{55 - 50}{7} = 0,7$ <p>$P = 50 + 23,28 = \mathbf{73,28\%}$</p>	

INTERVALOS DE CONFIANÇA: NORMAL E "t" DE STUDENT

- Nos últimos 25 dias, uma cantina italiana teve um movimento médio de 85 pessoas por dia, obtendo um desvio padrão de 14 pessoas por dia e distribuição normal dentro da amostra. Calcule o intervalo de confiança para o verdadeiro movimento médio de pessoas do estabelecimento para níveis de confiança de 86% e 99%.
- Determinada empresa de transporte de passageiros via ônibus obteve, nas últimas 18 viagens, uma média de 8 assentos vazios por viagem, com um desvio padrão de 3 assentos e distribuição normal. Calcule o intervalo de confiança para o número médio de assentos vazios para níveis de confiança de 94% e 99,8%.
- Determinada operação de radar eletrônico da empresa de controle de circulação obteve as seguintes velocidades(em Km/h) referentes a 20 veículos que trafegavam na via cuja velocidade máxima permitida é de 60km/h:

58	62	52	58	62	62	52	62	52	52
51	67	70	51	67	67	70	62	70	62

 Levando-se em consideração que 2300 veículos tiveram suas velocidades anotadas, calcule o intervalo de confiança para a velocidade média dos veículos no trecho para níveis de confiança de 80% e 96%.
- Um dos itens de determinada pesquisa demográfica versa sobre o salário médio da população. A média salarial de 12 bairros de certa cidade gira em torno de 843 reais com desvio padrão de 97 reais e distribuição normal. Sabendo que tal cidade possui 29 bairros, calcule o intervalo de 88% de confiança para a média salarial da cidade, baseada na amostra de 12 bairros.
- No último semestre, numa turma da disciplina de matemática contendo 48 pessoas, uma amostra da nota de 12 deles apontou para uma nota média de 7,8 , com um desvio padrão de 1,4 e distribuição das notas normal. Calcule o intervalo de confiança para a média da turma com nível de confiança de 90%.
- Em determinada companhia aérea de transporte de passageiros, após uma análise em 28 vôos verificou-se que, a cada 300 passageiros, 32 optam por passagens de 1ª classe. Encontre o intervalo de confiança para a proporção de passageiros que viajam de 1ª classe com níveis de confiança de 90% e 98%.
- Segundo dados da empresa de correios e telégrafos baseados numa amostra de 10 mil elementos investigados, a cada 2000 remessas enviadas, em torno de 85 retornam ao remetente por problemas como endereço inexistente. Calcule os intervalos de 70% e 97% de confiança para a proporção de devoluções de remessas.
- Nos últimos 150 dias, a maternidade de determinado hospital municipal costuma realizar 10 partos por dia, entre os quais 7 cesarianas. Calcule o intervalo de 99% de confiança para a proporção dos partos normais realizados.

INTERVALOS DE CONFIANÇA: NORMAL E "t" DE STUDENT - RESOLUÇÃO

Questão 1

$n = 25 \quad v = 25-1 = 24 \quad \bar{X} = 85 \quad s = 14$ $86\%: 85 \pm 1,5263 \cdot \frac{14}{\sqrt{25}} \quad 85 \pm 4,27$ 80,73 \Leftrightarrow 89,27	$99\%: 85 \pm 2,7970 \cdot \frac{14}{\sqrt{25}} \quad 85 \pm 7,83$ 77,17 \Leftrightarrow 92,83
---	---

Questão 2

$n = 18 \quad v = 18-1 = 17 \quad \bar{X} = 8 \quad s = 3$ $94\%: 8 \pm 2,0150 \cdot \frac{3}{\sqrt{18}} \quad 8 \pm 1,42 \quad \mathbf{6,58 \Leftrightarrow 9,42}$	$99,8\%: 8 \pm 3,6458 \cdot \frac{3}{\sqrt{18}} \quad 8 \pm 2,58 \quad \mathbf{5,42 \Leftrightarrow 10,58}$
--	---

Questão 3

$n = 20 \quad v = 20-1 = 19 \quad \bar{X} = 60,45 \quad s = 6,68$ $N_p = 2300$ $80\%: 60,45 \pm 1,3277 \cdot \frac{6,68}{\sqrt{20}} \cdot \sqrt{\frac{2300-20}{2300-1}}$ $60,45 \pm 1,3177 \cdot 1,49 \cdot 0,9959$ $60,45 \pm 1,97 \quad \mathbf{58,48 \Leftrightarrow 62,42}$	$96\%: 60,45 \pm 2,2047 \cdot \frac{6,68}{\sqrt{20}} \cdot \sqrt{\frac{2300-20}{2300-1}}$ $60,45 \pm 2,2047 \cdot 1,49 \cdot 0,9959$ $60,45 \pm 3,27$ 57,18 \Leftrightarrow 63,72
---	--

Questão 4

$n = 12 \quad v = 12-1 = 11 \quad \bar{X} = 843 \quad s = 97$ $N_p = 29$ $88\%: 843 \pm 1,6856 \cdot \frac{97}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{29-12}{29-1}} \quad 843 \pm 1,6856 \cdot 28 \cdot 0,78 \quad 843 \pm 36,81 \quad \mathbf{806,19 \Leftrightarrow 879,81}$
--

Questão 5

$n = 12 \quad v = 12-1 = 11 \quad \bar{X} = 7,8 \quad s = 1,4$ $N_p = 48$ $90\%: 7,8 \pm 1,7959 \cdot \frac{1,4}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{48-12}{48-1}} \quad 7,8 \pm 1,7959 \cdot 0,40 \cdot 1,89 \quad 7,8 \pm 0,64 \quad \mathbf{7,16 \Leftrightarrow 8,44}$

Questão 6

$n = 28 \quad v = 28-1 = 27 \quad P = \frac{32}{300} = 0,11$ $98\%: 0,11 \pm 2,4727 \cdot \sqrt{\frac{0,11(1-0,11)}{28}}$ $0,11 \pm 2,4727 \cdot 0,06$ $0,11 \pm 0,15 \quad \mathbf{0\% \Leftrightarrow 26\%}$	$90\%: 0,11 \pm 1,7033 \cdot \sqrt{\frac{0,11(1-0,11)}{28}}$ $0,11 \pm 1,7033 \cdot 0,06$ $0,11 \pm 0,10$ 1% \Leftrightarrow 21%
---	---

Questão 7

$n = 10000 \quad P = \frac{85}{2000} = 0,04$ $70\%: 0,04 \pm 1,04 \cdot \sqrt{\frac{0,04(1-0,04)}{10000}} \quad 0,04 \pm 1,04 \cdot 0,002$ $0,04 \pm 0,002 \quad \mathbf{3,8\% \Leftrightarrow 4,2\%}$	$97\%: 0,04 \pm 2,17 \cdot \sqrt{\frac{0,04(1-0,04)}{10000}}$ $0,04 \pm 2,17 \cdot 0,002$ $0,04 \pm 0,0043 \quad \mathbf{3,6\% \Leftrightarrow 4,4\%}$
--	--

Questão 8

$n = 150 \quad P = \frac{3}{10} = 0,3$ $99\%: 0,3 \pm 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,3(1-0,3)}{150}} \quad 0,3 \pm 2,58 \cdot 0,0014 \quad 0,3 \pm 0,0036 \quad \mathbf{29,64\% \Leftrightarrow 30,36\%}$
--

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR

1. Determinada empresa decide pelo investimento em publicidade para incrementar a sua receita. Para tanto, se propõe a investir quantias crescentes, mês a mês, sempre preocupada com a receita gerada:

Investimento publicitário (x mil reais)	Receita obtida no mês (x mil reais)
8	56
13	65
15	70
18	78
20	82
25	90

- a) Calcule o coeficiente de correlação linear(r) para saber se existe alguma relação entre a verba investida em publicidade e a receita obtida no mês;
 b) Encontre a equação de regressão linear e estime a receita obtida (aproximada) num mês onde o investimento publicitário seja de 30 mil reais.
2. Uma fábrica de peças para veículos automotivos acredita que o tempo de experiência indica o número estimado de peças erradas que um funcionário irá produzir. Dessa forma, escolheu de forma aleatória 5 de seus funcionários, relacionando tempo de serviço com número de peças defeituosas produzidas num mês:

Tempo de serviço(em meses)	16	10	12	8	3
Nº de peças erradas(em unid)	15	18	16	25	48

- a) Calcule o coeficiente de correlação linear(r) para saber se existe alguma relação entre o tempo de serviço e a produção de peças com defeitos;
 b) Encontre a equação de regressão linear e estime o número aproximado de peças erradas que um funcionário com 36 meses de experiência produziria.
3. Um banco possui 8 agências em determinado município. Desejando verificar a afirmação de que um maior número de funcionários leva a uma ineficiência maior no serviço, o gerente geral relacionou o número de funcionários por agência (x_i) e a classificação das agências segundo sua eficiência dentre todas as agências do banco (y_i). Qual a conclusão?

Nº Funcionários	9	15	12	12	13	20	22	17
Classificação	8º	13º	6º	22º	15º	36º	29º	31º

4. Oito alunos sorteados entre os do primeiro semestre de determinado curso da faculdade obtiveram as seguintes médias finais nas disciplinas de TGA e Matemática:

TGA	8	9	6	8,5	5	7	8,2	6,5
Matemática	2,5	3	7	4,5	8	6,5	6,8	7,8

- a) Com base nesses dados, qual a relação entre os resultados finais das duas disciplinas?
 b) Equacione a reta de regressão que melhor se adapta aos dados coletados.

CORRELAÇÃO E REGRESSÃO LINEAR - RESOLUÇÃO

Questão 1

Investimento (x mil reais) X	Receita (x mil reais) Y	X . Y	X ²	Y ²
8	56	448	64	3136
13	65	845	169	4225
15	70	1050	225	4900
18	78	1404	324	6084
20	82	1640	400	6724
25	90	2250	625	8100
∑ X = 99	∑ Y = 441	∑ XY = 7637	∑ X² = 1807	∑ Y² = 33169

$$a) r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \quad r = \frac{6(7637) - (99)(441)}{\sqrt{[6(1807) - (99)^2][6(33169) - (441)^2]}} = \frac{2163}{\sqrt{[1041][4533]}} \quad r =$$

0,99

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{2163}{1041} = 2,08$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{441}{6} = 73,5 \quad \bar{x}_x = \frac{99}{6} = 16,5 \quad b = 73,5 - 2,08 \cdot 16,5 = 39,18$$

Dessa forma, tem-se **y = 2,08x + 39,18**

E para um investimento de 30 mil reais: $y = 2,08(30) + 39,18 = 101,58$ mil reais

Questão 2

Tempo de serviço X	Nº de peças erradas Y	X . Y	X ²	Y ²
16	15	240	256	225
10	18	180	100	324
12	16	192	144	256
8	25	200	64	625
3	48	144	9	2304
∑ X = 49	∑ Y = 122	∑ XY = 956	∑ X² = 573	∑ Y² = 3734

$$a) r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} \quad r = \frac{5(956) - (49)(122)}{\sqrt{[5(573) - (49)^2][5(3734) - (122)^2]}} = \frac{-1198}{\sqrt{[464][3786]}} \quad r = -0,90$$

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{-1198}{464} = -2,58$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{122}{5} = 24,4 \quad \bar{x}_x = \frac{49}{5} = 9,8 \quad b = 24,4 - (-2,58) \cdot 9,8 = 49,68$$

Dessa forma, tem-se **y = -2,58x + 49,68**

E para um funcionário com 36 meses de experiência: $y = -2,58(36) + 49,68 = -43,2$, indicando que não se espera a produção de peças erradas para um funcionário com tal experiência.

Questão 3

Nº Funcionários X	Classificação Y	X . Y	X²	Y²
9	8	72	81	64
15	13	195	225	169
12	6	72	144	36
12	22	264	144	484
13	15	195	169	225
20	36	720	400	1296
22	29	638	484	841
17	31	527	289	961
$\sum X = 120$	$\sum Y = 160$	$\sum XY = 2683$	$\sum X^2 = 1936$	$\sum Y^2 = 4076$

$$r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r = \frac{8(2683) - (120)(160)}{\sqrt{[8(1936) - (120)^2][8(4076) - (160)^2]}} = \frac{2264}{\sqrt{[1088][7008]}}$$

0,82

Questão 4

TGA (X)	Matemática (Y)	X . Y	X²	Y²
8	2,5	20	72	6,25
9	3	27	81	9
6	7	42	36	49
8,5	4,5	38,25	72,25	20,25
5	8	40	25	64
7	6,5	45,5	49	42,25
8,2	6,8	55,76	67,24	46,24
6,5	7,8	50,7	42,25	60,84
$\sum X = 58,2$	$\sum Y = 46,1$	$\sum XY = 319,21$	$\sum X^2 = 444,74$	$\sum Y^2 = 297,83$

a) $r = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$

$$r = \frac{8(319,21) - (58,2)(46,1)}{\sqrt{[8(444,74) - (58,2)^2][8(297,83) - (46,1)^2]}} = \frac{-129,34}{\sqrt{[170,68][257,43]}}$$

r = -0,62

b) $y = ax + b$

$$a = \frac{n(\sum X.Y) - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \quad a = \frac{-129,34}{170,68} = -0,76$$

$$b = \bar{X}_y - a \cdot \bar{X}_x$$

$$\bar{x}_y = \frac{58,2}{8} = 7,28 \quad \bar{x}_x = \frac{46,1}{8} = 5,76 \quad b = 7,28 - (-0,76) \cdot 5,76 = 11,66$$

Dessa forma, tem-se **y = -0,76x + 11,66**