Método de Determinantes

Una diferencia de dos productos de dos factores:

a . d - b .c

Se esquematiza a través de un arreglo matricial, de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

El determinante es el producto de los números de la diagonal principal (en rojo), menos el producto de los números de la otra diagonal (en negro).

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - c.b$$

Vamos a ver el siguiente ejemplo, para entender cómo se aplica este concepto, en la resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales, con dos incógnitas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 4x + y = 4 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 4.(-3) - 2.1 = -14$$

Llamamos Δ al determinante que resulta de la matriz de los coeficientes de x e y.

Luego:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -3 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{4.(-3) - (-5).1}{-14} = \frac{-7}{-14} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{4.(-5) - 2.4}{-14} = \frac{-28}{-14} = 2$$

Observa:

- **El numerador de x se obtiene reemplazando en Δ, los coeficientes de x, por los términos independientes.**
- **El numerador de y se obtiene reemplazando en Δ, los coeficientes de y, por los términos independientes.**

Esta forma de resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, se la conoce como regla de Cramer.

Importante: si Δ = 0, el sistema puede ser, incompatible o compatible indeterminado.

- **Si el determinante del numerador de x e y es ≠ 0, el sistema es incompatible.**
- **Si el determinante del numerador de x e y es = 0, el sistema es compatible indeterminado.**

Ejercitación:

Resuelvan los siguientes sistemas, aplicando la regla de Cramer, y escriban el conjunto solución.

Clasifiquen cada uno de ellos. Realicen la verificación si el sistema es compatible determinado, y al menos dos verificaciones, si es compatible indeterminado.

a) $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ -3x + \frac{1}{2}y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = y \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y - 8 = 0 \\ x - 4 = -5y \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x = y \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -2x + \frac{1}{3} = y \\ 5x + \frac{1}{3}y = 3 \end{cases}$