

FUNCIONES RACIONALES

Una **función racional** responde a la forma $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, donde **P(x)** y **Q(x)** son polinomios.

El **dominio** de una función racional es el conjunto de los valores de la variable que no anulan el denominador.

$$\text{a) } f_1(x) = \frac{x+3}{x-3}$$

$$Df_1 = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$\text{b) } f_2(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$$

$$Df_2 = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

$$\text{c) } f_3(x) = \frac{x^3+2}{x^4+1}$$

$$Df_3 = \mathbb{R}$$

Para realizar el gráfico aproximado de una función racional, se debe:

- Hallar la **intersección con el eje y**, la cual existe si 0 (cero) pertenece al dominio de la función y es el punto **(0; f(0))**.
- Hallar las **raíces o ceros** de la función, que son los valores que pertenecen al dominio de la misma y que anulan la función, o sea, las raíces del numerador.

$$P(x_n) = 0 \Rightarrow f(x_n) = 0$$

- Calcular la **asíntota vertical** de $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, que es el valor α para el cual se verifica que:

$$Q(\alpha) = 0 \wedge P(\alpha) \neq 0 \Rightarrow x = \alpha \text{ es asíntota vertical (A.V.)}$$

- Calcular la **asíntota horizontal**, que en una función racional existe si el grado del polinomio numerador es menor o igual al grado del polinomio denominador.

$$\text{grado de } P(x) < \text{grado de } Q(x) \Rightarrow y = 0 \text{ es asíntota horizontal (A.H.)}$$

$$\text{grado de } P(x) = \text{grado de } Q(x) \Rightarrow y = \frac{\text{coeficiente principal de } P(x)}{\text{coeficiente principal de } Q(x)} \text{ es A.H.}$$

EJEMPLO

$$f(x) = \frac{x-2}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

- Intersección con el eje y

$f(0) = 2 \Rightarrow (0 ; 2)$ es la intersección con el eje y.

- Raíces

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

- Asíntota vertical

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

- Asíntota horizontal

$$y = \frac{1}{1} \Rightarrow y = 1$$