

MAT 5711 - Cálculo Avançado

Prova Substitutiva - 21/06/2006

Nome: _____

Número USP: _____

Professor: _____

Q 1	
Q 2	
Q 3	
Q 4	
Nota	

Justifique suas respostas

Questão 1. (2,5 pt) Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ função suave. Mostre que o conjunto $f([a, b])$ tem medida nula em $\mathbb{R}^2$.

Q1)

Questão 2. (2,5pt) Seja $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ função de classe C^1 tal que para qualquer $x, y \in \mathbb{R}^n$ temos que $|f(x) - f(y)| \geq |x - y|$. Prove que f é um difeomorfismo C^1 sobre $\mathbb{R}^n$. (Sugestão: Mostre que $f(\mathbb{R}^n)$ é aberto e fechado).

Q2)

Questão 3. (2,0pt)

- a) Enuncie o teorema de mudança de variáveis.
- b) Calcule $\int_U \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ onde

$$U := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

Q3)

Questão 4. (3,0 pt)

- a) Enuncie o teorema de Stokes para uma variedade M de classe C^∞ que tem dimensão m .
- b) Demonstre o teorema de Stokes para os seguintes casos particulares:
 - b.1) $M = \mathbb{R}^2$
 - b.2) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0\}$
- c) Enuncie o teorema de partição da unidade extritamente subordinada a uma cobertura aberta de uma variedade.
- d) Utilizando partição da unidade, demonstre o teorema de Stokes para uma variedade de classe C^∞ de dimensão 2.

Q4)