

MAT 2127 - Cálculo Diferencial e Integral II - Química

Prova Substitutiva - 04/12/2006

Gabarito das Provas A e B

1 Prova A

Questão 1.1 (3,0pt).

Encontre as soluções gerais das equações diferenciais abaixo:

- a) $y' - 2xy = 2x^2 \exp(x^2)$.
- b) $y'' + 2y' + 17y = 0$.
- c) $y'' + 2y' + 17y = 2 \exp(-x) + 3x$.

Resposta:

- a) $y = \exp(x^2)(\frac{2}{3}x^3 + c)$
- b) $y = \exp(-x)(c_1 \cos(4x) + c_2 \sin(4x))$
- c) $y = \exp(-x)(c_1 \cos(4x) + c_2 \sin(4x)) + \frac{\exp(-x)}{8} + \frac{3x}{17} - \frac{6}{17^2}$

Questão 1.2 (2,0pt).

Seja $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = x^2 - y^2 + 6y - 8\}$.

- a) Determine a equação do plano tangente a superfície S no ponto $(1, 6, -7)$.
- b) Esboce a curva $S \cap \{z = 2\}$. Esboce a superfície S .

Resposta:

- a) $z = -7 + 2(x - 1) - 6(y - 6)$.
- b) A curva será a hipérbole $1 = x^2 - (y - 3)^2$ e a superfície será o parabolóide hiperbólico $z = x^2 - (y - 3)^2 + 1$.

Questão 1.3 (2,0pt).

Seja $f(x, y) = (y^2 - (x + 2)^2) \exp(x + 2)$

- a) Determine os pontos críticos.
- b) Classifique os pontos críticos em pontos de sela, máximos e/ou mínimos locais.

Resposta:

- a) Pontos críticos $(-2, 0)$ e $(-4, 0)$.
- b) $(-2, 0)$ é ponto de sela e $(-4, 0)$ é ponto de mínimo.

Questão 1.4 (3,0pt). Sejam $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | g_1(x, y, z) = 1\}$ e $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | g_2(x, y, z) = 3\}$ onde $g_1(x, y, z) = xy$ e $g_2(x, y, z) = y^2 + z^2$. Seja $C = S_1 \cap S_2$.

- a) Determine uma parametrização para reta tangente a curva C no ponto $(1, 1, \sqrt{2})$.
- b) Seja $f(x, y, z) = 4yz + xy$. Determine o valor máximo e o valor mínimo da função f restrita a curva C e os pontos onde f assume tais valores.

Resposta:

- a) $r(s) = (1, 1, \sqrt{2}) + s(2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}, 2)$.
- b) O valor máximo é 7 e é assumido nos pontos $(\sqrt{2/3}, \sqrt{3/2}, \sqrt{3/2})$ e $(-\sqrt{2/3}, -\sqrt{3/2}, -\sqrt{3/2})$. O valor mínimo é -5 e é assumido nos pontos $(\sqrt{2/3}, \sqrt{3/2}, -\sqrt{3/2})$ e $(-\sqrt{2/3}, -\sqrt{3/2}, \sqrt{3/2})$.

2 Prova B

Questão 2.1 (3,0pt).

Encontre as soluções gerais das equações diferenciais abaixo:

- a) $y' - 2xy = 3x^2 \exp(x^2)$.
- b) $y'' + 2y' + 17y = 0$.
- c) $y'' + 2y' + 17y = 3 \exp(-x) + 2x$.

Resposta:

- a) $y = \exp(x^2)(x^3 + c)$
- b) $y = \exp(-x)(c_1 \cos(4x) + c_2 \sin(4x))$
- c) $y = \exp(-x)(c_1 \cos(4x) + c_2 \sin(4x)) + \frac{3 \exp(-x)}{16} + \frac{2x}{17} - \frac{4}{17^2}$

Questão 2.2 (2,0pt).

Seja $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = x^2 - y^2 + 4y - 3\}$.

- a) Determine a equação do plano tangente a superfície S no ponto $(1, 4, -2)$.
- b) Esboce a curva $S \cap \{z = 2\}$. Esboce a superfície S .

Resposta:

- a) $z = -2 + 2(x - 1) - 4(y - 4)$.
- b) A curva será a hipérbole $1 = x^2 - (y - 2)^2$ e a superfície será o parabolóide hiperbólico $z = x^2 - (y - 2)^2 + 1$.

Questão 2.3 (2,0pt).

Seja $f(x, y) = (y^2 - (x + 3)^2) \exp(x + 3)$

- a) Determine os pontos críticos.
- b) Classifique os pontos críticos em pontos de sela, máximos e/ou mínimos locais.

Resposta:

- a) Pontos críticos $(-3, 0)$ e $(-5, 0)$.
- b) $(-3, 0)$ é ponto de sela e $(-5, 0)$ é ponto de mínimo.

Questão 2.4 (3,0pt). Sejam $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | g_1(x, y, z) = 1\}$ e $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | g_2(x, y, z) = 5\}$ onde $g_1(x, y, z) = xy$ e $g_2(x, y, z) = y^2 + z^2$. Seja $C = S_1 \cap S_2$.

- a) Determine uma parametrização para reta tangente a curva C no ponto $(1, 1, 2)$.
- b) Seja $f(x, y, z) = 6yz + xy$. Determine o valor máximo e o valor mínimo da função f restrita a curva C e os pontos onde f assume tais valores.

Resposta:

- a) $r(s) = (1, 1, 2) + s(4, -4, 2)$.
- b) O valor máximo é 16 e é assumido nos pontos $(\sqrt{2/5}, \sqrt{5/2}, \sqrt{5/2})$ e $(-\sqrt{2/5}, -\sqrt{5/2}, -\sqrt{5/2})$. O valor mínimo é -14 e é assumido nos pontos $(\sqrt{2/5}, \sqrt{5/2}, -\sqrt{5/2})$ e $(-\sqrt{2/5}, -\sqrt{5/2}, \sqrt{5/2})$.