

Proposta para novos cursos de Geometria Diferencial na graduação do MAT-IME USP

Marcos M. Alexandrino

Proposta Aprovada pelo Grupo de Geometria

1 Introdução

Ao longo do segundo semestre do ano 2006 o grupo de Geometria Diferencial discutiu propostas para novos cursos de Geometria Diferencial na graduação do bacharelado de Matemática. No dia 15/12/2006 tivemos nossa última reunião e aprovamos a proposta que se segue. Participaram da votação os seguintes professores: Prof. Andre Gomes, Prof. Antonio Carlos Asperti, Profa. Claudia Cueva, Prof. Daniel Tausk, Prof. Glaucio Terra, Prof. José Antonio Verderesi, Prof. Paolo Piccione, Prof. Plinio Simões, Profa. Martha Angulo, Prof. Marcos Alexandrino. Posteriormente o prof Claudio Gorodski, o qual estava fora do país, manifestou também o seu apoio a proposta aprovada.

2 Geometria Diferencial I

Este curso é uma disciplina **obrigatória oferecida no 4º período** substituindo o curso de Geometria Linear na grade curricular. O curso de Geometria Linear (Mat 0232) deixa de ser obrigatório e passa a ser eletivo.

Neste curso dar-se-a grande ênfase ao estudo local das superfícies parametrizadas em $\mathbf{R}^3$. O conteúdo do curso é semelhante ao conteúdo do atual curso de Geometria Diferencial (Mat 0326), o qual deixará de existir. A maior diferença é que a disciplina proposta tem menos pré-requisitos, abrindo mão de alguns tópicos, os quais serão vistos na disciplina de Geometria Diferencial II. Por exemplo, o aluno não verá neste curso o enunciado ou demonstração do teorema de Gauss-Bonnet.

Objetivo: Estudo de curvas e superfícies em $\mathbf{R}^3$

Conteúdo:

- 1) Curvas em $\mathbf{R}^3$, equações de Frenet, curvatura, torsão. Teorema fundamental das curvas.
- 2) Superfícies parametrizadas, plano tangente e campos de vetores.
- 3) Formas fundamentais, curvatura normal, curvaturas e direções principais, curvatura de Gauss e curvatura média.
- 4) Teorema Egregium.
- 5) Derivada covariante, paralelismo e geodésica.
- 6) Enunciado do teorema da função inversa e aplicações. Superfícies mergulhadas em $\mathbf{R}^3$, cartas e aplicações diferenciáveis entre superfícies.
- 7) Tópico Livre.

Pré-requisitos: MAT 0205 (Cálculo Diferencial e Integral III) e MAT 0222 (Álgebra Linear II).

Sugestão de Cronograma:

1. *Semana 1:* Tópico 1.
2. *Semana 2-3:* Tópico 2.
3. *Semana 4-7:* Tópico 3.
4. *Semana 8* Tópico 4.
5. *Semana 9-11* Tópico 5 .
6. *Semana 12* Tópico 6.

Bibliografia básica:

- M.P. Carmo *Differential Geometry of Curves and Surfaces* Prentice-Hall, 1976.
- Gray *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces* CRC Press Inc, 2000.
- W. Kuhnel *Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds* American Mathematical Society ,Second Edition, 2005.
- O'Neil *Elementary Differential Geometry* Academic Press 1966.

3 Geometria Diferencial II

Este curso é uma disciplina **obrigatória oferecida no 6º período** substituindo o atual curso de Geometria Diferencial (Mat0326) na grade curricular. Assim, o curso de Geometria Diferencial (Mat0326) será desativado.

Neste curso, o aluno aprofundará seu conhecimento em Geometria Diferencial travando contato com rudimentos da teoria de formas diferenciais e algumas aplicações em Geometria. Alguns conceitos e resultados serão apresentados, varios deles sem demonstração. Um tratamento mais completo e sistemático sobre o assunto será deixado para cursos mais avançados.

Objetivo: Apresentar alguns conceitos, exemplos e resultados da teoria de formas diferenciais e aplicações na Geometria Diferencial de superfícies mergulhadas em $\mathbf{R}^3$.

Conteúdo:

1. *Formas Diferenciais:* Definição e algumas propriedades de formas diferenciais em $\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}^3$ e superfícies mergulhadas.
2. *Conexão Riemanniana:* Definição de Conexão Riemanniana em superfícies mergulhadas e das 1-formas de conexão. Transporte paralelo. Equações Estruturais.
3. *Geodésicas:* Definição de geodésica e fluxo geodésico. Demonstração das propriedades minimizantes de geodésicas. Enunciado do teorema de existência de vizinhanças normais. Referências Geodésicos e aplicações (e.g. interpretação geométrica do divergente, propriedades do laplaciano em superfícies, demonstração do teorema de E. Hopf). Definição de superfícies completas. Teorema de Hopf e Rinow (enunciado e demonstração).
4. *Curvatura:* Definição do tensor curvatura e enunciado de algumas propriedades. Equação de Jacobi. Equação de curvatura (usando 1-formas de conexão e 2 forma de curvatura). Teorema fundamental das superfícies.
5. *Teorema de Gauss-Bonnet:* Enunciado, demonstração e aplicações.
6. *Tópico Livre.*

Pré-requisitos: Geometria Diferencial I, MAT 0317 (Topologia), MAT 0311(Cálculo Diferencial e Integral V).

Sugestão de Cronograma:

1. *Semana 1-2:* Formas Diferenciais.
2. *Semana 3:* Conexão Riemanniana.
3. *Semana 4-7:* Geodésicas.
4. *Semana 8-10* Curvatura.
5. *Semana 11-12* Teorema de Gauss-Bonnet.

Bibliografia básica:

M.P. Carmo *Geometria Riemanniana*. Projeto Euclides IMPA , 1988.

W. Kuhnel *Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds*. American Mathematical Society ,Second Edition, 2005.

O'Neil *Elementary Differential Geometry*. Academic Pres 1966.

M. Spivak *Calculus on Manifolds*. Perseus Books Publishing, 1965