# Controle Estatístico

**FUNDAÇÃO TECNICO-EDUCACIONAL SOUZA MARQUES**

**Faculdade de Engenharia Souza Marques - FESM**

**Engenharia Mecânica e Civil**

FUNDAÇÃO TÉCNICO-EDUCACIONAL
SOUZA MARQUES


**Autores:**

**Gerbert Périssé**
**Elson Machado**
**Marco Marins**


**Rev. 2015.2**

## 1) CONCEITUAÇÃO

O termo estatística tem dois conceitos principais:

O primeiro deles pode ser descrito como os resultados das experiências randômicas que formam um conjunto de dados estatísticos referentes ao fenômeno considerado, que se costuma designar por estatística, e que é apresentado numa tabela ou gráfico. Temos estatística dos acidentes de trânsito, estatística da incidência de determinada doença, etc.

O segundo conceito de estatística é o da teoria da estatística ou da estatística matemática, podendo ser definida como o método científico que tem por objeto a descrição e a análise matemática dos fenômenos randômicos, permitindo-nos tomar uma decisão, conhecendo o risco de erro dessa decisão. O risco de erro de uma decisão, como comprar um bilhete de loteria ou fazer uma viagem de avião, é a probabilidade de decidirmos mal, isto é, do bilhete não ser premiado ou do avião cair. Baseia-se, pois, a estatística no cálculo das probabilidades.

A aplicação da teoria estatística a campos particulares conduz à estatística econômica, estatística financeira, estatística demográfica, estatística industrial, etc.

A estatística aplicada à indústria não se resume ao emprego de controle estatístico da qualidade (controle de fabricação e inspeção por amostragem), determinação do coeficiente de segurança, etc., sua utilidade para o engenheiro é muito mais vasta: ela traz o conceito do aleatório que preside todo fenômeno natural, modificando a mais estreita e simplista formação determinista tradicional. Constitui assim um poderoso instrumento de reflexão e interpretação para o engenheiro em seu trabalho diário, qualquer que seja a sua função.

Planejando, executando, controlando ou administrando, o engenheiro necessita programar experiências e fabricações, testar e comparar resultados, prever um futuro resultado baseado nos anteriores, verificar a natureza e a intensidade da interdependência entre dois fenômenos, etc. Nesse campo experimental, a estatística lhe fornece os métodos científicos necessários a tais estudos, constituindo-se assim numa ferramenta indispensável ao engenheiro industrial atualizado com os modernos métodos de análise e controle da produção.

## 2) DISTRIBUIÇÕES

Qualquer conjunto de dados contém informações sobre algum grupo de “indivíduos”. A informação é organizada em “variáveis”.

Em termos conceituais, os indivíduos são objetos descritos por um conjunto de dados. Podem ser pessoas, animais, fenômenos ou objetos. “Variável” é qualquer característica de um indivíduo. Uma variável pode tomar valores diferentes para indivíduos distintos.

Algumas variáveis, como sexo e designação de emprego, simplesmente enquadram indivíduos em categorias. Outras, como altura e renda anual, formam valores numéricos com os quais podemos fazer cálculos. Faz sentido falar da renda média de um determinado grupo, mas não se pode falar de um sexo “médio”. Entretanto podemos contar o número de empregados dos sexos feminino e masculino e fazer cálculos com esses números. Portanto as variáveis podem ser classificadas em dois grandes grupos: variáveis categóricas e variáveis quantitativas. Uma “variável categórica” indica a qual de diversos grupos ou categorias um indivíduo pertence, enquanto uma “variável quantitativa” toma valores numéricos com os quais tem sentido efetuar operações aritméticas, como adicionar ou formar médias.

A “distribuição” de uma variável nos diz que valores ela pode tomar, e com que freqüência toma cada um deles.

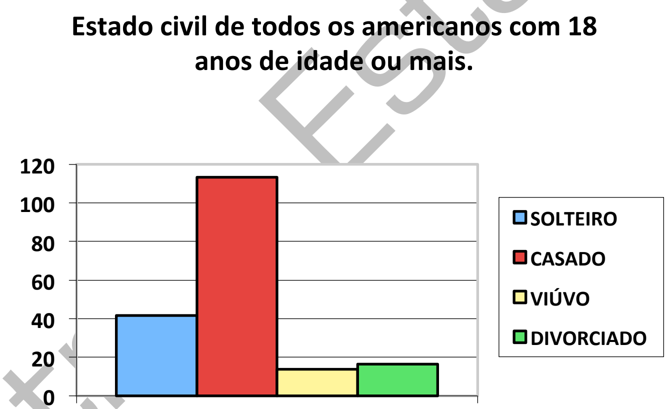
### 2.1) Apresentação de distribuição por meio de gráficos.

Variáveis categóricas:

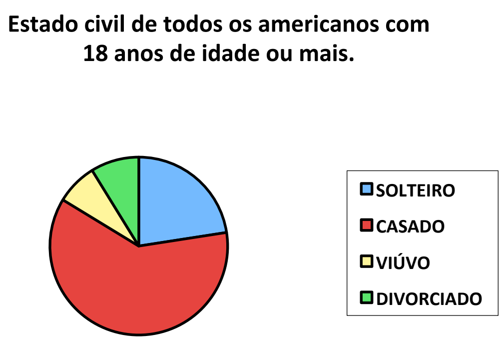
Os valores de uma variável categórica nada mais são do que rótulos para as categorias, como “homem” e “mulher”. A distribuição de uma variável categórica relaciona as categorias e dá ou o número ou a percentagem de indivíduos que se enquadram em cada categoria. Como exemplo dá-se a seguir a distribuição do estado civil de todos os americanos com 18 anos de idade ou mais.

| ESTADO CIVIL | NÚMERO (EM MILHÕES) | PERCENTAGEM |
|---|---|---|
| SOLTEIRO | 41,8 | 22,6 |
| CASADO | 113,3 | 61,1 |
| VIÚVO | 13,9 | 7,5 |
| DIVORCIADO | 16,3 | 8,8 |

Para apresentar tais dados a uma platéia, podemos utilizar o "gráfico de barras":




Ou um "gráfico de setores":



Os gráficos em barras e os gráficos de setores possibilitam aprendermos rapidamente uma distribuição, mas nenhum tipo de gráfico é essencial para entendermos os dados. Os dados categóricos com uma única variável, como estado civil, são fáceis de descrever mesmo sem um gráfico.

Variáveis quantitativas:

As variáveis quantitativas costumam tomar tantos valores que um gráfico da distribuição se torna mais claro se agruparmos. O gráfico mais comum da distribuição de uma variável quantitativa é o “histograma”

2.2) Traçado de histogramas

Um histograma é a representação gráfica das distribuições de freqüências das variáveis quantitativas. Estas variáveis costumam tomar tantos valores que um gráfico de distribuição se torna mais claro se os agruparmos em faixas representativas das classes.

Exemplo 1:

Observe a tabela abaixo:

Tabela 1 - Idade dos presidentes americanos por ocasião da posse.

| Presidente | Idade | Presidente | Idade | Presidente | Idade |
|---|---|---|---|---|---|
| Washington | 57 | Buchanan | 65 | Harding | 55 |
| J. Adams | 61 | Lincoln | 52 | Coolidge | 51 |
| Jefferson | 57 | A. Johnson | 56 | Hoover | 54 |
| Madison | 57 | Grant | 46 | Roosevelt | 51 |
| Monroe | 58 | Hayes | 54 | Truman | 60 |
| J. Q. Adams | 57 | Garfield | 49 | Eisenhower | 61 |
| Jackson | 61 | Arthur | 51 | Kennedy | 43 |
| Van Buren | 54 | Cleveland | 47 | L. Johnson | 55 |
| W.H.Harrison | 68 | B. Harrison | 55 | Nixon | 56 |
| Tyler | 51 | Cleveland | 55 | Ford | 61 |
| Polk | 49 | McKinley | 54 | Carter | 52 |
| Taylor | 64 | T.Roosevelt | 42 | Reagan | 69 |
| Fillmore | 50 | Taft | 51 | Bush | 64 |
| Pierce | 48 | Wilson | 56 | Clinton | 46 |

Devido ao grande número de dados, o traçado de um histograma facilita o entendimento e a visualização da informação. Se criarmos uma coluna para cada idade o histograma assumirá uma forma achatada e muito dispersa, daí a necessidade de classes que abranjam uma determinada faixa de dados. Se criarmos poucas classes o histograma assumirá a forma de “arranhas-céu”. Tanto a configuração achata quanto a verticalização concentrada são formas que devem ser evitadas.

.

<u>Procedimento para o traçado de um histograma:</u>

1- Dividimos o intervalo de dados em classes preferencialmente de mesma amplitude. Não existe uma regra rígida para o número de classes a serem criadas, devendo a experimentação e a experiência anterior nortearem esta decisão. Uma regra que pode ser usada para auxiliar na definição do número de classes é a Regra de Sturges, que correlaciona o número de classes (k) em função do tamanho da amostra (n), segundo a equação:

   $$K \approx 1 + 3{,}222 \log n$$

   Pela formulação acima o resultado é 6 (seis). Observando os dados da tabela acima vemos que as idades vão de 42 a 69 anos, inicialmente determinamos os limites absolutos a serem usados. Escolheremos 40 como limite inferior e 70 para o limite superior. Considerando seis faixas o intervalo será de (70-40)/6 = 5, assim escolheremos faixas de 5 anos para as classes, que serão:

   40 < idade na posse ≤ 45

   45 < idade na posse ≤ 50

   50 < idade na posse ≤ 55

   55 < idade na posse ≤ 60

   60 < idade na posse ≤ 65

   65 < idade na posse ≤ 70

As classes devem ser definidas com precisão, de modo que cada observação se enquadre exclusivamente em uma classe. Um presidente que tenha assumido com 50 anos pertence à segunda classe (45-50) e somente a ela.

2- Contamos o número de observações em cada classe:

3- Traçado do histograma: Marcamos primeiro no eixo horizontal a escala para a variável cuja distribuição estamos apresentando, neste caso a idade dos presidentes americanos. A escala vai de 40 a 70, pois esta é a amplitude dos dados. No eixo vertical marcamos o número de observações de cada classe (a freqüência). Cada barra vertical representa uma classe, a base cobre a classe e a altura representa a contagem para aquela classe. Traça-se o gráfico sem deixar espaços horizontais entre as barras.

Exemplo 2:

A tabela abaixo apresenta uma distribuição de freqüências de duração de 400 válvulas de rádio ensaiadas na L & M Tube Company. Pede-se traçar o histograma a partir dos dados apresentados.

Tabela 2 – Duração em horas de válvulas de rádio

| Duração (horas) | Número de válvulas |
|---|---|
| 300 – 399 | 14 |
| 400 – 499 | 46 |
| 500 – 599 | 58 |
| 600 – 699 | 76 |
| 700 – 799 | 68 |
| 800 – 899 | 62 |
| 900 – 999 | 48 |
| 1000 – 1099 | 22 |
| 1100 – 1199 | 6 |
| TOTAL: | 400 |

Fonte: L&M Tube Company

## 3) MÉDIA, MEDIANA, MODA E OUTRAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

### 3.1) A Média ( $\overline{X}$ )

A descrição de uma medição quase sempre inclui uma medida de centro. A mais comum dessas medidas é a média aritmética, ou simplesmente *média*.

A média de um conjunto de N números X1, X2, ...,Xn é representada por $\overline{X}$ e é definida por:

$$\bar{X} = \frac{X1 + X2 + X3 + \cdots + Xn}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{N} Xj}{N} = \frac{\sum X}{N}$$

Exemplo 1:

Calcule a média aritmética dos números 8, 3, 5, 12, e 10.

Exemplo 2:

Calcule a média de idade dos 42 presidentes americanos relacionados na tabela 1.

Exemplo 3:

Um time de futebol faz seis partidas amistosas com os seguintes resultados: 4 x 2, 4 x 3, 2 x 5, 6 x 0, 5 x 3, 2 x 0. Calcule a média de gols marcados nestes amistosos.

Se os números X1, X2, X3, ..., Xn ocorrem f1, f2, f3, ..., fn vezes respectivamente, isto é, ocorrem com as freqüências f1, f2, f3, ..., fn, a média aritmética será:

$$\bar{X} = \frac{f1X1 + f2X2 + f3X3 + \cdots + fnXn}{f1 + f2 + f3 + \cdots + fn} = \frac{\sum_{j=1}^{n} fjXj}{\sum_{j=1}^{n} fj} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{\sum fX}{n}$$

onde $n = \sum f$ é o número total de casos.

Exemplo 4:

Se 5, 8, 6 e 2 ocorrem com as freqüências 3, 2, 4, e 1, respectivamente, a média aritmética será:

Exemplo 5:

Utilizando os dados das válvulas ensaiadas relacionadas na tabela 2, calcule a média das durações relacionadas.

Neste caso as durações não estão discretizadas, mas agrupadas em classes. O procedimento será sempre o de se tomar o valor central da classe e multiplicá-lo pela freqüência.



Exemplo 6:

Uma pesquisa com peixes de uma determinada espécie existente no Rio Negro foram levantados os dados abaixo:

Tabela 3

| Comprimento do peixe (mm) | Freqüência |
|---|---|
| 100 – 109 | 7 |
| 110 – 119 | 16 |
| 120 – 129 | 19 |
| 130 – 139 | 31 |
| 140 – 149 | 41 |
| 150 – 159 | 23 |
| 160 – 169 | 10 |
| 170 - 179 | 3 |

Calcule a média de tamanhos dos peixes coletados.



Exemplo 7:

Naturalmente quando tomamos valores médios de classes embutimos um erro no resultado. Esse erro é tanto menor quanto maior o número de classes. Vamos refazer o exemplo 2 utilizando os dados do histograma traçado no exemplo 1 do item anterior



Exemplo 8:

Calcular o valor médio de uma peça a partir de quatro propostas de fornecedores distintos.

Fornecedor 1 – R$ 570,00

Fornecedor 2 – R$ 615,00

Fornecedor 3 – R$ 230,00

Fornecedor 4 – R$ 590,00

### 3.2) A Mediana (M)

A mediana de um conjunto de números organizados em ordem de grandeza é o valor central ou a média aritmética dos valores centrais.

Exemplo 9:

Calcular a mediana dos seguintes conjuntos de números:

3, 4, 5, 6, 8, 8, 10

e

5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18

Exemplo 10:

Calcule a mediana para as duas séries abaixo:

A) 7, 19, 23, 12, 17, 21, 9

B) 5, 6, 6,, 7, 7, 7, 8, 8, 8

**DETERMINAÇÃO DA MEDIANA COM INTERVALO DE CLASSE** (Dados agrupados).

Podemos fazer por interpolação conforme mostramos acima, porém na prática podemos seguir os seguintes passos:

1) Determinação da frequência acumulada;
2) Calculamos $\frac{\sum f_i + 1}{2}$;
3) Marcamos a classe mediana correspondente a acumulada imediatamente superior a $\frac{\sum f_i + 1}{2}$ - classe mediana – e, em seguida, empregamos a fórmula:

$$Md = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i + 1}{2} - F(ant)\right].h}{f}$$

Exemplo 11:

A distribuição dos pesos de 40 estudantes de uma universidade encontra-se na tabela 4. Determinar a mediana.

Tabela 4

| Peso (Kg) | Freqüência |
|---|---|
| 59 – 63 | 3 |
| 63,5 – 67,5 | 5 |
| 68 – 72 | 9 |
| 72,5 – 76,5 | 12 |
| 77 – 81 | 5 |
| 81,5 – 85,5 | 4 |
| 86 – 90 | 2 |
| | Total 40 |

3.3) A Moda (Mo)

A moda de um conjunto de números é o valor que ocorre com maior freqüência. A moda pode não existir ou não ser única.

Exemplo 12:

Determinar a moda para os conjuntos abaixo:

Conjunto 1 – 2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 18

Conjunto 2 – 3, 5, 8, 10, 12, 15, 16

Conjunto 3 – 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9

### 3.4) Medidas de dispersão

As medidas de centro sozinhas podem ser perigosas, pois não descrevem a distribuição das amostras. Dois países com a mesma renda familiar média podem ser muito diferentes, podemos ter um com extremos de riqueza e pobreza e outro com pequena variação nas rendas familiares. A descrição numérica mais simples e adequada de uma distribuição consiste em uma medida de centro e uma medida de dispersão.

Uma maneira de medir a dispersão de uma amostra é calcular a *amplitude*, que é a diferença entre a maior e a menor observação.

Exemplo 13:

Calcular a amplitude do conjunto de dados abaixo:

27, 50, 33, 25, 86, 25, 85, 31, 37, 44, 20, 36, 59, 34, 28

A amplitude mostra a dispersão dos dados, mas depende apenas da menor e da maior observação, que podem ser valores discrepantes.

#### 3.4.1) Os quartis (Q)

A fim de melhorar a descrição da dispersão introduziu-se o conceito dos quartis. Os quartis delimitam a metade central dos dados.

Fazendo a contagem na lista ordenada de observações, a partir do menor, o primeiro quartil está no primeiro quarto do caminho, o segundo quartil no meio e o terceiro quartil está a três quartos do caminho. O segundo quartil se confunde com a mediana.

Cálculo dos 1º e 3º quartis:

1- Dispomos as observações em ordem crescente e localizamos a mediana M na lista ordenada de observações.

2- O primeiro quartil Q1 é a mediana das observações que estão à esquerda da mediana global na lista ordenada de observações.

3- O terceiro quartil Q3 é a mediana das observações que estão à direita da mediana global na lista ordenada de observações.

Exemplo 14:

Determinar a mediana (M) e os quartis Q1 e Q3 do conjunto de números do exemplo anterior.

**DETERMINAÇÃO DO 1º E 3º QUARTIS COM INTERVALO DE CLASSE** (Dados agrupados).

Quando dos dados são agrupados, para determinar os quartis usamos a mesma técnica do cálculo da Mediana.

$$Q_1 = l + \frac{\left[\frac{\sum f_i + 1}{4} - F(ant)\right].h}{f}$$

e

$$Q_3 = l + \frac{\left[3\frac{\sum f_i + 1}{4} - F(ant)\right].h}{f}$$

3.4.2) O esquema dos cinco números e os diagramas de caixa.

Uma maneira conveniente de descrever tanto o centro quanto a dispersão de um conjunto de dados consiste em tomar a mediana para determinar o centro, os quartis e os valores menor e maior para determinar a dispersão. Estes valores constituem o *esquema dos cinco números* de um conjunto de dados. Em símbolos o esquema dos cinco números é:

Mínimo Q1 M Q3 Máximo

Exemplo 15:

Determinar o esquema dos cinco números para os dados do exemplo anterior.

A fim de representar de forma gráfica o esquema dos cinco números foi criado o *diagrama em caixas*. A caixa central em um diagrama em caixas tem suas extremidades nos quartis, abrangendo a metade interna dos dados. O segmento de reta dentro da caixa assinala a mediana. As *linhas* em ambos os extremos se estendem até a menor e maior observação.

Exemplo16:

Traçar um diagrama em caixas para os dados do exemplo anterior.

Exemplo 17:

A tabela abaixo relaciona as freqüências dos graus de um exame final de álgebra. Determinar o Esquema dos Cinco Números e traçar o diagrama em caixas para estes dados.

| **Grau** | **Número de estudantes** |
|---|---|
| 90 – 100 | 9 |
| 80 – 89 | 32 |
| 70 – 79 | 43 |
| 60 – 69 | 21 |
| 50 – 59 | 11 |
| 40 – 49 | 3 |
| 30 – 39 | 1 |
| | Total: 120 |

3.4.3) O Desvio Padrão (s).

O esquema dos cinco números nos apresenta uma distribuição tomando como medida de centro a mediana e para dispersão os quartis. Outra forma de apresentarmos uma distribuição é através da média (média aritmética) e do desvio padrão, este mensurando o espalhamento dos dados. O desvio padrão mede a dispersão a partir do afastamento entre cada medida e a média. Uma vez que a soma dos desvios médios é sempre zero, a opção foi utilizar a média quadrática dos desvios.

O desvio padrão para um universo pequeno de dados é representado pela letra **s**, e calculado a partir da fórmula abaixo:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Deve-se observar que a soma dos quadrados é dividido por “n-1”, e não “n”, isto se deve ao fato do número de graus de liberdade existente na série. O número de graus de liberdade é a quantidade de incógnitas existentes, uma vez que a soma dos desvios é sempre zero, só são indeterminados os primeiros “n-1” desvios, pois o último tem de ter um valor tal que torne a soma igual a zero. Quando tratamos com um número muito grande de dados, condição ideal para a análise estatística, o valor “n-1” é aproximadamente igual a “n”, e usamos dividir por “n” sem com isso introduzir nenhum erro significativo no resultado. Neste caso, no de grandes amostras, o desvio padrão é representado pela letra grega sigma (s).

Exemplo 18:

A taxa metabólica de uma pessoa é a taxa à qual uma pessoa consome energia. A taxa metabólica tem importância em estudos sobre ganho de peso, dietas e exercícios físicos. Dá-se a seguir as taxas metabólicas de 7 homens que participaram de um estudo sobre dieta. As unidades são calorias por 24 horas. São as mesmas calorias usadas para indicar o conteúdo de energia dos alimentos.

1792 1666 1362 1614 1460 1867 1439

Calcule o desvio padrão para a série:

Exemplo 19:

Calcule a variância para o exemplo anterior.

Observações importantes:

- s mede a dispersão em torno da média e só deve ser usado quando a média é tomada como medida de centro.
- s = 0 somente quando não há dispersão, e isto só ocorre quando todas as observações têm o mesmo valor. Em caso contrário s > 0, e s é tanto maior quanto mais dispersas as observações. A condição de s = 0 seria a condição ideal de uma produção.
- Assim como a média o desvio padrão é fortemente influenciado por observações extremas. Uns poucos valores discrepantes podem acarretar um grande valor para o desvio padrão.

Exemplo 20:

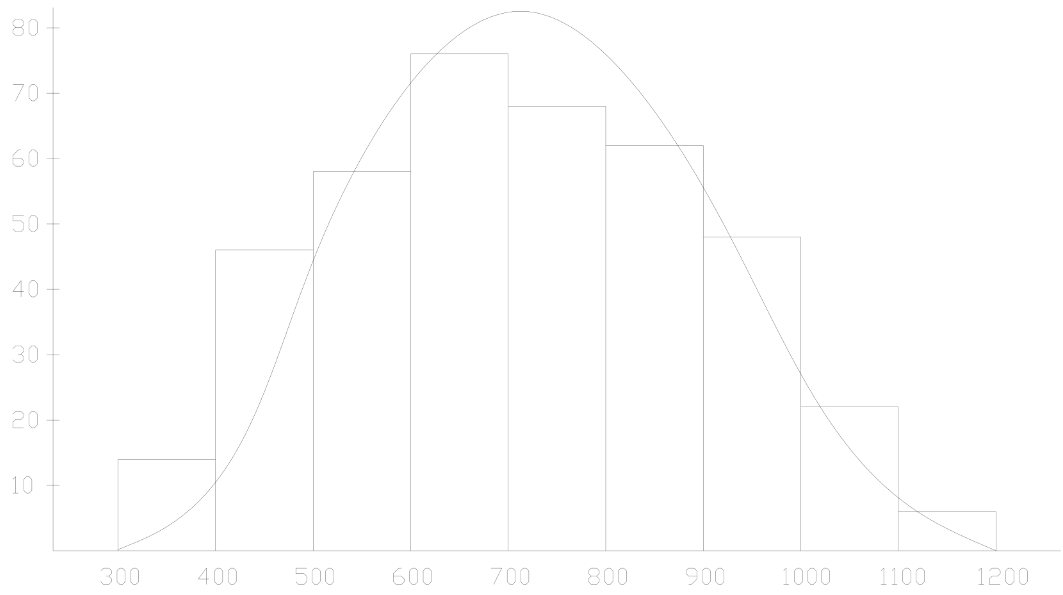
Abaixo estão relacionadas as medidas do nível de fosfato no sangue de um paciente, em miligramas de fosfato por decilitro de sangue, tomadas em seis exames consecutivos. Calcule a média, a variância e o desvio padrão para estes dados.

5,6 5,2 4,6 4,9 5,7 6,4

# 4) AS DISTRIBUIÇÕES NORMAIS

## 4.1) Curvas de Densidade

Observando o histograma do exemplo 2 da unidade 2, referente ao tempo de duração das válvulas ensaiadas na L & M Tube Company, verificamos que com algum cuidado podemos traçar uma curva suave que descreve a distribuição de forma aproximada. A esta curva dá-se o nome de curva de densidade.

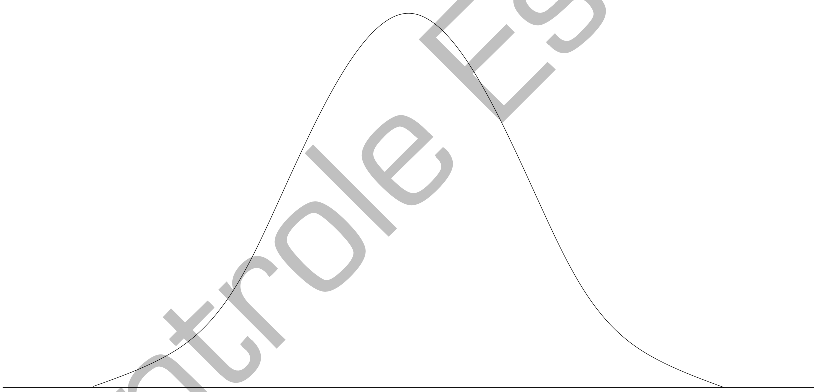



Para o traçado de uma curva de densidade devemos ter em mente alguns princípios básicos que são:

- A curva de densidade está sempre sobre ou acima do eixo horizontal.
- A área entre a curva e o eixo horizontal vale 1 (o que representa 100% das observações).

As curvas de densidade são melhores para se trabalhar do que os histogramas por não dependerem da nossa escolha para os intervalos das classes, apenas da proporção dos dados até uma determinada coordenada.

As curvas de densidade podem ser simétricas, ou assimétricas, as assimétricas são classificadas como assimétricas à esquerda e assimétrica á direita. Naturalmente as medidas de centro (média e mediana) assumem posições diferentes em virtude da natureza da forma da curva de densidade. No presente estudo não vamos nos deter nas curvas de densidade assimétricas, pois as curvas que vão nos interessar são as curvas de densidade simétricas. As curvas simétricas descrevem com bastante precisão os fenômenos naturais e também os desvios de uma produção que esteja sob controle estatístico. As curvas de densidade simétricas são chamadas de **curvas normais** e descrevem distribuições normais. Todas as distribuições normais têm a mesma forma global, são simétricas, têm pico único e apresentam forma de sino.



4.2) Curvas de Normais

Nas curvas normais o desvio padrão e a média assumem uma nomenclatura diferenciada, que são: para o desvio padrão a letra grega sigma (s), e para a média a letra grega mü (m). Embora todas as distribuições normais tenham a mesma forma geral, a curva normal para uma determinada distribuição é definida pela sua média m e pelo seu desvio padrão s. O desvio padrão s controla a dispersão de uma curva normal.

As curvas normais, conforme descrito no item anterior, apresentam algumas características importantes, são elas:

- A média e a mediana estão localizadas no eixo central da curva e têm o mesmo valor.
- O valor do desvio padrão define o ponto de inflexão da curva, ou seja, na falta de um dado numérico para o desvio padrão, podemos a partir da observação cuidadosa da curva localizarmos o eixo vertical que define o desvio padrão, basta localizarmos o ponto onde a curvatura muda de direção.
- Existe uma regra relacionando o desvio padrão à quantidade de dados compreendidos sob a curva, é a regra 68-95-99,7, que determina que :

1) 68% das observações estão a menos de $s$ da média $m$.
2) 95% das observações estão a menos de $2s$ da média $m$.
3) 99,7% das observações estão a menos de $3s$ da média $m$.

Exemplo 1:

As distribuições de alturas de mulheres entre 18 e 24 anos de idade é aproximadamente normal com média $m$ = 1,64 metros e desvio padrão $s$ = 0,06 metros. Represente graficamente esta distribuição e marque sobre a curva desenhada a regra 68-95-99,7.

Exemplo 2:

A distribuição de alturas de homens é aproximadamente normal com média (m) de 1,75 m e desvio padrão (s) de 0,06 m. Trace a curva referente a esta distribuição e responda às seguintes questões:

1) Qual a percentagem de homens com altura superior a 1,87 m?

2) Entre que alturas se enquadram os 95% das alturas centrais?

3) Qual a percentagem de homens abaixo de 1,69 m?

4) Qual a probabilidade de um homem ter altura superior a 1,93 m?

Exemplo 3:

A série abaixo apresenta 29 medidas de densidade do globo terrestre em 1798 (medidas de Cavendish).

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,50 | 5,61 | 4,88 | 5,07 | 5,26 | 5,55 | 5,36 | 5,29 | 5,58 | 5,65 |
| 5,57 | 5,53 | 5,62 | 5,29 | 5,44 | 5,34 | 5,79 | 5,10 | 5,27 | 5,39 |
| 5,42 | 5,47 | 5,63 | 5,34 | 5,46 | 5,30 | 5,75 | 5,68 | 5,85 | |

Pede-se:

a) Determinar a média e o desvio padrão.

b) Verificar se a série é aproximadamente normal.

c) Trace a curva de densidade para a série.

d) Determine a amplitude dos valores centrais que compreendem 95% das observações.

4.3) A Distribuição Normal Padronizada

Conforme sugere a regra 68-95-99,7, todas as distribuições normais compartilham muitas propriedades. Na verdade todas as distribuições normais são iguais se padronizarmos todas as medidas em relação ao desvio padrão (s) e à média (m). A esta transformação ou redução dá-se o nome de *padronização*, e para notar o valor padronizado utilizamos a letra **z**. A padronização dá-se da seguinte forma:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Uma observação padronizada nos diz quantos desvios padrões uma observação original dista da média, e em que direção. As observações superiores à média são positivas e as inferiores são negativas.

A distribuição normal padronizada é a distribuição normal com média 0 e desvio padrão 1.

Exemplo 4:

As alturas das mulheres jovens são aproximadamente normais com m = 1,64 metros e desvio padrão s = 0,06 metros.

Calcule a altura padronizada de uma mulher que mede 1,72 m e de outra com altura de 1,52 m.

Uma área sob uma curva de densidade é uma proporção das observações em uma distribuição. Qualquer pergunta sobre que proporção de observações está em um intervalo de valores pode ser respondida determinando-se a área sob a curva. Uma vez que as distribuições normais padronizadas são iguais, os valores da área sob a curva referente a cada variável padronizada podem ser tabelados.

Área sob a curva normal padronizada compreendida entre os valores 0 e Z

| **Z** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.0000 | 0.0040 | 0.0080 | 0.0120 | 0.0160 | 0.0199 | 0.0239 | 0.0279 | 0.0319 | 0.0359 |
| 0.1 | 0.0398 | 0.0438 | 0.0478 | 0.0517 | 0.0557 | 0.0596 | 0.0636 | 0.0675 | 0.0714 | 0.0753 |
| 0.2 | 0.0793 | 0.0832 | 0.0871 | 0.0910 | 0.0948 | 0.0987 | 0.1026 | 0.1064 | 0.1103 | 0.1141 |
| 0.3 | 0.1179 | 0.1217 | 0.1255 | 0.1293 | 0.1331 | 0.1368 | 0.1406 | 0.1443 | 0.1480 | 0.1517 |
| 0.4 | 0.1554 | 0.1591 | 0.1628 | 0.1664 | 0.1700 | 0.1736 | 0.1772 | 0.1808 | 0.1844 | 0.1879 |
| 0.5 | 0.1915 | 0.1950 | 0.1985 | 0.2019 | 0.2054 | 0.2088 | 0.2123 | 0.2157 | 0.2190 | 0.2224 |
| 0.6 | 0.2257 | 0.2291 | 0.2324 | 0.2357 | 0.2389 | 0.2422 | 0.2454 | 0.2486 | 0.2517 | 0.2549 |
| 0.7 | 0.2580 | 0.2611 | 0.2642 | 0.2673 | 0.2704 | 0.2734 | 0.2764 | 0.2794 | 0.2823 | 0.2852 |
| 0.8 | 0.2881 | 0.2910 | 0.2939 | 0.2967 | 0.2995 | 0.3023 | 0.3051 | 0.3078 | 0.3106 | 0.3133 |
| 0.9 | 0.3159 | 0.3186 | 0.3212 | 0.3238 | 0.3264 | 0.3289 | 0.3315 | 0.3340 | 0.3365 | 0.3389 |
| 1.0 | 0.3413 | 0.3438 | 0.3461 | 0.3485 | 0.3508 | 0.3531 | 0.3554 | 0.3577 | 0.3599 | 0.3621 |
| 1.1 | 0.3643 | 0.3665 | 0.3686 | 0.3708 | 0.3729 | 0.3749 | 0.3770 | 0.3790 | 0.3810 | 0.3830 |
| 1.2 | 0.3849 | 0.3869 | 0.3888 | 0.3907 | 0.3925 | 0.3944 | 0.3962 | 0.3980 | 0.3997 | 0.4015 |
| 1.3 | 0.4032 | 0.4049 | 0.4066 | 0.4082 | 0.4099 | 0.4115 | 0.4131 | 0.4147 | 0.4162 | 0.4177 |
| 1.4 | 0.4192 | 0.4207 | 0.4222 | 0.4236 | 0.4251 | 0.4265 | 0.4279 | 0.4292 | 0.4306 | 0.4319 |
| 1.5 | 0.4332 | 0.4345 | 0.4357 | 0.4370 | 0.4382 | 0.4394 | 0.4406 | 0.4418 | 0.4429 | 0.4441 |
| 1.6 | 0.4452 | 0.4463 | 0.4474 | 0.4484 | 0.4495 | 0.4505 | 0.4515 | 0.4525 | 0.4535 | 0.4545 |
| 1.7 | 0.4554 | 0.4564 | 0.4573 | 0.4582 | 0.4591 | 0.4599 | 0.4608 | 0.4616 | 0.4625 | 0.4633 |
| 1.8 | 0.4641 | 0.4649 | 0.4656 | 0.4664 | 0.4671 | 0.4678 | 0.4686 | 0.4693 | 0.4699 | 0.4706 |
| 1.9 | 0.4713 | 0.4719 | 0.4726 | 0.4732 | 0.4738 | 0.4744 | 0.4750 | 0.4756 | 0.4761 | 0.4767 |
| 2.0 | 0.4772 | 0.4778 | 0.4783 | 0.4788 | 0.4793 | 0.4798 | 0.4803 | 0.4808 | 0.4812 | 0.4817 |
| 2.1 | 0.4821 | 0.4826 | 0.4830 | 0.4834 | 0.4838 | 0.4842 | 0.4846 | 0.4850 | 0.4854 | 0.4857m |
| 2.2 | 0.4861 | 0.4864 | 0.4868 | 0.4871 | 0.4875 | 0.4878 | 0.4881 | 0.4884 | 0.4887 | 0.4890 |
| 2.3 | 0.4893 | 0.4896 | 0.4898 | 0.4901 | 0.4904 | 0.4906 | 0.4909 | 0.4911 | 0.4913 | 0.4916 |
| 2.4 | 0.4918 | 0.4920 | 0.4922 | 0.4925 | 0.4927 | 0.4929 | 0.4931 | 0.4932 | 0.4934 | 0.4936 |
| 2.5 | 0.4938 | 0.4940 | 0.4941 | 0.4943 | 0.4945 | 0.4946 | 0.4948 | 0.4949 | 0.4951 | 0.4952 |
| 2.6 | 0.4953 | 0.4955 | 0.4956 | 0.4957 | 0.4959 | 0.4960 | 0.4961 | 0.4962 | 0.4963 | 0.4964 |
| 2.7 | 0.4965 | 0.4966 | 0.4967 | 0.4968 | 0.4969 | 0.4970 | 0.4971 | 0.4972 | 0.4973 | 0.4974 |
| 2.8 | 0.4974 | 0.4975 | 0.4976 | 0.4977 | 0.4977 | 0.4978 | 0.4979 | 0.4979 | 0.4980 | 0.4981 |
| 2.9 | 0.4981 | 0.4982 | 0.4982 | 0.4983 | 0.4984 | 0.4984 | 0.4985 | 0.4985 | 0.4986 | 0.4986 |
| 3.0 | 0.4987 | 0.4987 | 0.4987 | 0.4988 | 0.4988 | 0.4989 | 0.4989 | 0.4989 | 0.4990 | 0.4990 |
| 3.1 | 0.4990 | 0.4991 | 0.4991 | 0.4991 | 0.4992 | 0.4992 | 0.4992 | 0.4992 | 0.4993 | 0.4993 |
| 3.2 | 0.4993 | 0.4993 | 0.4994 | 0.4994 | 0.4994 | 0.4994 | 0.4994 | 0.4995 | 0.4995 | 0.4995 |
| 3.3 | 0.4995 | 0.4995 | 0.4995 | 0.4996 | 0.4996 | 0.4996 | 0.4996 | 0.4996 | 0.4996 | 0.4997 |
| 3.4 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4997 | 0.4998 |
| 3.5 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4998 |
| 3.6 | 0.4998 | 0.4998 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 |
| 3.7 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 |
| 3.8 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 | 0.4999 |
| 3.9 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 | 0.5000 |

Exemplo 5:

Qual a proporção de mulheres jovens com menos de 1,72 m?



Exemplo 6:

Qual a proporção de mulheres jovens com mais de 1,65 m?

Exemplo 7:

Qual a proporção de mulheres com estatura inferior a 1,57 m?

Exemplo 8:

Uma produção de pinos tem média de 10 mm de diâmetro e desvio padrão de 0,2 mm. Qual a probabilidade de um pino ter diâmetro entre 9,9 e 10,5 mm ?

## 5) PROBABILIDADE

Probabilidade traduz-se como o número de casos favoráveis em relação ao número de casos possíveis, dizemos que a probabilidade de uma moeda cair com a cara para cima é de 50%, pois sabemos que dos dois resultados possíveis (cara e coroa) apenas um é favorável. Este fato é verdadeiro quando temos um número muito grande de observações, de fato se traçarmos um gráfico dos resultados dos lançamentos de uma moeda veremos que há uma tendência ao valor 0,5 após um número significativo de lançamentos, mas não no início. Se lançarmos uma moeda quatro vezes dificilmente teremos duas caras e duas coroas como resultado, mas se lançarmos a mesma moeda cinco mil vezes o resultado se aproximará muito do esperado (2.500 caras e 2.500 coroas). Matematicamente podemos definir a probabilidade da seguinte forma:

$$probabilidade = \frac{n^{o}\, de\_casos\_favoráveis}{n^{o}\, de\_casos\_possíveis}$$

Exemplo 1:

Qual a probabilidade de após o lançamento de um dado a face com o 1 ficar voltada para cima?

Exemplo 2:

60% das peças produzidas têm fissuras ou bolhas na tinta. Sendo que 45% têm fissuras e 30% têm bolhas, quantas apresentam ambos os defeitos?

Exemplo 3:

15% das peças produzidas apresentam defeitos de laminação, 5% apresentam dimensões fora do aceitável e 3% apresentam os dois problemas. Qual o total de peças recusadas?

Exemplo 4:

Uma caixa tem 20 peças, sendo 5 defeituosas. Qual a probabilidade de retirarmos duas peças defeituosas seguidas se não houver reposição? E se houver reposição?



Exemplo 5:

Qual a probabilidade de surgir um ás ou um dez de ouros ou um dois de espadas na retirada de uma única carta de um baralho totalmente embaralhado?

Exemplo 6:

Ao jogarmos um dado e uma moeda simultaneamente, qual a probabilidade termos cara na moeda e um número par no dado?

Exemplo 7:

Uma bola é retirada ao acaso de uma caixa que contém 6 bolas vermelhas, 4 brancas e 5 azuis. Determinar a probabilidade de ela:

a) Ser vermelha.
b) Ser branca.
c) Ser azul.
d) Não ser vermelha.
e) Ser vermelha ou branca.

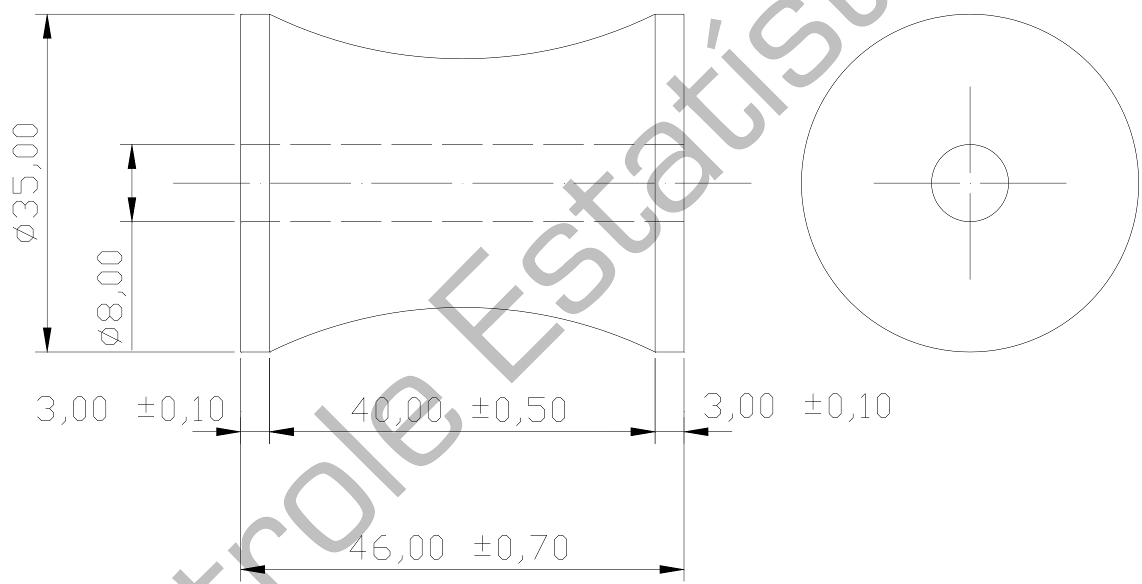
Exemplo 8:

Determinar a probabilidade de haver meninos e meninas em famílias com 3 crianças, admitindo-se a mesma probabilidade para ambos.

## 6) MÉTODOS PARA RELACIONAR TOLERÂNCIAS E DIMENSÕES INTERATIVAS

Dimensões interativas são as que compõem uma dimensão final de montagem, naturalmente as tolerâncias individuais de cada dimensão influirá no resultado final, ou melhor, na tolerância total da montagem.

Tomemos a montagem de um coxim que se constitui de um núcleo de borracha e de duas placas externas, admitamos ainda que as placas tenham espessuras de 3 mm com tolerância de ± 0,1 mm, e que o núcleo de borracha tenha comprimento de 40 mm e tolerância de ± 0,5 mm, conforme esquema abaixo:

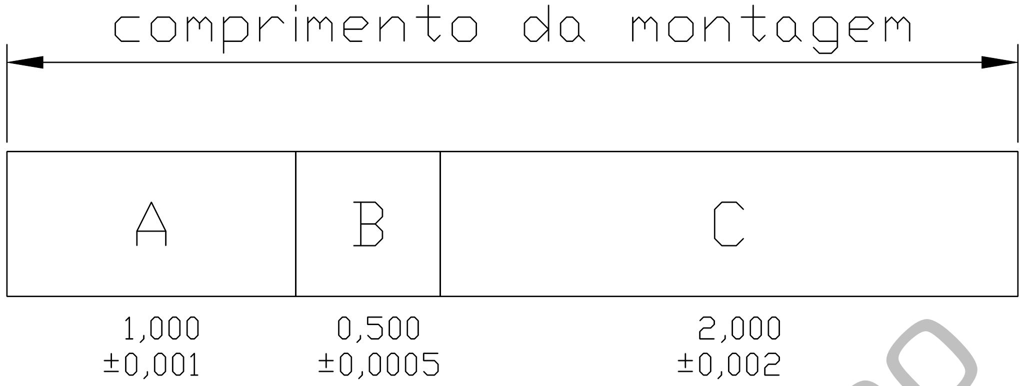



Ao observarmos o esquema de montagem podemos concluir que o comprimento nominal de montagem é de 46 mm com tolerância total de 0,7 mm.

Posto o esquema de montagem acima cabe ao engenheiro as definições para a fabricação dos diversos componentes da peça.

### 6.1) Método Convencional

O método convencional para a dimensão interativa é a adição. Consideramos para exemplo o esquema de montagem representado na figura abaixo:




Valor nominal do resultado = valor nominal$_A$ + valor nominal$_B$ + valor nominal$_C$

Tolerância T do resultado = $T_A + T_B + T_C$

Logo:

Valor nominal da montagem = 1,000 + 0,500 + 2,000 = 3,500

Tolerância do comprimento

da montagem = 0,001 + 0,0005 + 0,002 = ±0,0035

Este método assume 100% de permutabilidade dos componentes que compõem a montagem. Se as tolerâncias dos componentes forem satisfeitas, então todas as montagens satisfarão à tolerância de montagem determinada pela simples adição aritmética.

O método tradicional está matematicamente correto, mas com frequência conservador demais. Suponha que a expectativa de fabricação nos indique uma ocorrência de 1% das peças abaixo do limite de tolerância inferior para o componente A e suponha o mesmo para os componentes B e C. se um componente A é selecionado ao acaso, há em média 1 chance em 100 de que ele esteja abaixo do limite de tolerância inferior, e da mesma forma para os componentes B e C. O ponto chave é este: se são feitas montagens ao acaso e se os componentes são manufaturados independentemente, então a chance de que uma montagem tenha todos os três componentes simultaneamente abaixo do limite de tolerância é:

Desta forma, estabelecer tolerâncias de componentes de montagens baseadas na fórmula da adição simples é conservador no sentido de que ela falha no reconhecimento da probabilidade extremamente pequena de uma montagem conter todos os componentes inferiores (ou superiores).

6.2) Método Estatístico

Este método estabelece para o exemplo da montagem anterior o seguinte:

Valor nominal do resultado = valor $\text{nominal}_A$ + valor $\text{nominal}_B$ + valor $\text{nominal}_C$

$$\text{Tolerância da montagem} = \sqrt{T_A{}^2 + T_B^2 + T_C^2}$$

Logo:

Valor nominal da montagem = 1,000 + 0,500 + 2,000 = 3,500

$$\text{Tolerância da montagem} = \sqrt{(0{,}001)^2 + (0{,}0005)^2 + (0{,}002)^2} = \pm 0{,}0023$$

Praticamente todas as montagens (mas não 100%) cairão dentro de 3,500±0,0023. Isso é mais estreito que 3,500±0,0035 (o resultado do método aritmético).

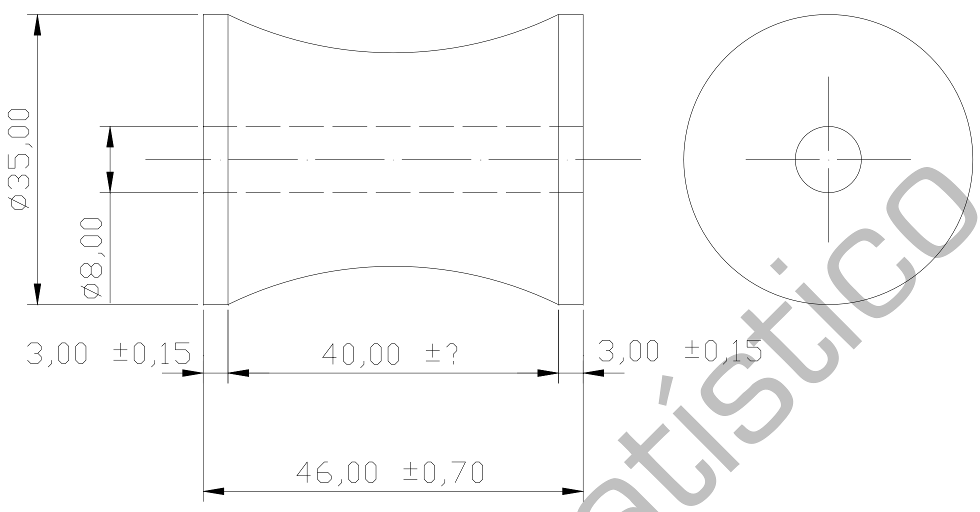
Na prática o problema freqüentemente é começar com um resultado final definido e estabelecer tolerâncias para as partes.

Exemplo 1:

Suponha que se tenha desejado uma tolerância de montagem de ±0,0035. Calcule uma combinação de tolerâncias que atendam ao pedido baseado no método estatístico, para o esquema de montagem do item 6.1.

Exemplo 2:

Calcule para o coxim representado abaixo a tolerância necessária ao núcleo de borracha, para atender a uma tolerância total de ±0,700, sabendo que a tolerância de fabricação das placas metálicas é de ±0,15.






A desvantagem da fórmula quadrática é que ela assume muitas suposições que, mesmo satisfeitas, ainda resultarão em um percentual pequeno (teoricamente 0,27%) de resultados de desacordo com os limites estabelecidos pela fórmula. As suposições são:

1) As dimensões dos componentes são independentes e os componentes são montados ao acaso. Esta suposição é geralmente satisfeita na prática.

2) Cada dimensão dos componentes deve ser normalmente distribuída. Distribuições aproximadamente normais são admitidas.

3) A média real de cada componente deve ser o valor nominal estabelecido na especificação, o que obriga a um controle mais refinado da produção, não bastando os calibres passa-não-passa.

A fórmula da tolerância estatística aplica-se tanto para montagens compostas por componentes fisicamente separados quanto para uma cadeia de várias dimensões interativas dentro de um item físico. Além disso, o resultado das dimensões interativas pode ser uma dimensão externa (comprimento de montagem) ou um resultado interno (folga entre um eixo e um furo).

O quadro abaixo apresenta um comparativo dos dois métodos apresentados.

| Fator | Convencional | Estatístico |
|---|---|---|
| Risco de itens não interagirem adequadamente | Nenhum risco; 100% de permutabilidade de itens | Pequeno percentual de resultados finais cairá fora dos limites (mas podem às vezes ser corrigidos com montagem eletiva) |
| Utilização da amplitude total da tolerância | O método é conservador; as tolerâncias em dimensões interativas são menores que o necessário | Permite maiores tolerâncias em dimensões interativas |
| Suposições estatísticas | Nenhuma | As dimensões interativas devem ser independentes e cada uma deve ser normalmente distribuída |
| Tamanho do lote para componente | Qualquer tamanho | O tamanho do lote deve ser grande o suficiente (para garantir o efeito de equilíbrio em dimensões interativas extremas) |

## 7) GRÁFICOS DE CONTROLE

### 7.1) Definições

**Processo**: qualquer combinação específica de máquinas, ferramentas, métodos, materiais e/ou pessoas empregadas para atingir qualidades específicas num projeto ou serviço. Uma mudança em qualquer um destes elementos resulta num novo processo.

**Controle**: processo de controle é um ciclo de *feedback* através do qual medimos o desempenho real, comparando-o com o padrão e agimos sobre a diferença. Quanto mais rápida a resposta ao desvio do padrão mais uniforme a qualidade produzida.

**Controle estatístico do processo (CEP)**: aplicação de técnicas estatísticas para medir e analisar a variação nos processos.

**Controle estatístico da qualidade (CEQ)**: aplicação de técnicas estatísticas para medir e aprimorar a qualidade dos processos. CEQ inclui CEP, ferramentas de diagnóstico, planos de amostragem e outras técnicas estatísticas.

**PRÉ-Controle**: PRÉ-Controle é um tipo de controle direto e imediato feito pelo operário no curso da produção. O operário mede um par de itens periodicamente. Se as medidas caem em zonas determinadas do gráfico de controle, o operador ajusta o processo imediatamente.

### 7.2) Usos dos gráficos de controle

Gráficos de controle são comumente usados para:

a) Alcançar um estado de controle estatístico.

b) Monitorar um processo.

c) Determinar a aptidão do processo.

Gráficos de controle podem ter um papel importante na aceitação do produto. Processos que são capazes de satisfazer às especificações e estão sob controle estatístico são os primeiros candidatos para serem controlados por amostragem. O controle estatístico verifica a estabilidade do processo e a homogeneidade do produto. Assim sendo vários procedimentos de amostragem podem ser efetivamente aplicados. Um desses procedimentos faz uso de subgrupos e limites estatísticos simples.

7.3) Procedimento para tomada de dados para um gráfico de controle

1) Tome 25 subgrupos. O tamanho do subgrupo dependerá do tipo de gráfico. Gráficos para variáveis geralmente usam quatro ou cinco medições; gráficos para atributos empregam tamanhos de subgrupo que dependem do tipo de gráfico.

2) Registre quaisquer mudanças no processo (material, operário, ferramenta, etc.) durante a coleta destes dados.

3) Calcule limites de controle preliminares a partir destes dados.

4) Faça o gráfico para cada subgrupo. Se todos os dados estão dentro dos limites de controle, o processo está sob controle estatístico. Se algum ponto fica fora dos limites de controle, o processo não está sob controle estatístico. Encontre a causa determinável desta variação excessiva e elimine-a. Realize uma nova coleta, conforme procedimento descrito acima, para se certificar de que nenhuma causa determinável ainda esteja presente.

A maioria dos processos industriais não está sob controle quando analisado pela primeira vez; muitos pontos fora dos limites de controle são comuns. As razões para estas causas determináveis podem ser descobertas e eliminadas. Assinale as explicações encontradas para pontos fora de controle no próprio gráfico. À medida que correções vão sendo feitas no processo, novos dados devem ser coletados, limites de controle recalculados, e novos dados colocados nos gráficos com os limites revisados. Em geral, o controle é obtido paulatinamente. Eliminar causas determináveis e recalcular limites de controle pode ser um processo iterativo.

O cálculo dos limites de controle a partir de 10 e não 25 subgrupos é prática comum, especialmente quando as operações de produção são curtas. Infelizmente, os valores calculados têm uma precisão consideravelmente menores.

7.4) Conceitos básicos dos gráficos de controle

**Estimativa da média, m**. Shewhart estudou tanto a mediana de subgrupo, como a média de subgrupo, como estimadores de m. Concluiu que a média, $\overline{X}$, era um estimador mais sensível. A média de um subgrupo é a soma de todos os pontos individuais naquele subgrupo, dividida pelo número de pontos naquele subgrupo.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

O valor de m é a média das médias: $\overline{\overline{X}}$

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\overline{X}}{número\_de\_subgrupos}$$

**Estimativa de desvio-padrão, s**. O desvio padrão é calculado a partir da média dos desvios-padrão dos subgrupos corrigida por um fator que considera o tamanho dos subgrupos.

O desvio-padrão individual é calculado pela fórmula já conhecida:

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}}$$

O desvio-padrão médio é calculado através de:

$$\overline{S} = \frac{\sum S_X}{quantidade\_de\_subgrupos}$$

E finalmente o desvio padrão a ser usado no gráfico é calculado por:

$$\sigma = \frac{\overline{S}}{c_4}$$

Onde o fator $c_4$ está tabelado abaixo.

| n | $c_4$ | n | $c_4$ | n | $c_4$ | n | $c_4$ | n | $c_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,7979 | 7 | 0,9594 | 12 | 0,9776 | 17 | 0,9845 | 22 | 0,9882 |
| 3 | 0,8862 | 8 | 0,9650 | 13 | 0,9794 | 18 | 0,9854 | 23 | 0,9887 |
| 4 | 0,9213 | 9 | 0,9693 | 14 | 0,9810 | 19 | 0,9862 | 24 | 0,9892 |
| 5 | 0,9400 | 10 | 0,9727 | 15 | 0,9823 | 20 | 0,9869 | 25 | 0,9896 |
| 6 | 0,9515 | 11 | 0,9754 | 16 | 0,9835 | 21 | 0,9876 | | |

**n é a quantidade de observações**

**Limites de controle**. Limites de controle baseados em variação estatística do processo podem ser estabelecidos a partir da média ± 3 desvios-padrão do parâmetro. Se o parâmetro cujo gráfico está sendo feito é normalmente distribuído, cerca de 99,73% de todos os valores cairão dentro dos limites de controle. Portanto, se um ponto cai fora dos limites de controle, há apenas 27 chances em 10.000 de que a distribuição não tenha mudado.

**Atenção**: O fato de uma determinada produção se encontrar em um "estado de controle estatístico" significa simplesmente que a produção obedece a uma distribuição normal, mas não garante que o produto satisfaz às especificações. Neste caso devem ser estudadas providências para modificar o valor da média ou diminuir o desvio-padrão.

7.5) Passos para a preparação de um gráfico de controle

1) Escolha a característica a ser colocada no gráfico. Esta é uma questão de opinião, mas use as seguintes orientações:

    a. Dê maior prioridade a características que estão apresentando defeito na produção e onde os controles de ajuste estão disponíveis ao operário.

    b. Identifique as variáveis e condições de processo que estão contribuindo para as características finais do produto. Por exemplo, pH, concentração de sal e temperatura de solução para galvanização são variáveis do processo que poderiam contribuir para uniformidade da galvanização. A seleção de tais variáveis é geralmente subjetiva e por vezes baseada em opiniões. A objetividade é necessária. Um passo útil é fazer um gráfico de dispersão dos dados quanto às variáveis suspeitas *versus* a característica do produto final, para pelo menos 30 itens produzidos em momentos diferentes.

    c. Escolha características que oferecerão os tipos de dados necessários para o diagnóstico do problema. (por exemplo, diâmetros de eixos são dados importantes na verificação de selos mecânicos).

    d. Determine o primeiro ponto no processo de produção, no qual o teste possa ser feito, para obtenção de informações sobre causas determináveis, a fim de que o gráfico possa servir como dispositivo efetivo de aviso precoce para determinação de não-conformidades.

2) Decida a linha central a ser usada e a base de cálculo dos limites de controle. A linha central pode ser a média dos dados passados, ou pode ser uma média desejada. Os limites são geralmente estabelecidos em ± 3s, mas outros múltiplos podem ser escolhidos para diferentes riscos estatísticos.

3) Escolha a freqüência dos subgrupos (os indivíduos dentro de um subgrupo devem ser consecutivos, se possível). A taxa de mudança no processo (desgaste da ferramenta ou deterioração de uma solução química) determinará o tempo máximo a ser permitido entre subgrupos.

4) Escolha o tamanho do subgrupo, em geral usa-se de quatro a cinco elementos por subgrupo.

5) Estipule o sistema de coleta de dados. Se o gráfico de controle destinar-se a servir como ferramenta do dia-a-dia na fábrica, ele deve ser simples e próprio para o uso. Lápis e papel comuns não funcionarão bem em um ambiente com presença de óleo. As medições devem proporcionar leituras confiáveis e imediatas. Se os gráficos de controle estão sendo usados para monitorar o processo, os dados devem ser colocados no gráfico e os resultados fornecidos ao operador imediatamente. Qualquer demora, tal como a espera até o fim do dia para registrar os dados, anulará o valor dos gráficos.

Além do gráfico de controle que tem como referência a média e o desvio padrão, outros gráficos de controle foram desenvolvidos para diferentes aplicações. O quadro a seguir apresenta de forma resumida alguns destes gráficos e relaciona suas aplicações e características básicas.



| ***Tipos de dados*** | ***Parâmetros*** | ***Uso típico*** | ***Vantagens*** | ***Desvantagens*** | ***Comentários*** |
|---|---|---|---|---|---|
| Variáveis | | | | | |
| $\overline{X}$ e R/s | Média e | Processos | Uma ótima | Cálculos | Selecionar |

| ***Tipos de dados*** | ***Parâmetros*** | ***Uso típico*** | ***Vantagens*** | ***Desvantagens*** | ***Comentários*** |
|---|---|---|---|---|---|
| | amplitude ou desvio-padrão do subgrupo | onde predomina o uso de máquinas | visão da variação estatística de um processo | complexos; resposta demorada; relação indireta entre limites de controle e tolerância | cuidadosamente o tamanho do subgrupo, freqüência e número de subgrupos usados para o estabelecimento e restabelecimento de limites de controle |
| X e R | Medida individual e amplitude do subgrupo | Onde apenas uma observação por lote é disponível | Mais rápidos, mais fáceis de serem completados e explicados. Comparáveis diretamente à tolerância | Não tão sensíveis quanto gráficos $\overline{X}$ e R | |
| SomCum | Soma acumulada do desvio da média de subgrupo em relação a um valor de referência | Produto ou teste de alto custo, onde mudanças de 0,5s a 2s são comuns | Resposta mais rápida à mudança abrupta na média do que os gráficos $\overline{X}$ e R | Complexa, difícil de ser explicada | O PRÉ-Controle é mais rápido e mais simples |
| Atributos<br>p<br><br>np<br><br><br>u<br><br><br>c | <br>Fração não-conforme<br>Número de não-conformes<br>Não-conformidade por unidade<br>Número de não-conformidades | Apenas dados de atributos disponíveis ou para monitorar qualidade de uma unidade complexa com mais de uma característica de interesse | Os dados são geralmente mais fáceis de obter do que os dados variáveis. Os cálculos são mais fáceis que no gráfico $\overline{X}$ | Atributos não são tão úteis para o trabalho de diagnóstico quanto os dados variáveis | À medida que a qualidade melhora, os subgrupos ficam maiores. Conseqüente-mente todos os gráficos de atributos devem tornar-se obsoletos |

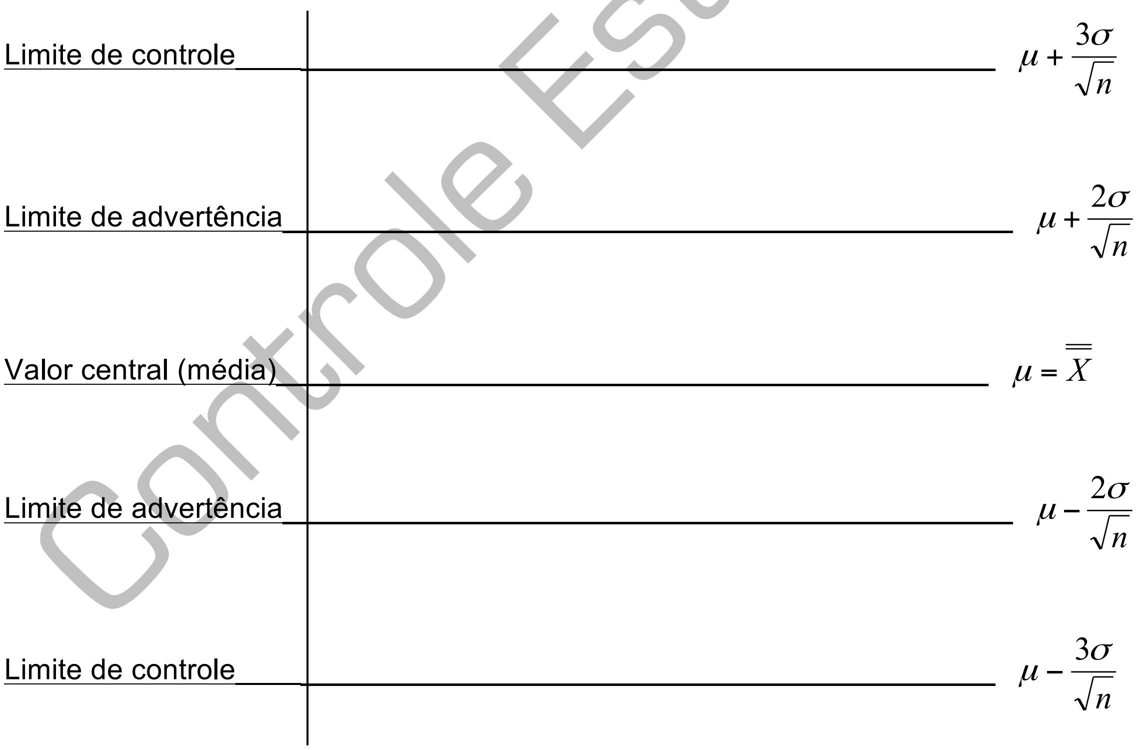


7.6) Modelos

Modelo de folha de dados:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DATA | | | | | | | | | |
| TEMPO | | | | | | | | | |
| LEITURA | 1 | | | | | | | | |
| | 2 | | | | | | | | |
| | 3 | | | | | | | | |
| | 4 | | | | | | | | |
| | 5 | | | | | | | | |
| SOMA | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| $\overline{X} = \frac{SOMA}{NÚMERO\_DE\_LEITURAS}$ | | | | | | | | | |
| R = MAIS ALTA – MAIS BAIXA | | | | | | | | | |

Modelo de gráfico de controle:




Exemplo 1:

A partir dos dados verifique se esta produção está sob controle estatístico e, admitindo que isto seja verdade, construa um gráfico de controle estatístico.

Característica da Qualidade: Diâmetro Externo do Anel de Vedação (modelo AGS-BR)

| GRUPOS | MEDIÇÕES | | | | | SOMA | $\overline{X}$ | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | |
| GRUPO 1 | 202,84 | 202,86 | 202,35 | 202,17 | 202,67 | 1.012,89 | 202,58 | 0,31 |
| GRUPO 2 | 202,56 | 202,77 | 202,09 | 201,70 | 201,90 | 1.011,02 | 202,20 | 0,45 |
| GRUPO 3 | 202,18 | 202,78 | 202,14 | 202,75 | 202,89 | 1.012,74 | 202,51 | 0,42 |
| GRUPO 4 | 201,82 | 202,62 | 201,90 | 202,56 | 202,37 | 1.011,27 | 202,25 | 0,37 |
| GRUPO 5 | 201,35 | 201,82 | 202,11 | 201,76 | 201,47 | 1.008,51 | 201,70 | 0,30 |
| GRUPO 6 | 201,72 | 202,71 | 202,35 | 202,00 | 201,65 | 1.010,43 | 202,09 | 0,44 |
| GRUPO 7 | 202,22 | 201,59 | 201,33 | 201,51 | 202,07 | 1.008,72 | 201,74 | 0,38 |
| GRUPO 8 | 202,35 | 202,23 | 202,87 | 202,85 | 202,87 | | | |
| GRUPO 9 | 201,37 | 201,84 | 201,87 | 201,23 | 201,36 | | | |
| GRUPO 10 | 201,76 | 201,52 | 201,96 | 202,32 | 202,45 | | | |

Grupo 1:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 2:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 3:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 4:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 5:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 6:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 7:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 8:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |




Grupo 9:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |


Grupo 10:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{X}$ = | n= | S= | $\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ = | $\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ = |
| LAI= | LAS= | LCI= | LCS= | |




Exemplo 2:

A partir do gráfico elaborado no exemplo anterior, plote corretamente os dados abaixo e determine a ação a ser tomada.

| DATA | | 26/05/08 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| TEMPO | | 7:30 | 8:00 | 8:10 | 8:30 | 9:00 | | | |
| LEITURA | 1 | 202,02 | 202,11 | 202,76 | 202,79 | 202,59 | | | |
| | 2 | 202,55 | 201,71 | 201,41 | 201,52 | 203,15 | | | |
| | 3 | 201,72 | 201,41 | 201,61 | 201,65 | 202,22 | | | |
| | 4 | 201,92 | 202,15 | 202,75 | 202,47 | 202,79 | | | |
| | 5 | 201,45 | 201,46 | 202,09 | 201,37 | 202,95 | | | |
| SOMA | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| $\overline{X} = \frac{SOMA}{NÚMERO\_DE\_LEITURAS}$ | | | | | | | | | |
| R = MAIS ALTA – MAIS BAIXA | | | | | | | | | |



Exemplo 3:

Analisar as medições abaixo a partir de um gráfico de controle, dados: $m$ = 70 Kgf; $s$ = 2,24 Kgf; n = 5.

| | AMOSTRA | $\bar{X}$ |
|---|---|---|
| 1ª HORA | 1 | 68,86 |
| | 2 | 71,49 |
| | 3 | 68,59 |
| | 4 | 68,69 |
| 2ª HORA | 5 | 71,56 |
| | 6 | 70,69 |
| | 7 | 70,72 |
| | 8 | 71,91 |
| 3ª HORA | 9 | 71,17 |
| | 10 | 72,73 |
| | 11 | 72,42 |
| | 12 | 71,33 |