

ADMINISTRACION FINANCIERA

## **UNIDAD II**

### **Decisiones de Inversión**

**Marcelo A. Delfino**

## El Valor del dinero en el tiempo

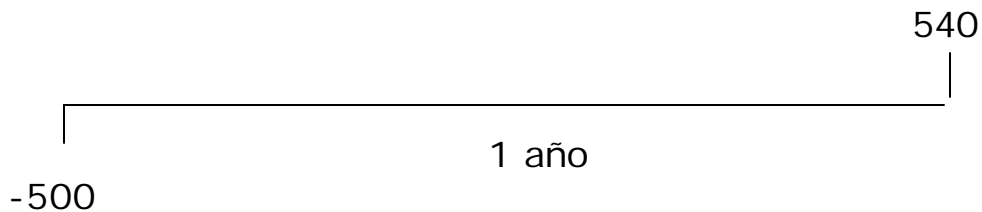
- Cómo determinar el valor hoy de los flujos de caja que se esperan en el futuro.
- La expresión *valor del dinero en el tiempo* se refiere al hecho de que un peso *hoy* vale más que un peso prometido en el *futuro*.
- Objetivo de la unidad: evaluar explícitamente la relación de intercambio entre unidades monetarias hoy y unidades monetarias en algún momento en el futuro.

## Valor futuro

- El valor futuro es la cantidad de dinero en que se convertirá una inversión a lo largo de un cierto período de tiempo y a una determinada tasa de interés.

### Inversión por un período único

Inversión - principal: \$ 500  
Tasa de interés: 8% anual  
Período de la inversión: 1 año



- Si se invierte por un solo período a una tasa  $r$ , la inversión crece  $(1+r)$  por unidad monetaria invertida.

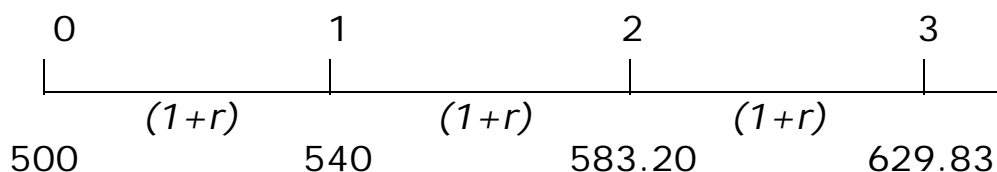
Una unidad monetaria  $\$1 \times (1+.08) = \$ 1,08$   
500 unidades monetarias  $\$500 \times (1+.08) = \$540,00$

Nota:  $r$  tiene que ser expresada para el período de inversión

### Inversión por períodos múltiples

- ¿Cuánto se tendrá después de 3 años, suponiendo que la tasa permanece constante?

Inversión: \$ 500  
Tasa de interés: 8% anual  
Período de la inversión: 3 años



➤ Composición:

Capitalizar los intereses obtenidos (re-invertirlos) y generar intereses sobre dichos intereses.

O ganar intereses sobre intereses capitalizados

➤ ¿Cómo se calcula el valor futuro?

$$\begin{aligned} \$629.86 &= \$583,20 \times 1,08 \\ &= (\$540 \times 1,08) \times (1,08) \\ &= \$500 \times (1,08 \times 1,08 \times 1,08) \\ &= \$500 \times (1,08)^3 \\ VF_t &= VA (1+r)^t \end{aligned}$$

➤ Por lo tanto, el valor futuro de \$1 invertido durante  $t$  períodos a una tasa  $r$  por período es:

$$\text{Valor futuro} = \$1 \times (1+r)^t$$

➤ Ejemplo

¿Cuánto es el valor en seis meses de un plazo fijo de \$2.500 colocado a una tasa de interés mensual del 0,9%?.  
¿Cuál es el importe obtenido por la composición?

## Valor presente y descuento

- Mismo concepto pero desde otro enfoque
- Naturaleza del problema. Se necesitan 8.000 en 6 años. Cuanto hay que invertir hoy, si la tasa es del 7%, para alcanzar dicho importe?

### Para un período único

- ¿Cuánto hay que invertir hoy al 10% para obtener \$1 en un año? o ¿Cuál es el valor presente de un \$1 a recibir en un año?

$$\begin{aligned}\text{Valor presente} \times 1.10 &= \$1 \\ \text{Valor presente} &= \frac{\$1}{1.10} = \$0,909\end{aligned}$$

- En lugar de componer el dinero hacia el futuro, se **descuenta** de regreso al presente.

$$VA = \frac{VF}{(1+r)}$$

### Valores presentes para períodos múltiples

- ¿Cuál es el valor presente de 8.000 a recibir en 3 años, si la tasa es del 7%?

$$\begin{aligned}VP \times 1.07 \times 1.07 \times 1.07 &= \$8.000 \\ VP \times 1.07^3 &= \$8.000 \\ VP &= \$8.000 / (1,07)^3\end{aligned}$$

- Resultado general

El valor presente de \$1 a recibirse en  $t$  períodos en el futuro, a una tasa de descuento  $r$ , es:

$$VP = \$1 \left[ \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

➤ La expresión entre corchetes recibe el nombre de *factor de descuento*.

➤ Ejemplo:

¿Cuál es el valor presente, al 5%, de \$1.000 a recibir en:

3 años = 863,83

5 años = 785,53

8 años = 676,84

¿Cuál es el valor presente al 7%?

3 años = 816,30

5 años = 712,99

8 años = 582,01

➤ Relaciones entre  $VP$ ,  $r$  y  $t$  (todo lo demás constante)

A  $\uparrow$  tiempo para el pago ( $t$ )  $\Rightarrow$   $\downarrow$  el valor presente ( $VP$ ) ( $r$  cte.)

A  $\uparrow$  tasa de descuento ( $r$ )  $\Rightarrow$   $\downarrow$  el valor presente ( $VP$ ) ( $t$  cte.)

## Valor presente versus valor futuro

- El factor del valor presente es el recíproco del factor del valor futuro.

$$\text{Factor de valor futuro} = (1+r)^t$$

$$\text{Factor de valor presente} = \frac{1}{(1+r)^t}$$

$VF_t$  representa el valor futuro después de  $t$  períodos,

entonces, la relación entre  $VF_t$  y  $VA$  :

$$VA \times (1+r)^t = VF$$

y

$$VA = \frac{VF_t}{(1+r)^t}$$

- Estas ecuaciones contienen sólo cuatro variables:
  1. El valor actual o presente ( $VA$ )
  2. El valor futuro ( $VF_t$ )
  3. La tasa de interés ( $r$ )
  4. El período de la inversión ( $t$ )
- Conociendo tres de ellas, se puede resolver para la restante.

Hasta ahora vimos  $VA$  y  $VF_t$

## Determinación de la tasa de descuento.

- ¿A qué tasa esta realizada una inversión?

$$VA = \frac{VF_t}{(1+r)^t}$$

### Para un período único ( $t=1$ )

Despejamos para  $r$

$$(1+r)^t = \frac{VF_t}{VA}$$
$$r = \frac{VF_t}{VA} - 1$$

- Ejemplo

¿Cuál es el rendimiento de una ON de valor nominal \$100, emitida a un año de plazo y colocadas en \$92,50?

$$r = \frac{100}{92,50} - 1 = 8,108\%$$

### Para períodos múltiples

- Ejemplo: ON para Pyme

Valor presente = \$ 100

Valor futuro = \$ 145

Período = 3 años

Resolver para  $r$

$$VA = \frac{VF_t}{(1+r)^t}$$

$$\begin{aligned} \$100 &= \$145 / (1+r)^3 \\ (1+r)^3 &= \$145 / \$100 \\ (1+r)^3 &= 1,45 \\ r &= 1,45^{1/3} - 1 \\ r &= 0,1318 \text{ ó } 13,18\% \end{aligned}$$

## Determinación del número de períodos

- Se quiere obtener una suma de 5.000, invirtiendo 1.000 al 8%. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que se generen los 5.000?

Valor presente = \$ 1.000

Valor futuro = \$ 5.000

Tasa = 8%

Resolver para  $t$

$$VA = \frac{VF_t}{(1+r)^t}$$

Reemplazando por los datos

$$\begin{aligned} \$1000 &= \$5000 / (1+0,08)^t \\ (1+0,08)^t &= \$5.000 / \$1.000 = 5 \\ \log (1+0,08)^t &= \log 5 \\ t \log (1,08) &= \log 5 \\ t &= \log 5 / \log 1,08 \\ t &= 0,6989 / 0,0334 = 20,925 \\ &\text{años} \end{aligned}$$

## Flujos de efectivos múltiples

- Hasta ahora, hemos visto valores actuales o futuros de cantidades únicas. Pero necesitamos ampliar a cualquier número de flujos de efectivo.
- Valor futuro con flujos de efectivo múltiples.

Se tiene un plazo fijo de \$500 y se piensa depositar \$300 al final de cada uno de los próximos 4 años. ¿Cuánto se tendrá al final del cuarto año, si el banco paga una tasa del 7% anual?

0	1	2	3	4	tiempo (años)
500	300	300	300	300	

Dos enfoques para obtener el resultado:

- Valor futuro calculado mediante la composición hacia el futuro, un período a la vez.

		1.07		1.07		1.07		1.07	
	0		1		2		3		4
Inicial	500		535		893,4		1.277		1687.4
$\Delta$	0		300		300		300		300
Final	500		835		1.193.4		1.577		1987.4

- Valor futuro calculado mediante la composición de cada uno de los flujos de efectivo por separado

		1.07		1.07		1.07		1.07	
	0		1		2		3		4
	$500 \times (1.07)^4$		$300 \times (1.07)^3$		$300 \times (1.07)^2$		$300 \times (1.07)$		
									655.4
									367.5
									343.5
									321.0
									300.0
									1987.4



## Flujos de caja uniformes

- Flujos de efectivo
  - uniformes en el tiempo
  - del mismo importe
  
- Flujos de efectivo
  - Perpetuidades
  - Anualidades
  
- Una perpetuidad o renta perpetua es una sucesión *constante e infinita* de flujos de caja.
  
- Anualidad es una serie de flujos de efectivo constante o uniforme que ocurren al final de cada período *durante un número fijo de períodos*.

## Perpetuidades

### Valor presente de una perpetuidad

- Perpetuidad: al ser un número infinito de flujos de efectivo, no se puede descontar cada uno de ellos.

$$VA = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots$$

C = es el flujo de caja que se recibirá un año después y  
r = es la tasa de interés

Las series numéricas como la anterior se conocen como *series geométricas*

- Un enfoque:

Una perpetuidad que cuesta \$ 1.000  
La tasa de interés es 8%.  
El flujo de efectivo anual es \$80.

$$C = 0,08 \times 1.000 = 80$$

$$\text{VP de una perpetuidad} = VA = \frac{C}{r}$$

$$\text{Haciendo } a = \frac{C}{(1+r)} \text{ y } x = \frac{1}{(1+r)}$$

$$(1) \quad VA = a(1 + x + x^2 + \dots)$$

multiplicando por x:

$$(2) \quad xVA = ax + ax^2 + \dots$$

Restando (2) a (1)

$$VA \times (1 - x) = a$$

sustituyendo a y x y reordenando

$$VA = \frac{C}{r}$$

➤ Otro enfoque

$$\text{Factor de VP de una anualidad} = \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^t}}{r} = \frac{1}{r} \times (1 - FVP)$$

Cuando  $t$  se hace muy grande ( $\rightarrow \infty$ ), el término  $\frac{1}{(1+r)^t}$  se hace muy pequeño ( $\rightarrow 0$ ).

Por lo tanto, el *factor de la anualidad* se acerca cada vez más a  $1/r$ .

➤ Ejemplo:

Factor del VP de una anualidad al 8% para 100 años

$$\frac{1}{0,08} (1 - 0,00987) \cong \frac{1}{0,08}$$

### Renta Perpetua Creciente

$$VA = \frac{C}{1+r} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C(1+g)^{N-1}}{(1+r)^N}$$

$g$  = es la tasa de crecimiento por período

$Va$  es la suma de una serie geométrica infinita

$$VA = a(1 + x + x^2 + \dots)$$

donde  $a = \frac{C}{(1+r)}$  y  $x = \frac{(1+g)}{(1+r)}$

Anteriormente se demostró que el VA de una serie geométrica infinita es:  $a / 1-x$   
Usando este resultado y despejando a y x,

$$VA = \frac{C}{r - g}$$

La tasa de crecimiento g debe ser menor que la tasa de interés r

## Anualidades

Valor presente de una anualidad

Característica principal: los flujos de caja son todos iguales

- ¿Cómo se obtiene el valor presente de un número considerable de flujos de caja?
- Para calcular el valor actual de una anualidad necesitamos evaluar la siguiente ecuación:

$$VA = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^t}$$

- El valor actual de una anualidad de  $T$  períodos debe ser menor que el valor actual de una perpetuidad.
- Ejemplo

	Ahora	1	2	3	...	T		(T+1)	(T+2)	...
Período	0	1	2	3	...	T		(T+1)	(T+2)	...
Perpetuidad 1		C	C	C	....	C		C	C	...
Perpetuidad 2								C	C	...
Anualidad		C	C	C	....	C				

- La perpetuidad 1 tiene su primer pago en el período 1.
- La perpetuidad 2 tiene su primer pago en el período  $T+1$ .
- El valor de tener un flujo de caja de  $C$  en cada fecha  $T$  es igual al valor actual de la perpetuidad 1 menos el valor actual del perpetuidad 2.

$$VA_1 = \frac{C}{r} \quad \text{y} \quad VA_2 = \frac{C}{r} \left[ \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

$$VA_{\text{anualidad}} = \frac{C}{r} - \frac{C}{r} \left[ \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$

$$VA_{\text{anualidad}} = C \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^t} \right]$$

➤ Determinación del flujo de efectivo - C:

Valor presente = \$100

Período = 6 años

Tasa de interés = 13%

Resolver para C

$$VP_{\text{anualidad}} = C \left[ \frac{1 - FVP}{r} \right]$$

Reemplazando por los datos

$$100 = C \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+0,13)^6}}{0,13} \right]$$

$$100 = C \times 3,9975$$

$$25 = C$$

➤ Determinación del número de pagos - t:

Valor presente = \$15.000

Flujo de efectivo = 270

Tasa de interés = 1,2% mensual

Resolver para t

$$VP_{\text{anualidad}} = C \left[ \frac{1 - FVP}{r} \right]$$

Reemplazando por los datos

$$\begin{aligned}
\$15.000 &= 270 \left[ \frac{1 - FVP}{0,012} \right] \\
\$15.000 / \$270 \times 0,012 &= 1 - FVP \\
0,666 &= 1 - FVP \\
&= \frac{1}{(1 + 0,012)^t} \\
(1,012)^t &= 1 / 0,333 = 3 \\
t &= \log 3 / \log 1,012 \cong 92 \\
&\text{meses}
\end{aligned}$$

➤ Determinación de la tasa -  $r$ :

Valor presente = \$10.000

Flujo de efectivo = 3.000

Períodos = 4

Resolver para  $r$

$$VP_{\text{anualidad}} = C \left[ \frac{1 - FVP}{r} \right]$$

Reemplazando por los datos

$$\begin{aligned}
\$10.000 &= \$3.000 \left[ \frac{1 - FVP}{r} \right] \\
3,33 &= \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^4}}{r}
\end{aligned}$$

No se puede resolver matemáticamente en forma directa para  $r$

En este caso,  $r = 7,71\%$

➤ Valor futuro para anualidades

➤ Ejemplo:

Se aportan todos los años \$3.000 a un F.C.I. de renta variable que, en promedio, rinde el 12% anual; ¿Cuánto se tendrá en 40 años?

Dos pasos:

1. Valor presente de la anualidad

$$C = 3.000$$

$$t = 40$$

$$r = 12\%$$

$$VA = 24.731,33$$

2. Valor futuro de la anualidad.

$$VF = VA (1+r)^t$$

$$VF = 2.301.274.25$$

# Acciones

## Clases

### ➤ **Privilegiadas o preferidas:**

- Derecho preferencial sobre los dividendos
- Pueden transformarse en comunes
- Los dividendos no pueden deducirse de ganancias

### ➤ **Ordinarias o Comunes:**

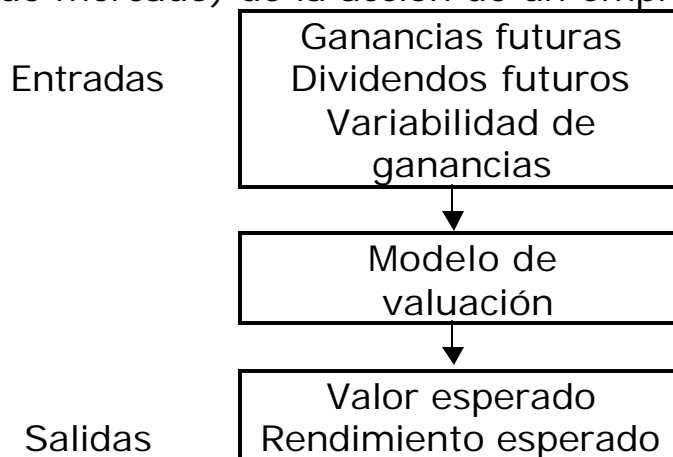
- Participan proporcionalmente en los dividendos
- Derecho a voto
- Derecho a mantener la participación patrimonial proporcional

- Los mercados de acciones no son completamente eficientes
  - los precios de las acciones pueden no reflejar toda la información relevante sobre un activo en particular.

- Cómo identificamos acciones que estén mal valuadas?

- El enfoque desarrollado en el curso usa el análisis fundamental para valorar acciones

- Un modelo de valuación convierte un conjunto de observaciones (o pronósticos) de atributos de una empresa y variables macroeconómicas en un pronóstico de valor (de mercado) de la acción de un empresa



## Modelos de DFF

### ➤ Concepto fundamental

El valor de una acción es igual al valor presente neto de los flujos de fondos que el accionista **espera** recibir por mantener la acción y equivale al valor presente de todos los **dividendos** futuros

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{P_{t+1}}{1+r}$$

Donde:

$P_t$  = precio de la acción en el período t

$P_{t+1}$  = precio de la acción **esperado** en el período t+1

$D_{t+1}$  = dividendo **esperado** en el período t + 1

r = tasa de capitalización del mercado

### ➤ Desarrollando $P_{t+1}$ en términos de $D_{t+2}$ y $P_{t+2}$

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{P_{t+1}}{1+r} = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{1}{1+r} \left[ \frac{D_{t+2}}{1+r} + \frac{P_{t+2}}{1+r} \right]$$

Por lo que

$$= \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{D_{t+2}}{(1+r)^2} + \frac{P_{t+2}}{(1+r)^2}$$

### ➤ Podemos repetir este proceso indefinidamente ...

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{D_{t+2}}{(1+r)^2} + \dots + \frac{D_{t+n}}{(1+r)^n} + \frac{P_{t+n}}{(1+r)^n}$$
$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+r} + \frac{D_{t+2}}{(1+r)^2} + \dots + \frac{D_{t+n}}{(1+r)^n} + \frac{D_{t+n+1}}{(1+r)^{n+1}} + \dots$$

### ➤ El valor de una acción es igual a ...

- el valor presente de un sucesión finita de dividendos futuros esperados más un valor terminal esperado de la acción que es igual al,
- valor presente de una sucesión infinita de dividendos futuros esperados

Atención: Dividendos, **no** ganancias

Descontar ganancias futuras implica descontar dos veces, ya que las ganancias retenidas por la empresa pueden ser o no ser distribuidas (ser re - invertidas).

- En teoría, necesitamos pronosticar la tasa de crecimiento de los dividendos para cada año
- En realidad, no se puede identificar tasas de crecimiento de dividendos en un futuro distante

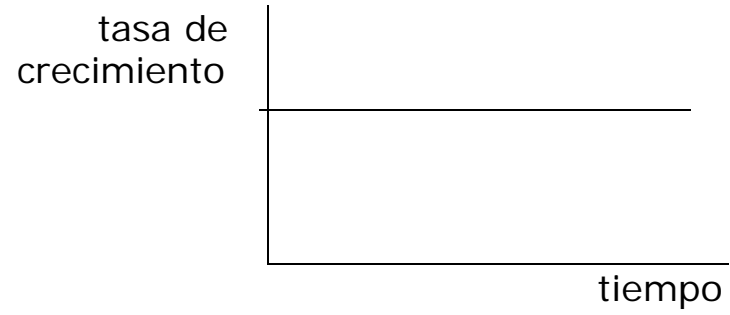
por ello, necesitamos hacer algunos supuestos simplificantes acerca el comportamiento del crecimiento futuro de los dividendos

Asumamos que los dividendos muestran:

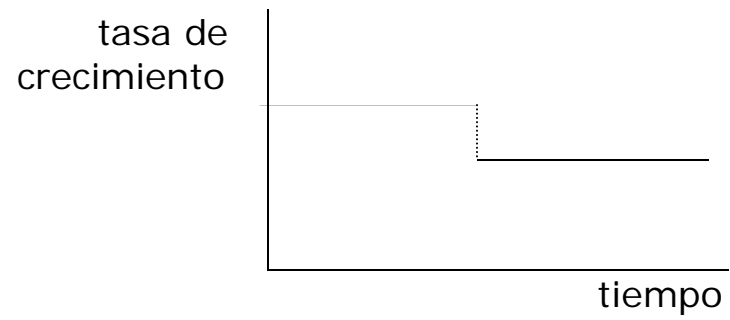
- 1.Crecimiento constante indefinido
- 2.Crecimiento constante por un número finito de años, seguido por una (menor) tasa de crecimiento para el futuro indefinido
- 3.Crecimiento constante por un número finito de años, seguido por un período en el cual el crecimiento declina gradualmente hacia un nivel de equilibrio el cual persiste luego indefinidamente.

# Modelos de crecimiento de los dividendos

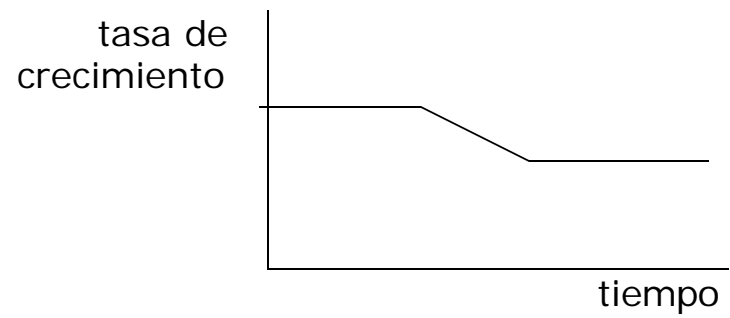
## Modelo 1



## Modelo 2



## Modelo 3

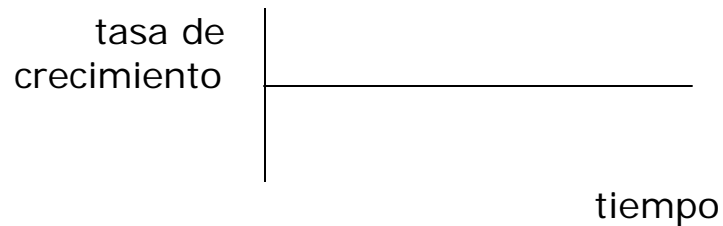


## Importante

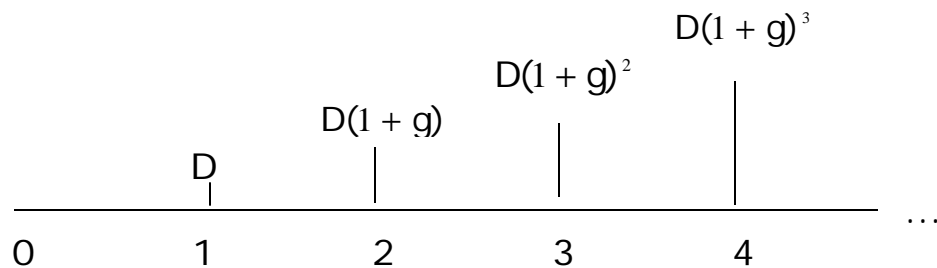
- Los modelos anteriores
  - Ofrecen un potencial creciente para pronosticar acertadamente el precio futuro de la acción (ventaja)
  - Implican una exigencia creciente en el analista de acciones para proveer no solamente más información sino también información que es en sí misma, cada vez más difícil de pronosticar (desventaja)
- Pronósticos más distantes son más probables de contener información menos precisa
- eventualmente, un punto de rendimientos decrecientes es alcanzado (relación costo - beneficio)
- por supuesto, este punto depende de la habilidades de pronóstico que posea el analista

## Modelo 1 de crecimiento de dividendos

- Este modelo asume que los dividendos crecen indefinidamente a una tasa constante  $g$



- Con una serie futura de dividendos



- El valor presente de la serie de dividendos futuros

$$P = \frac{D}{1+r} + \frac{D(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{D(1+g)^2}{(1+r)^3} + \frac{D(1+g)^3}{(1+r)^4} + \dots$$

$$P = \frac{D(1+g)}{1+r} \left[ 1 + \frac{(1+g)}{(1+r)} + \frac{(1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{(1+g)^3}{(1+r)^3} + \dots \right]$$

Haciendo:  $a = \frac{D(1+g)}{1+r}$  y  $x = \frac{1+g}{1+r}$

$$P = a \frac{1}{1-x}$$

$$P = \frac{D(1+g)}{1+r} \left[ \frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} \right]$$

$$P = \frac{D(1+g)}{1+r} \left[ \frac{1}{\frac{(1+r) - (1+g)}{1+r}} \right]$$

$$P = \frac{D(1+g)}{1+r} \left[ \frac{1+r}{r-g} \right]$$

- Suma hasta infinito de una serie geométrica

precio de la acción

dividendo esperado en el próximo periodo

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{r-g}$$

dado que  $r > g$

tasa de capitalización de mercado

tasa de crecimiento

- El modelo asume que una fracción constante  $b$  de las ganancias son retenidas en la firma y el retorno de las inversiones de la firma en nuevos proyectos es  $k$

Por lo que el crecimiento en las ganancias de la empresa es  $bk$

- El crecimiento de los dividendos es también  $bk$  ya que una fracción constante de las ganancias es pagada como dividendos

Entonces, el valor de una acción

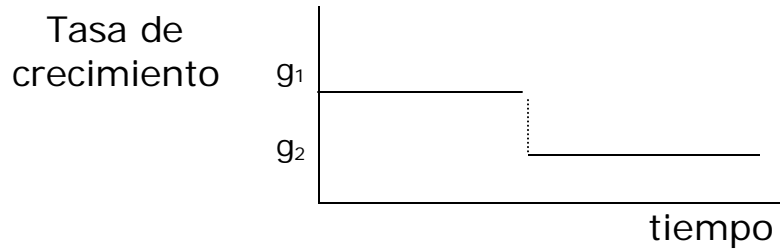
$$P_t = \frac{D_{t+1}}{r-g}$$

- El precio determinado por este modelo es altamente sensible a cambio en  $r$  o en  $g$

El modelo de dos períodos

➤ Este modelo es una extensión del modelo anterior

Alta tasa de crecimiento por un número de años, seguida por una menor tasa *característica de la empresa promedio* de la economía

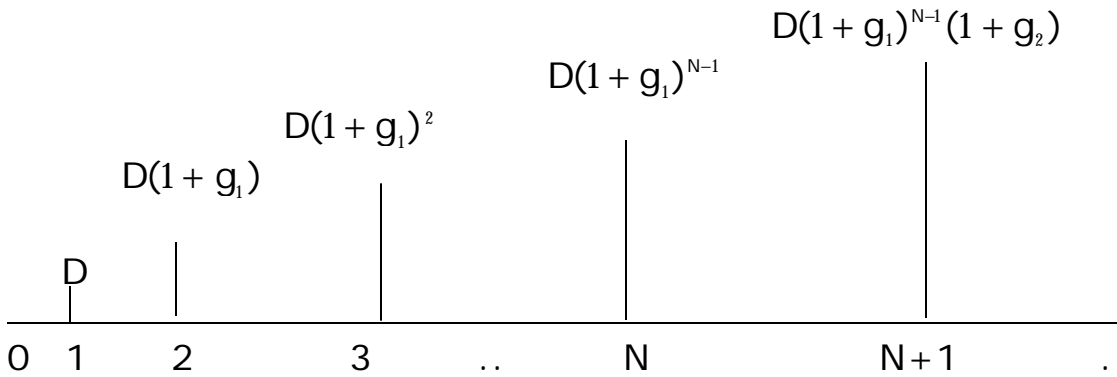


➤ Motivaciones del modelo

Mas allá de cierto punto (5 años ?) en el futuro, el analista de empresas no podría diferenciar entre firmas basado exclusivamente en el crecimiento.

➤ Asumamos que el alto crecimiento dura N períodos

➤ El flujo de dividendos futuros:



- El valor de un acción:

$$P = \frac{D}{1+r} + \frac{D(1+g_1)}{(1+r)^2} + \frac{D(1+g_1)^2}{(1+r)^3} + \dots + \frac{D(1+g_1)^{N-1}}{(1+r)^N} + \frac{P_N}{(1+r)^N}$$

- Después de n periodos, la empresa crece a una tasa constante  $g_2$

$$P_N = \frac{D_{N+1}}{k - g_2}$$

- El dividendo al final del período  $N+1$  puede ser expresado en términos del dividendo al final del período 1:

$$D_{N+1} = D(1+g_1)^{N-1}(1+g_2)$$

- El valor de la acción de la empresa:

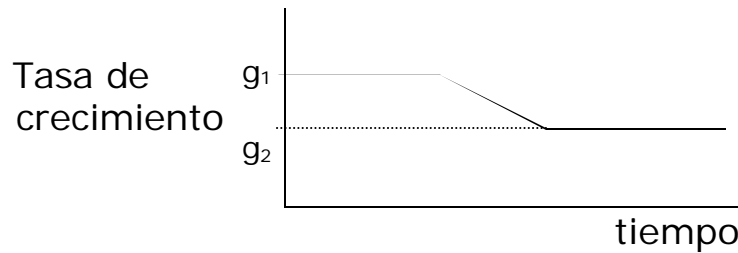
$$P = \frac{D}{k - g_1} \left[ 1 - \left( \frac{1+g_1}{1+r} \right)^N \right] + \frac{1}{(1+r)^N} \left[ \frac{D(1+g_1)^{N-1}(1+g_2)}{k - g_2} \right]$$

- Problema con el modelos de dos períodos

El modelo asume que la tasa de crecimiento cae **instantáneamente** de  $g_1$  a  $g_2$  al final del período N

## Modelo de tres períodos

- Un modelo más real debiera asumir una caída gradual en la tasa de crecimiento:



- Por ello, planteamos el modelo de los tres períodos.

### Ejemplo

Año	Ganancias por acción	Tasa de crecimiento	Ratio de distribución	Dividendos por acción
1	10.00		0.4	4.00
2	11.00	10 %	0.4	4.40
3	12.10	10 %	0.4	4.84
4	13.31	10 %	0.4	5.32
5	14.64	10 %	0.4	5.86
6	15.96	9 %	0.6	9.58
7	17.24	8 %	0.6	10.34
8	18.45	7 %	0.6	11.07

- Las ganancias crecen al 6 % desde entonces y asumimos tasa de capitalización de mercado  $k = 7.5 \%$

$$P = \frac{4,00}{1,075} + \frac{4,40}{(1,075)^2} + \frac{4,84}{(1,075)^3} + \frac{5,32}{(1,075)^4} + \frac{5,86}{(1,075)^5} + \frac{9,58}{(1,075)^6} + \frac{10,34}{(1,075)^7} + \frac{11,07}{(1,075)^8} + \frac{1}{(1,075)^8} \left[ \frac{11,74}{0,075 - 0,06} \right] = 476,98$$

## Ejercicios

➤ Ejercicios de la unidad:

De *"Fundamentos de Finanzas Corporativas"*, Ross, et.al. ,  
capítulo 6:

Ejercicio 13 (pág. 212)

Ejercicios 14, 18, 19, 20, 21, 22 y 23 (pág. 213)

Ejercicios 26 y 30 (pág. 214).

## Bonos

Los bonos son **títulos de deuda** emitidos por empresas y gobiernos para obtener financiamiento para su gestión. Generalmente tienen un valor nominal de \$100 que se denomina *valor del principal*

- El valor par de un bono casi siempre es igual a su valor nominal, aunque su valor puede estar por arriba o debajo de este valor.
- **Cupones:** son los pagos especificados de interés realizados por un bono
- **Valor nominal:** monto del principal de un bono que se liquida al final del período
- **Tasa del cupón:** cupón anual dividido por el valor nominal del bono
- **Vida o vencimiento:** fecha especificada en la que se paga el monto del principal de un bono.

### Clasificación

- Según el tipo de interés:
  - Cupón Cero
  - Renta fija (TNA)
  - Renta variable (LIBOR + x%)
- Según el tipo de garantías
  - Un *bono sin garantía* se denomina *debenture*
  - *Garantías reales* (hipotecaria, prendaria, fiduciaria)
- Según la modalidad de amortización:
  - Cupón cero (Bonos de descuento)
  - Bullet

- o Amortización e intereses periódicos

- Los bonos pueden redimirse o rescatarse totalmente a su vencimiento o bien en forma parcial o total antes de esa fecha.
- Pueden ser *convertibles* en acciones a opción del tenedor

### Calificación

- Los bonos se agrupan en distintas categorías que se definen de acuerdo a la probabilidad que la empresa emisora cumpla o no con sus compromisos de pago.
- Las calificaciones representan una evaluación de la calidad crediticia del ente emisor y se elaboran en base a la información que suministra la empresa deudora.
- La calificación mas alta otorgada es AAA o Aaa y se considera que este tipo de deuda es la de mayor calidad y la que tiene menor riesgo.
- La calificación mas baja es D, y se le otorga a la deuda que se encuentra en incumplimiento o moratoria de pagos.
- Ejemplo

Supongamos un bono con valor nominal de \$ 100, plazo de vencimiento  $T = 30$  años y paga un cupón anual de \$10, la tasa de interés vigente en el mercado para operaciones similares es  $r = 10\%$ .

$$\text{Precio} = \frac{10}{1} + \frac{10}{2} + \frac{10}{3} + \dots + \frac{10}{29} + \frac{110}{30}$$

En este caso, el precio del bono es igual a

$$\mathbf{PB = VPB = VPC + VPN}$$

$$VPC = \frac{C \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right)}{r} = \frac{10 \left( 1 - \frac{1}{(1+0,10)^{30}} \right)}{0,10} = \$94,3$$

$$VPN = \frac{VN}{(1+r)^T} = \frac{100}{(1+0,10)^{30}} = \$5,7$$

- $VPB = \$94,3 + \$5,7 = \$100$  e indica que este bono se emitirá *a la par*.

Detalles	Emisión (a la par)	Escenario 1 (bajo la par)	Escenario 2 (sobre la par)
Valor nominal del bono	100	100	100
Tasa de interés anual	10%	14%	6%
Valor nominal del cupón	10	10	10
Años de maduración	30	30	30
Precio del bono	100	72	155
Valor presente cupones	94,3	70	137,6
Valor presente bono	5,7	2	17,4

- Veamos la cosas de otra forma

Supongamos que el bono ya ha sido emitido, por lo que esperamos que tenga un precio en el mercado. En este caso, lo que nos interesa es saber su rendimiento, dado su precio.

El rendimiento de un bono tiene dos componentes

1. El interés del cupón
2. Ganancia (pérdida) de capital por el cambio en el precio

Pero a su vez, el precio de un bono cambia con:

1. El transcurso del tiempo
2. Cambios en las tasas de interés

- Cuando se emiten bonos corporativos generalmente se lo hace a la tasa de interés vigente en el mercado, lo que significa que son **emitidos a la par**.

Por lo tanto, la tasa del cupón debe ser igual a su

- Cuando después esos bonos se comercializan en los mercados de valores su precio fluctúa inversamente con la tasa de interés del mercado.
- Las fluctuaciones en la tasa de interés son la **principal fuente de riesgo** de títulos que generan ingresos fijos.
- El riesgo de invertir en bonos es mayor mientras mayor sea el plazo de maduración, mayor es la **sensibilidad del precio** a fluctuaciones en la tasa de interés.
- Mientras más tiempo se mantenga, mayor será la pérdida (mayor caída en su precio)
- Además, mientras mayor sea la tasa de interés menor será el precio de los bonos porque el valor presente los ingresos futuros será menor.

## Cambios en el precio con el tiempo

- Asumamos que ...
  1. la curva de rendimientos es horizontal
  2. los únicos movimientos que pueden ocurrir en la tasa de rendimientos son cambios paralelos
- Ejemplo: bono de descuento puro (sin cupones) con tres años de plazo - supuesto tasa de interés = 10 % por los 3 años

$$\text{Precio} = \frac{100}{(1.1)^1 + \frac{100}{(1.1)^2} + \frac{100}{(1.1)^3}}$$

¿Cómo cambia el precio con el transcurso del tiempo?

Plazo hasta vencimiento	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
Precio	$\frac{100}{(1.1)^3} = 75,1$	$\frac{100}{(1.1)^2} = 82,6$	$\frac{100}{(1.1)^1} = 90,9$	100

Rendimientos

<b>En el año 1</b>	<b>En el año 2</b>	<b>En el año 3</b>
$\frac{82,64 - 75,13}{75,13} = 0,10$	$\frac{90,91 - 82,64}{82,64} = 0,10$	$\frac{100 - 90,91}{90,91} = 0,10$

El rendimiento cada año es constante e igual a la tasa anual supuesta

- Con el transcurso del tiempo ...

El precio P depende del plazo restante hasta el vencimiento

$$P = \frac{100}{(1 + y)^{T-t}} \text{ donde } T-t \text{ es el plazo restante}$$

Por lo que el rendimiento en el período  $(t, t+1)$ :

$$\frac{\frac{100}{(1 + y)^{T-t-1}} - \frac{100}{(1 + y)^{T-t}}}{\frac{100}{(1 + y)^{T-t}}} = r$$

El rendimiento es exclusivamente ganancia de capital

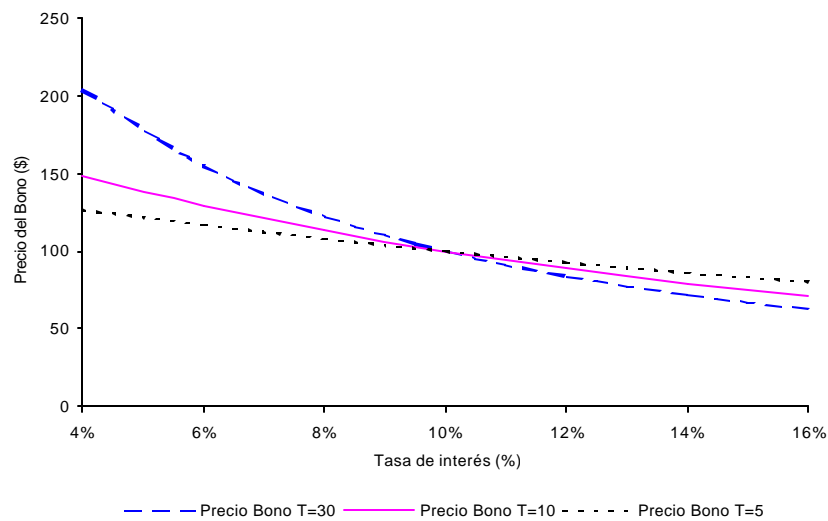
- Con cambios en las tasas de interés ...
- Ejemplo: Bono de descuento puro. Suponemos un **cambio paralelo** en la curva de tasa de interés del 10 % al 11 %

Plazo al Vencimiento (años)	3	2	1	0
Precio (y = 10 %)	75,13	82,64	90,91	100
Precio (y = 11 %)	73,12	81,16	90,09	100
Cambio en el precio	2,01	1,48	0,82	0

### ..y con un Bono con Cupón?

- Si se compra un bono a la par con un cupón del 10% y luego la tasa de mercado aumenta sufre una pérdida porque pensaba tener un rendimiento del 10% cuando existen inversiones alternativas que ofrecen una tasa mas alta
- Esto se refleja en una pérdida de capital en el bono, es decir, una caída en el precio.
- A medida que la tasa de interés aumenta en cantidades iguales la reducción en el precio del bono es cada vez menor.

- Esta propiedad del precio de los bonos se llama **convexidad** debido a esa forma de la curva de precios.

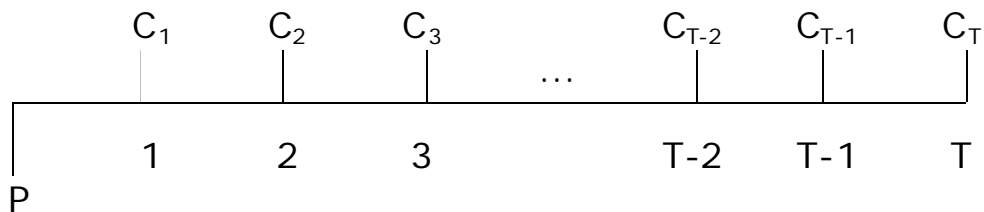


Plazo maduración	Interés						
	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%
5 años	126,7	116,8	108,0	100	92,8	86,3	80,4
10 años	148,7	129,4	113,4	100	88,7	79,1	71,0
30 años	203,8	155,1	122,5	100	83,9	72,0	62,9

## Bonos que pagan cupón

➤ Flujo de fondos del bono:

serie de pagos  $C_1, C_2, \dots, C_T$  cada intervalos regulares:



El precio del bono:

$$P = \frac{C_1}{1+y} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \frac{C_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{C_T}{(1+y)^T}$$

Nota: La curva de rendimientos se supone **plana**

### Tasa de rendimiento hasta el vencimiento

- El yield to maturity (YTM) de un bono es el rendimiento que se obtiene desde que se compra hasta su amortización final o rescate.
- Es la **tasa interna de retorno (TIR)** de la inversión en ese valor suponiendo que los cupones cobrados se reinvierten a la misma tasa de interés.

$$P = \frac{C_1}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)} + \frac{C_2}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^2} + \dots + \frac{C_n}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^n}$$

➤ Ejemplo:

Obtener la YTM de un bono a dos años con un cupón de 8-½ que se paga en forma semestral:

$$104,38 = \frac{4,25}{1 + \frac{y}{2}} + \frac{4,25}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^2} + \frac{4,25}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^3} + \frac{104,25}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^4}$$

$$y = 6,15\%$$

- La tasa de **rendimiento corriente TRC** (current yield) de un bono es igual al valor del cupón anual dividido el precio del bono.

$$y_c = \frac{4,25}{104,38}$$

La tasa de rendimiento corriente es  $y_c = 4,07\%$

## Tasas Spot

- Una tasa "spot" es el yield de un bono cupón cero

$$P = \frac{100}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^n}$$

- Para cada período de maduración, la tasa spot implica un factor de descuento por el cual se multiplican los flujos de fondos futuros para encontrar el valor presente.
- La tasa spot del período T ( ${}_0r_T$ ) es el rendimiento de un bono a T años de maduración y que no paga cupones.
- El yield o tasa spot de un bono que paga cupones se obtiene mediante el cálculo en forma recursiva

- Los bonos cupón cero y aquellos que pagan cupón de interés implican la misma tasa spot y, por lo tanto el mismo factor de descuento.

Maduración	Cupón	Yield	Precio
1	0	8,3	92,34
2	8,5	9,2	98,77
3	10	9,7	100,07

$$P_1 = 92,34 = \frac{100}{1+_0r_1} \Rightarrow {}_0r_1 = y_1 = 8,30\%$$

$$P_1 = 98,77 = \frac{8,5}{1,083} + \frac{108,5}{(1+_0r_2)^2} \Rightarrow {}_0r_2 = 9,24\%$$

$$P_1 = 100,07 = \frac{10}{1,083} + \frac{10}{(1,0924)^2} + \frac{110}{(1+_0r_3)^3} \Rightarrow {}_0r_3 = 9,7\%$$

### Cálculo de días de los bonos

- Los bonos tienen períodos fraccionales de tiempo.
- Cuando se compra un bono, generalmente se paga el precio de cotización más una parte proporcional de los intereses del último cupón ("accrued interest").
- El precio pagado (invoice price) es igual al precio de cotización mas los intereses acumulados.

### Precio = Precio de cotización + Intereses acumulados

u = días desde el último cupón

v = días hasta el próximo cupón

$$\text{Interés acumulado} = \frac{u}{u+v} C$$

$$P = \frac{C}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^w} + \frac{C}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^{w+1}} + \dots + \frac{C + 100}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^{w+n-1}}$$

Donde:

$$W = v/u+v$$

n = número de cupones restante

## Duration

- Cuando los bonos hacen muchos pagos es útil contar con el promedio de maduración de todos esos flujos de fondos como una aproximación a su maduración efectiva.
- Mide la sensibilidad del precio de un bono ante cambios en la tasa de interés,
- Tiende a aumentar con el tiempo que falta para la maduración.
- La Duration de un bono se calcula como un promedio ponderado del tiempo de pago de cada cupón y del principal.
- El ponderador  $w_t$  asociado con cada pago es el valor presente del pago  $VPF_t$  dividido por el precio del bono.

$$W_t = \frac{VPF_t}{(1+y)^t P_B}$$

- Calculando el promedio ponderado del tiempo de cada uno de los pagos que hace el bono hasta su rescate, se obtiene la duración media:

$$D = \sum_{t=1}^T t \times W_t$$

- El cambio en el precio de un bono provocado por un pequeño cambio en el rendimiento se obtiene:

$$\frac{dP_B}{dy} = \frac{(-1)C}{(1+y)^2} + \frac{(-2)C}{(1+y)^3} + \dots + \frac{(-n)C}{(1+y)^{n+1}} + \frac{(-n)VNB}{(1+y)^{n+1}}$$

- Reordenando y dividiendo ambos miembros por P

$$\frac{dP_B}{dy} \frac{1}{P_B} = -\frac{1}{1+y} \left[ \frac{1C}{1+y} + \frac{2C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{nC}{(1+y)^n} + \frac{nVNB}{(1+y)^n} \right] \frac{1}{P_B}$$

- La expresión entre paréntesis dividida por el precio es comúnmente conocida como *Macaulay Duration (D)*

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nVNB}{(1+y)^n}}{P_B}$$

- Reemplazando en la ecuación anterior

$$\frac{dP_B}{P_B} = -D \cdot \left[ \frac{dy}{(1+y)} \right] = -D^M \cdot dy$$

- Donde  $D^M = D / (1+y)$  se denomina *duración modificada*.
- El cambio porcentual en el precio del bono ( $dP / P$ ) es igual a su duración modificada multiplicado por el cambio en el YTM o rendimiento del bono.
- El resultado muestra que la sensibilidad de los bonos a cambios en la tasa de interés depende principalmente de tres factores:

- (1) El tiempo hasta el vencimiento del bono  $t$ ,
- (2) La tasa del cupón  $C$  y
- (3) El YTM o TRV simbolizada por  $y$ .

## Convexidad

- La duration es sólo una aproximación de la volatilidad en el precio de un bono para pequeños cambios en el yield o tasa de interés,
- El problema que se presenta es que la duration intenta estimar una relación convexa (precio – yield) con una línea recta (la línea tangente).
- Por lo tanto puede ser suplementada con una medida adicional que captura la curvatura o convexidad de un bono.
- Generalmente, se calcula la derivada segunda del precio con respecto a la yield, como aproximación a la convexidad precio del bono.

$$\frac{d^2P}{dy^2} = \sum_{t=1}^n \frac{t(t+1)C}{(1+y)^{t+2}} + \frac{n(n+1)VNB}{(1+y)^{n+2}}$$

- La convexidad C que muestra el cambio en el precio ante cambios en y

$$C = \frac{d^2P}{dy^2} \frac{1}{P}$$

- En presencia de convexidad, el cambio en el precio será:

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{2} C \times dy^2$$

- Por lo tanto utilizando la duration y convexidad juntas se obtiene una mejor aproximación del cambio actual en el precio del bono debido a un movimiento en el yield o tasa de interés.

## Factores que afectan cambios en el precio de un bono

- Riesgo de las tasas de interés
- Las tasas de interés son importantes ya que ...  
... mientras mayor sea la tasa con la cual los flujos futuros de fondos se descuenten, menos importante son los flujos de fondos mas distantes.

Por lo que ahora también importa ...

- El tamaño del cupón  
... mientras mayor sea el cupón, más importante son los flujos de fondos intermedios en comparación con el flujo de fondo al vencimiento del bono  
... por lo tanto, todo lo demás constante, ante un cambio en las tasas de interés, los precios de bonos con mayor cupón cambian menos que aquellos con menor cupón
- Plazo al vencimiento  
... mientras mayor sea el plazo al vencimiento, mas lejano en el tiempo hasta que se cancele el total del capital  
... por lo tanto, y todo lo demás constante, ante un cambio en las tasas de interés, los precios de bonos con menor plazo al vencimiento cambian menos que aquellos con mayor plazo al vencimiento.

## Ejercicios

➤ Ejercicios de la unidad:

De *“Fundamentos de Finanzas Corporativas”*, Ross, et.al. ,  
capítulo 6:

Ejercicio 1 a 5 (pág. 211)

Ejercicios 6 a 12 (pág. 212)