Procesos Estocásticos I.
Cadenas de Markov
Tarea 1

A.- Hacer una clasificación de estados con respecto a la recurrencia, transitoriedad, periodicidad y absorción. Todas son matrices estocásticas y # representa un número positivo, no necesariamente el mismo. Revisen la definición 2.16 y el ejemplo 2.5 de las notas.

1.- $\begin{pmatrix} \# & \# \\ \# & \# \end{pmatrix}$ **2.-** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **3.-** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \# & \# & \# \end{pmatrix}$ **4.-** $\begin{pmatrix} 0 & \# & \# \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5.- $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \# & \# \end{pmatrix}$ **6.-** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \# & \# & 0 \end{pmatrix}$ **7.-** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \# & \# & \# \\ 0 & \# & \# & \# \\ 0 & \# & \# & \# \end{pmatrix}$ **8.-** $\begin{pmatrix} \# & 0 & \# \\ 0 & 1 & 0 \\ \# & \# & \# \end{pmatrix}$

9.- $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \# & 0 & \# \\ \# & \# & 0 \end{pmatrix}$ **10.-** $\begin{pmatrix} \# & 0 & 0 & \# & 0 \\ 0 & \# & 0 & 0 & \# \\ \# & 0 & \# & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **11.-** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \# & 0 & 0 & \# & \# & 0 \\ \# & 0 & 0 & 0 & \# & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \# & 0 & \# & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B.- Demostrar el teorema 2.7 de la notas.
C.- Prueben que una clase de comunicación es una relación de equivalencia.
D.- Demostrar; Si $i \leftrightarrow j$ entonces $d(i) = d(j)$.
En los siguientes ejercicios representar el espacio de estados y las matrices de transición en un paso y en dos pasos.

E.-Considérese una serie de lanzamientos independientes de una moneda que tiene una probabilidad p de salir cara. Para n ≥2, sea X_n igual a 0, 1, 2, 3 según que los lanzamientos

(n–1)-ésimo y n-ésimo hayan salido (cara, cara), (cruz, cara), (cara, cruz), (cruz, cruz), respectivamente.

F.- Considérese lanzamientos independientes de un dado. Sea X_n el mayor de los números que aparecen en los primeros n lanzamientos.

G.- De la siguiente matriz de transición

$$\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

con distribución inicial $P(X_0 = i) = 1/3$, $i = 0, 1, 2$
calculen
a) $P(X_1 = 2 \mid X_0 = 1) =$
b) $P(X_2 = 2, X_1 = 0 \mid X_0 = 2) =$
c) $P(X_3=1, X_2 = 2, X_1 = 1, X_0 = 2)=$
d) $P(X_2 = 1, X_0 = 0) =$