Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Acatlán
Actuaría
Estadística I
Variables aleatorias multidimensionales.
Por Mahil H.

Nombre: ____Calificación:__________

"En los contratiempos es en donde conocemos todos nuestros recursos, para hacer uso de ellos" Horacio

El examen consta de 2 preguntas, en base al penúltimo y antepenúltimo dígito de tu número de cuenta las preguntas que te tocan son:

Dígito	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pregunta	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1

En caso de repetirse alguna pregunta cámbiala por cualquier otra, hasta tener dos preguntas diferentes.

(Ejemplo si tu número de cuenta es 30201953-9, te toca la pregunta 5 y la 3.
Ejemplo si tu número de cuenta es 40201909-9, te toca la pregunta 0 y como se repite el 0, escoge otra diferente a la 0.)

¡¡ SUERTE !!

0.- Sea (X,Y,Z) un vector aleatorio, tal que la distribución marginal de Z es una exponencial con parámetro β, la probabilidad de Y condicionada al evento {Z=z} es una Poisson con parámetro z y la distribución de X condicionada al evento {Y = y }, es Binomial con parámetros y, p. Obtener E(X).

1.- Sea la siguiente función de densidad conjunta $f_{XY}(x,y) = 3(x+y)I_{(0,1)}(x)I_{(0,1)}(y)I_{(0,1)}(x+y)$

a) Encuentre la marginal de X b) Obtenga P(X+Y < 5)
c) E(Y|X=x) d) Cov(X,Y)

2.- Sea la siguiente función de densidad conjunta $f_{XY}(x,y) = 8xy$ para $0< x < y < 1$

a) E(Y|X=x) b) E(XY|X=x)

3.- Sea (X, Y) un vector aleatorio conjuntamente continuo con función de densidad conjunta

$$f_{XY}(x,y;\alpha,\theta) = \frac{1}{(\theta-1)\Gamma(\alpha)} x^{\alpha} y^{\alpha-1} e^{-xy} I_{(1,\theta)}(x) I_{(0,\infty)}(y) \qquad \alpha>0 \text{ y } \theta>1$$

Calcula E(Y) (Sugerencia: Usen el teorema de las esperanzas iteradas)

4.- Si X se distribuye como una Bernoulli(p) y E(Y|X=0)=1 y E(Y|X=1)=2, ¿Cuánto vale E(Y)?

5.- Calcular la Cov(X_t ,X_s). Donde X_t es una v.a, $t \geq 0$, definida de la siguiente manera

a)X_t = A Cosθt + BSenθt, A y B no están correlacionadas, cada una con media cero y varianza 1 y $\theta>0$.

b) $X_t = \sum_{r=1}^{k}\left(A_r \cos\theta_r t + B_r \cos\theta_r t\right)$ donde A_r,, B_r son v.a no correlacionadas con media cero y varianza σ^2 y θ_r son constantes