Tarea I
Estadística I
II.- Variables aleatorias multidimensionales.

1.- Sea el vector aleatorio (X, Y) con función de probabilidad conjunta

$$P(X = i, Y = j) = \frac{\binom{3}{i}\binom{3}{j}\binom{4}{3-i-j}}{120} \quad i, j = 0, 1, 2, 3.\ \ i + j \le 3$$

a) Calcular $P(0 < X \le 1, Y = 3)$
b) Obtener la marginales. Son independientes X y Y.
c) Calcular $P(X \ge 1)$
d) Calcular $P(X \ge 1 \mid Y=3)$
e) Calcular $E(X \mid Y = y)$

2.- Dada la función de distribución bidimensional,

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 0 & si\ x < 0\ \ o\ \ y < 0 \\ \frac{1}{4}xy & si\ 0 \le x < 1\ \ y\ \ 0 \le y < 1 \\ \frac{1}{4}x & si\ 0 \le x < 1\ \ y\ \ y \ge 1 \\ \frac{1}{4}y & si\ x \ge 1\ \ y\ \ 0 \le y < 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\min(x-1, y-1) & si\ (1 \le x < 2\ \ y\ \ y \ge 1)\ \ o\ \ (1 \le y < 2\ \ y\ \ x \ge 1) \\ 1 & si\ x \ge 2\ \ y\ \ y \ge 2 \end{cases}$$

a) Calcular las funciones de distribución marginales.
b) Calcular la función de distribución condicional (sólo $Y|X$).

3.- Si X es una variable aleatoria con función de densidad $f(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} I_{\{0,1,2,\ldots\}}(x)$ y sea $g(\lambda)$ una distribución Gamma(r,θ). ¿Qué función de densidad tiene $\int_0^\infty f(x,\lambda)g(\lambda)\,d\lambda$?.

4.- Probar $V[Y] = E[Var[Y|X]] + Var[E[Y|X]]$.

5.- Resolver el problema 12 del Cap. IV del Mood, (3era edición).

6.-Consideremos tres lanzamientos independientes de una moneda y se definen las siguientes variables aleatorias X = número de soles en los tres lanzamientos, Y = número de águilas antes de que salga el primer sol.

a) Calcular la función de probabilidad conjunta.
b) Función de probabilidad marginales.
c) Son independientes X y Y. (probar)
d) La función de distribución condicionada de X dada Y = 0
e) Calcular E(X| Y =0)

7.- Sea la función $P\{(1, 2)\}= P\{(1, 3)\} = P\{(2,2)\} = P\{(2,3)\}= 1/6$, $P\{(3, 3)\} = 2/6$.
Calcular. **a)** La función de distribución bivariada asociada.
b) $P\{(x,y) \in R^2 : x + y = 4 \}$.
c)Calcular las funciones de probabilidad marginales y condicionadas: de la variable aleatoria X por la Y=2 y la de Y condicionada por X= 3.

8.- Sea X_t una variable aleatoria, $t \geq 0$, definida de la siguiente manera

a) $X_t = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$ donde A_i, i = 0, 1, 2 son v.a.i con media cero y varianza 1.

Calcular la $Cov(X_t ,X_s)$.

9.- El problema 1 del cap. IV del Mood. (3era edición).
10.- El problema 5 del cap. IV del Mood. (3era edición).
11.- El problema 11 del cap. IV del Mood. (3era edición).
12.- El problema 18 del cap. IV del Mood. (3era edición).