

Trabajo de Cálculo III

- 1) Halle el trabajo realizado por una fuerza elástica, dirigida hacia el origen de coordenadas, cuya magnitud es proporcional al alejamiento del punto respecto al origen de coordenadas, si el punto de aplicación de dicha fuerza describe, en sentido contrario al de las agujas del reloj el cuarto de la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

situado en el primer cuadrante.

- 2) Calcule el volumen del cuerpo limitado por la esfera:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

y el paraboloide:

$$x^2 + y^2 = 3z$$

(la parte interior con respecto al paraboloide)

- 3) En qué punto de la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

la tangente a ésta forma con los ejes coordenados el triángulo de menor área

- 4) Inscribir en un elipsoide un paralelepípedo rectangular que tenga el mayor volumen posible.
5) Halle las proyecciones del elipsoide:

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - 1 = 0$$

sobre los planos coordenados.

- 6) Demuestre que los planos tangentes a la superficie:

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$$

interceptan en los ejes coordenados segmentos, cuya suma es constante.

- 7) Calcule las siguientes integrales de línea:

a) $\int_C xy ds$ donde C es el contorno del cuadrado $|x| + |y| = a$, ($a > 0$)

b) $\int_C \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$ donde C es un segmento de recta que une los puntos A(0,0) y B(1,2)

c) $\oint_C \frac{xy(ydx - xdy)}{x^2 + y^2}$ donde C es el brazo derecho de la lemniscata:
 $r^2 = a^2 \cos 2\phi$, en el sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj.

8) En qué razón divide el hiperboloide:

$$x^2 + y^2 - z^2 = a^2$$

al volumen de la esfera:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 3a^2$$

9) Halle el volumen del sólido limitado por las superficies:

10) Halle el momento de inercia del cilindro circular, que tiene por altura h y por radio de la base a , con respecto al diámetro de su base.

$$z = x + y, \quad xy = 1, \quad xy = 2, \quad y = x, \quad y = 2x, \quad z = 0, \quad (x > 0, y > 0).$$