

CAPÍTULO 3 – MEASURING ATTRACTIVENESS BY A CATEGORICAL BASED EVALUATION TECHNIQUE (MACBETH)

O MACBETH - "*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*", é uma técnica de análise de decisão de múltiplos critérios desenvolvido por Carlos A. Bana e Costa e J. C. Vansnick (1994), na década de 90.

Ele é um método que permite representar numericamente os julgamentos dos decisores sobre a atratividade global das ações, unindo a representação numérica da informação, com os critérios, dentro de um modelo de avaliação global, é uma abordagem interativa que auxilia a construção de medidas cardinais de julgamentos sobre o grau de atratividade para o qual os elementos de um grupo de ações potenciais finito "A" possui em relação aos critérios "P_j".

O MACBETH é útil na fase de avaliação de um processo de apoio à decisão, auxilia a construção de uma função de critério cardinal para cada ponto de vista, e para determinar os parâmetros unidos com a informação intercritérios num dado procedimento de agregação multicriterial.

O MACBETH, assim como o AHP e outros métodos multicritérios de apoio à decisão, compreende duas importantes fases, de estruturação e de avaliação.

Apesar do modelo estar dividido em duas etapas, não existe a etapa mais ou menos importante. As duas etapas estão interligadas e colaboram em conjunto para a melhor solução a ser adotada.

No MACBETH, a estruturação consiste, em linhas gerais, de:

- Levantamento dos Elementos Primários de Avaliação;
- Obtenção da Família de Pontos de Vista Fundamentais por meio de um mapa cognitivo;
- Operacionalização dos PVFs mediante a construção de descritores com os seus respectivos níveis de impacto;

A Fase de avaliação consiste, em linhas gerais, de:

- Construção da Função de Preferência;
- Identificação das Taxas de Compensação;
- Identificação do Perfil de Impacto das Ações;
- Validação do Modelo;
- Análise do Resultado;

3.1 - Fase de Estruturação

Toda teoria explicada no capítulo 2, que culminou na árvore de ponto de vista proveniente de um mapa cognitivo congregado, faz parte da fase de estruturação da metodologia MACBETH. A partir do momento da confecção desta árvore será estudado como tornar operacional os pontos de vista, de modo a descrever o impacto das ações potenciais, com este fim serão definidos os descritores ou indicadores de impacto.

3.1.1 – Operacionalização dos Pontos Vista Fundamentais (PVF)

Para THOMAZ (2000) apud KEENEY (1992), a construção de uma função operacional para cada ponto de vista fundamental irá clarificar o seu significado, tornando-o mais inteligível, fazendo com que não haja ambigüidade na sua interpretação por diferentes atores. Este processo também pode levar à geração de ações desejáveis, ou talvez, até mesmo, a uma “solução” óbvia para o problema, ou ainda capaz de melhorar a comunicação entre os atores intervenientes no processo. No processo de operacionalização, ocorre uma interação entre o facilitador, os atores e, eventualmente, especialistas no assunto em questão. Desta forma, inicia-se um processo de aprendizagem onde se objetiva a definição de um conjunto de níveis de impacto bem compreendido em relação à sua significação e, onde cada nível seja definido da maneira mais “precisa” possível (SCHNORREBERGER, 1999 apud BANA E COSTA, 1992).

Em suma, operacionalizar os PVF's, significa, encontrar um descritor, ou um conjunto de indicadores que permitam identificar o mais autenticamente possível o nível de impacto que uma determinada ação potencial trará para um determinado ponto de vista.

3.1.2 – Descritores dos Pontos Vista Fundamentais (PVF)

Para SCHNORREBERGER (1999) apud BANA E COSTA (1998), os descritores são um conjunto de níveis que servem como base para descrever impactos plausíveis das ações potenciais em termos de cada PVF. Já para SCHNORREBERGER (1999) apud KEENEY (1992), um descritor mede o grau ao qual um objetivo fundamental é alcançado. Em outras palavras, um descritor é um conjunto de níveis de impacto que descrevem as possíveis conseqüências das ações

segundo um ponto de vista considerado fundamental pelos atores. Pelo exposto, percebe-se que há praticamente um consenso no aspecto de que a definição ou construção de descritores é uma das mais interessantes e importantes atividades na construção de um modelo de avaliação. Uma exceção a esta visão é a metodologia AHP, ela propõe aos decisores que expressem seus juízos de valor diretamente sobre os critérios, sem fazer uso de uma descrição explícita de cada um deles.

Cada um dos níveis, são representações de impacto de uma ação ideal, de modo que se possa fazer uma comparação entre dois níveis quaisquer (superior e inferior) e que estes se diferenciarão claramente para os atores intervenientes. Desta forma, é possível então, a partir desta estrutura pré-ordenada, tornar explícitos os valores dos atores e avaliar as ações potenciais através de seus impactos sobre cada PVF.

Para a construção dos descritores é necessária a identificação dos estados possíveis para cada PVF que constituirão os níveis de impacto. Quando o descritor for resultado da conjugação dos pontos de vista elementares que definem o PVF deve-se declarar os estados de ocorrência considerados para o contexto em questão, de forma que seja possível estabelecer todas as combinações existentes entre eles. Estas combinações formam os níveis de impacto das ações potenciais que, de acordo com as preferências dos atores, são ordenados em ordem decrescente de atratividade, como já citado.

3.1.2.1 – Classificação dos Descritores

Operacionalizar um descritor não é uma tarefa muito fácil, visto que sempre envolve julgamentos de valor. Em função disto, nem sempre é possível fazer uso de um descritor direto. Por este motivo, desenvolveram-se diversos tipos de descritores. De acordo com CUNHA (1999) apud BANA E COSTA (1992), os descritores podem ser classificados em três dimensões: quantitativos ou qualitativos; discretos ou contínuos; e diretos, indiretos ou construídos. CUNHA (1999) apud KEENEY (1996), os classifica em naturais, construídos ou indiretos (*proxy*). A Figura 17 apresenta de forma esquemática as classificações propostas por estes dois autores.

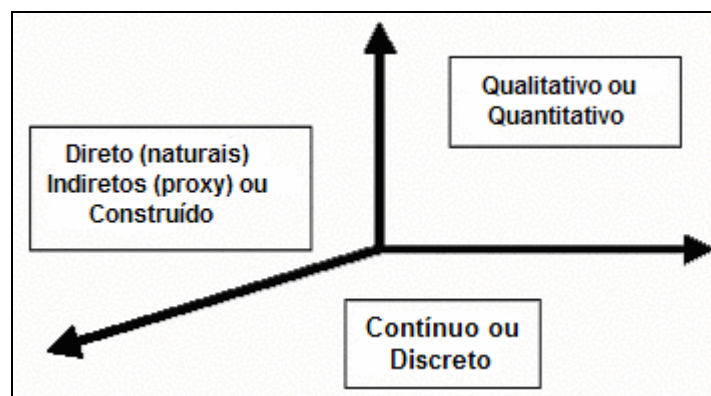


Figura 17 – Classificação dos Descritores (ZANATTA, 1999)

- **Descritores diretos ou naturais** - são aqueles de uso geral, que tem uma interpretação única para todos, ou seja, possuem uma forma de medida intrínseca que pode ser avaliada por uma unidade de medida que lhe é implícita e isto é reconhecido e aceito por todos os atores do processo. Geralmente são aspectos mais “quantitativos”, que possuem uma unidade variável. Por exemplo, o PV “consumo de combustível” naturalmente possui uma unidade de medida – litros ou m³ ou ton.
- **Descritores indiretos ou Proxy** - são aqueles usados quando não é possível descrever diretamente uma característica mensurável para o PVF. É necessário, então, identificar um objetivo meio que o defina e que possua condições para avaliação. Pode-se exemplificar através do ponto de vista “raio de ação”, a distância em milhas náuticas seria um descritor direto, no entanto, poderia não ser em determinada modelagem, sendo mais conveniente ser indicado como tempo de permanência no mar, em dias (descritor indireto).
- **Descritores construídos** - são aqueles usados quando não é possível descrever os impactos das ações potenciais nem direta e nem indiretamente. Este tipo de descritor caracteriza-se por não apresentar uma unidade de medida, pois são, na maioria dos casos, aspectos “qualitativos”. De forma geral, eles são formados pela descrição de vários níveis de impacto que indicam de forma direta o grau em que uma ação pode influenciar naquele aspecto. A descrição dos níveis de impacto deve ser não ambígua e clara a todos os atores daquele contexto decisório. Estes níveis também estarão ordenados, segundo uma ordem de preferência estabelecida pelo decisor.

- **Descritores quantitativos** - são aqueles que possuem um caráter quantificável, ou seja, descrevem adequadamente o ponto de vista utilizando somente números.
- **Descritores qualitativos** - são aqueles que não são expressos em números, necessitam de expressões semânticas para melhor descrever o ponto de vista.
- **Descritores contínuos** - são aqueles constituídos por uma função contínua.
- **Descritores discretos** - são aqueles formados por um número finito de níveis, portanto um conjunto finito de objetos e de atributos, segundo a Teoria dos Conjuntos Aproximativos (TCA) descrita por GOMES et al (2002).

3.1.2.2 – Propriedades dos Descritores

Uma exigência básica que deve ser feita a um descritor para que ele operacionalize adequadamente um PVF é a de não ambigüidade. É considerado não ambíguo aquele descritor em que cada um de seus níveis de impacto têm um significado claro e, ainda, aquele que seja suficientemente distinto dos descritores dos outros PVFs, de tal forma que não provoque confusão na fase de estruturação e/ou avaliação das ações (SCHNORRENBARGER, 1999 apud BANA E COSTA, 1992). Três são as propriedades desejáveis aos descritores, todas elas criticamente afetadas pelo problema da ambigüidade (MOREIRA. 2003 apud KEENEY, 1992):

- **Mensurabilidade:** um descritor que é mensurável define o PVF de uma forma mais detalhada do que o próprio PVF. O uso freqüente, para descritores qualitativos, dos níveis de impacto do tipo "bom", "fraco", "muito bom", etc., colaboram para a diminuição da mensurabilidade do descritor, já que aumentam o grau de ambigüidade envolvido na definição dos níveis de impacto. Também para descritores indiretos, quando não escolhidos adequadamente em função do PVF a eles associados, pode haver problemas de mensurabilidade.
- **Operacionalidade:** um descritor é operacional quando é razoável tanto para o propósito de descrever uma possível consequência da ação potencial com respeito ao PVF, quanto para o propósito de fornecer uma base de discussão para o julgamento de valores sobre o PVF.

- **Compreensibilidade ou Inteligibilidade:** para que seja compreensível cada descritor deve permitir descrever e interpretar as conseqüências da ação potencial, de forma não ambígua. Não deve haver, portanto, perda de informações quando uma pessoa associa um determinado nível de impacto a uma ação potencial e outra pessoa o interpreta.

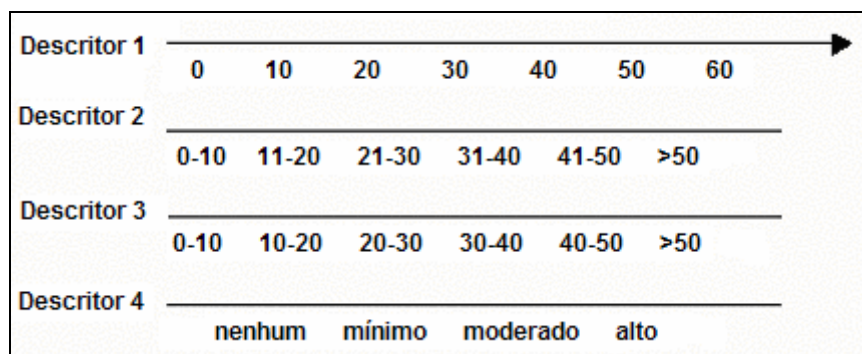


Figura 18 – Exemplos de Descritores quanto a Compreensibilidade (MOREIRA, 2003)

A Figura 18 apresenta 4 tipos de descritores, são pertinentes as observações abaixo que analisam, para o exemplo dado a questão da compreensibilidade:

- Descritor 1 - a quantidade medida é diretamente associada à escala (a flecha indica que valores superiores a 60 podem ser diretamente alocados a mesma).
- Descritor 2 - já apresenta ambigüidade porque algumas informações são perdidas porque dentro de um nível de impacto (11 a 20, por exemplo) não há diferenças, apesar da diferença quantitativa (exemplo: 11 terá o mesmo nível de impacto que 20). Além disso, há distorções entre os níveis de impacto contíguos devido à problemática de adotar faixas (exemplo: em termos de níveis de impacto 20 e 21 terão o mesmo valor que 11 a 30).
- Descritor 3 - apresenta as mesmas falhas do descritor 2, com o agravante de ter pontos de interseção nos limites.
- Descritor 4 - carrega uma forte dose de ambigüidade em virtude da subjetividade de cada ator em atribuir o seu julgamento para nível mínimo, baixo, moderado ou alto.

3.1.2.3 – Determinação dos Níveis “BOM” e “NEUTRO” de um Descritor

Segundo SCHNORREBERGER (1999) apud ENSSLIN et al (1998) os níveis “bom” e “neutro” são determinados em cada descritor pelo decisor para servirem como níveis de referência. De uma forma geral, o nível “neutro” serve como referência para indicar que, abaixo daquele ponto, o decisor considera que estariam as ações com repulsividade que se referem a uma situação não satisfatória, enquanto que as ações acima do nível “neutro” estariam com uma atratividade positiva que significa uma situação entre satisfatória a boa.

Analogamente, quando o decisor estabelece um ponto “bom”, abaixo deste ponto de referência, no intervalo compreendido entre o nível “neutro” e “bom” estariam compreendidas a maioria das ações que teriam impacto naquele descritor. Acima do nível “bom”, estariam as ações que possuem uma grande atratividade, pois se referem a uma situação que está acima das expectativas do decisor. A Figura 19 mostra dois exemplos, onde o decisor definiu os níveis “neutro” e “bom”.

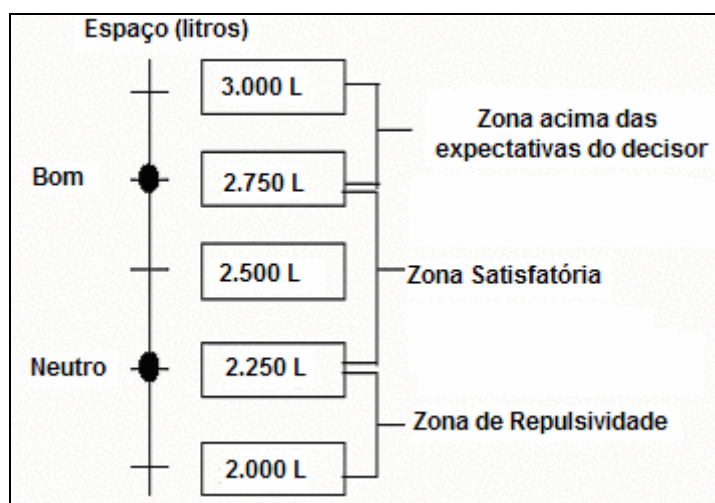


Figura 19 – Definição dos Níveis de Referência (SCHNORREBERGER, 1999)

A definição dos níveis “bom” e “neutro” é fundamental para a construção de um modelo multicritério. Eles servem como ações de referência que auxiliam na definição das taxas de substituição. Através da comparação entre estes níveis, entre dois descritores, é que se obtém os julgamentos do decisor para a definição da importância relativa (peso ou taxa de substituição) de cada PVF que está sendo considerado no modelo.

Estes níveis impedem que possa haver alguma distorção nos julgamentos do decisor para a definição destas taxas, pois se fazendo as comparações entre o pior e melhor nível de cada descritor poderá acontecer que, em algum caso, um determinado nível de um descritor seja tão atrativo (no caso do nível máximo) ou tão repulsivo (no caso do pior nível), que possa ocasionar uma “tendenciosidade”, o que por sua vez, faz com que as taxas de substituição (pesos) não representem adequadamente o sistema de preferências do decisor (SCHNORREBERGER, 1999 apud ENSSLIN et al, 1998).

A Figura 20 ilustra os perfis “neutro” e “bom”, do caso da compra do carro, supondo-se que tenha sido construído um descritor para cada PVF. Veja-se que, em termos dos níveis de cada descritor, os mesmos podem variar em cada PVF, pois são definidos de acordo com os julgamentos do decisor. O fato importante é que, em termos de atratividade, eles são equivalentes em cada PVF. Assim, o N₄ de “Conforto” é tão atrativo quanto o N₆ de “Status” e, assim por diante.

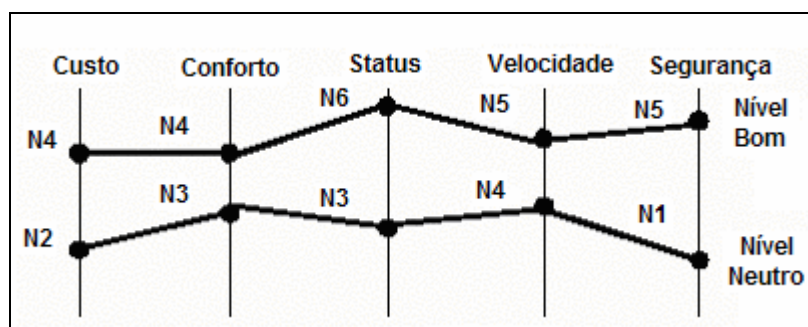


Figura 20 – Perfil de Impacto de duas ações fictícias, “boa” e “neutra”
(SCHNORREBERGER, 1999)

Matematicamente, isto também deve se verificar, ou seja, a taxa de substituição (peso) de um critério, está vinculada a quanto, em termos globais, representa a passagem de uma ação do nível “neutro” para o nível “bom”. Portanto, para se construir a função de preferência, as escalas cardinais de cada descritor são referenciadas, atribuindo-se 0 para o nível “neutro” e 100 para o nível “bom”. Isto fará com que todos os critérios tenham a mesma diferença numérica (que neste caso é 100 pontos) entre estes níveis, desta forma facilitará no cálculo da taxa de substituição. Outra característica da determinação dos perfis “bom” e “neutro” é a possibilidade de visualização da performance de uma ação em todos os critérios. Pode-se visualizar em quais critérios uma determinada ação teve uma boa performance ou uma performance ruim, podendo-se, assim, definir melhorias significativas para cada ação.

Além disso, a análise destes perfis é um excelente instrumento para geração de novas e melhores ações, que ainda não haviam sido consideradas (BANA e COSTA, 1999). A Figura 21 mostra um perfil de referência com três ações “a”, “b” e “c” quaisquer, ressalta-se que as distâncias entre os níveis “bom” e “neutro” são as mesmas em termos de diferença de atratividade e em termos numéricos.

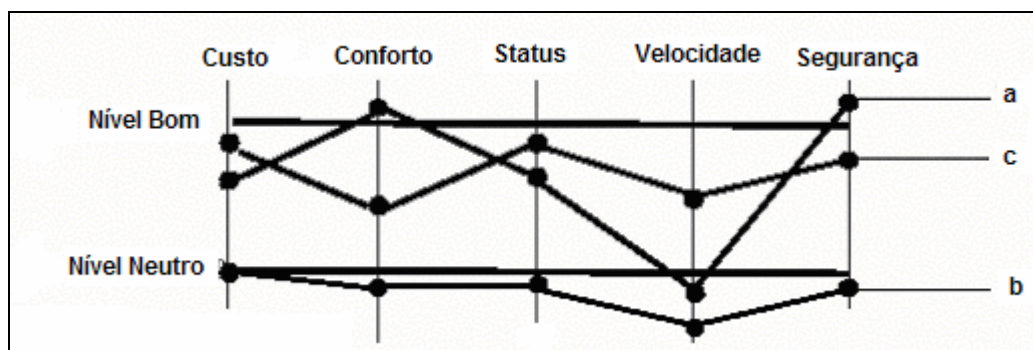


Figura 21 – Perfil de Impacto de referência “bom” e “neutro”
(SCHNORRENBARGER, 1999)

3.1.3 – Independência Preferencial Mútua dos Pontos Vista Fundamentais (PVF)

A independência preferencial mútua entre os PVFs deve ser verificada para que seja possível a construção de um modelo multicritério através da agregação aditiva dos vários critérios construídos, por meio desta, pretende-se transformar unidades de atratividade local em unidades de atratividade global, ou seja, transformar um modelo de múltiplos critérios num modelo com critério único que é a pontuação final que determinada ação recebe. Tendo em vista que nem sempre é possível construir uma família coerente de critérios ou PVs com independência entre eles, e que os valores e unidades das performances das alternativas muitas vezes são bastante heterogêneos, a escolha deste modelo de agregação deve ser bastante cuidadosa (GOMES et al, 2002).

Um PVF_1 é preferencialmente independente do PVF_2, \dots, PVF_n se a ordem de preferência do par de ações “a” P “b” (a é preferível a b) neste PVF, segundo o decisor, não depende do grau em que “a” e “b” estão influenciando nos outros PVFs. Ou seja, um PVF é preferencialmente independente de outro quando é possível o decisor expressar que uma determinada ação “a” é preferível a uma ação “b”, independentemente do impacto que as duas tenham em outro PVF. Se esta condição for verificada em todos os PVFs de uma família, então, pode-se dizer que eles são

mutuamente preferencialmente independentes (SCHNORRENBARGER, 1999 apud ENSSLIN et al, 1998).

A verificação da independência preferencial permite que o decisor possa expressar dois tipos de informações fundamentais na construção de um modelo multicritério. A primeira refere-se a uma avaliação local, ou seja, naquele PVF pode-se saber o quanto que uma ação é melhor que a outra, independentemente dos outros PVFs. A segunda refere-se a uma avaliação global, ou seja, como são preferencialmente independentes, pode-se estabelecer para cada PVF uma taxa de substituição (peso) que transforme os valores locais em valores globais, a fim de definir o quanto que uma ação é melhor que a outra, levando-se em conta todos os PVFs.

As condições de independência preferencial devem ser verificadas também entre PVEs ou indicadores, que estejam sendo utilizados para a construção de descritores.

Por exemplo, se dois PVEs são preferencialmente dependentes, ambos devem ser considerados de forma conjunta e, assim, compor o mesmo descritor. Por outro lado, se dois PVEs forem mutuamente preferencialmente independentes, constrói-se um descritor para cada um.

Existem dois tipos de independência preferencial que devem ser examinados, a ordinal e a cardinal. Na primeira, verifica-se se a ordem de preferência (a P b) realmente pode acontecer naquele PVF independentemente dos impactos de “a” ou “b” em algum outro PVF. Já na independência preferencial cardinal, verifica-se se a diferença de atratividade entre uma ação “a” e uma ação “b”, expressa pelo decisor no PVFi, não é afetada pelo impacto de “a” e “b” no PVFj.

Portanto, para que se possa identificar se ocorre a independência preferencial, devem-se fazer dois testes básicos: Teste de independência preferencial ordinal e Teste de independência preferencial cardinal. Os testes são feitos através de comparações par a par, entre os PVFs e de forma mútua (SCHNORRENBARGER, 1999 apud ENSSLIN et al, 1998).

As Figuras 22 e 23 apresentam um exemplo de Ensslin (1998) para os testes supramencionados.

Vale ressaltar que, em relação ao primeiro teste, para qualquer estado do PVF₁ (estabilidade), o construtor do PVF₂ “bom” é preferível ao “satisfatório”, da mesma maneira invertendo os PVFs.

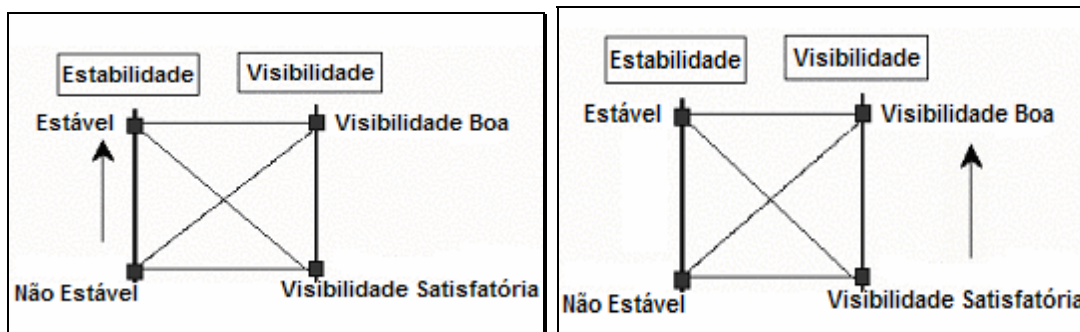


Figura 22 – Teste de Independência Preferencial Ordinal Mútua
(SCHNORRENBARGER, 1999)

Em relação ao segundo, para qualquer estado do PVF_1 (estabilidade), a diferença de atratividade entre os construtores do PVF_2 “bom” e “satisfatório” será sempre igual a Δ_i , da mesma maneira invertendo os PVFs, a diferença será sempre a constante Δ_j .

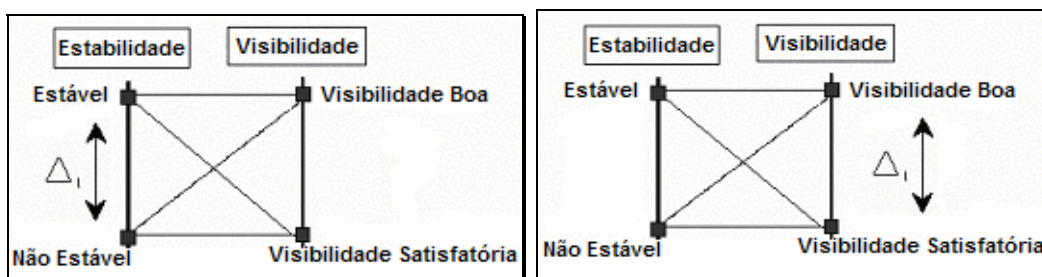


Figura 23 – Teste de Independência Preferencial Cardinal Mútua
(SCHNORRENBARGER, 1999)

3.2 - Fase de Análise

Na fase da avaliação, conforme ilustra a Figura 24, determinam-se os julgamentos absolutos de diferença de atratividade para estes descritores, construindo-se as escalas de preferência locais. Em seguida, faz-se a agregação dos PVFs para a modelação das preferências globais, sendo calculadas as taxas de substituição dos mesmos. Nesta fase, identificam-se também as ações potenciais a serem avaliadas e determina-se o perfil de impacto de cada uma sobre cada um dos PVFs, obtendo-se uma avaliação parcial das mesmas. Para a avaliação global das ações, utilizam-se as taxas de substituição calculadas anteriormente e os seus perfis de impacto, realizando-se as análises de robustez, comparativa e de sensibilidade, nesta dissertação será utilizado o auxílio do programa HIVIEW.

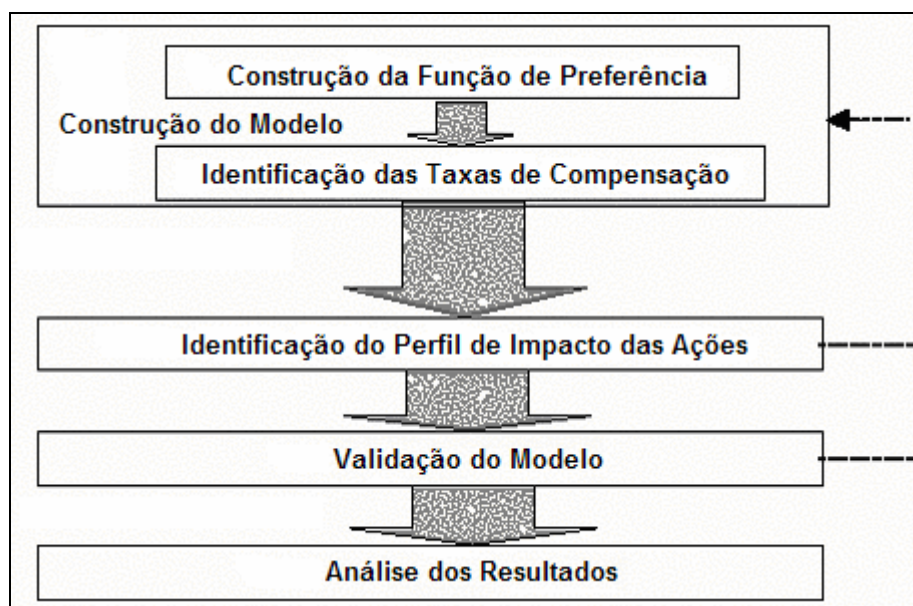


Figura 24 – Etapas da Fase de Avaliação
(SCHNORRENBARGER, 1999)

3.2.1 – Construção das Funções de Preferência ou Valor

SCHNORRENBARGER (1999) apud BEINAT (1995) define as funções de preferência ou de valor como representações matemáticas de julgamentos humanos, em forma de gráfico ou escalas numéricas. Elas representam, numericamente, as funções de valor do decisor, mostrando-lhe quanto um nível de impacto é preferível em relação a outro. Nela, somente as alternativas viáveis devem ser consideradas e a função construída para um decisor provavelmente não será validada por outro devido seu caráter de pessoalidade. Três escalas podem ser utilizadas pelas metodologias multicritério de apoio à decisão para representar numericamente as funções de preferência do decisor:

- **Escala Ordinal** – os números da escala guardam apenas uma ordem crescente ou decrescente entre si, sem que se possa quantificar o quanto um ponto da escala é mais preferível que outro. É utilizada em situações em que o decisor somente consegue ordenar as ações em termos de preferência sem, no entanto, conseguir avaliar o quanto um nível é preferível a outro (Figura 25);

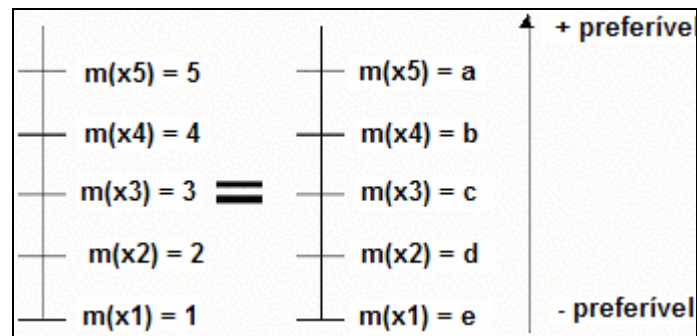


Figura 25 – Exemplo escala ordinal (THOMAZ, 2000)

- **Escala de Intervalos** – esta escala (Figura 26), além de indicar a ordem de preferência do decisor, permite a quantificação da preferência de um nível em relação a outro. Isto se deve ao fato de que o intervalo existente entre dois destes números pode ser comparado com outro, uma vez que dois dos valores da escala são arbitrados (usualmente o 100 (cem) e o 0 (zero)) e, a escala é transformada através da transformação linear ($m = a \cdot v + b$, SCHNORRENBARGER (1999) apud VANSNICK, 1990);

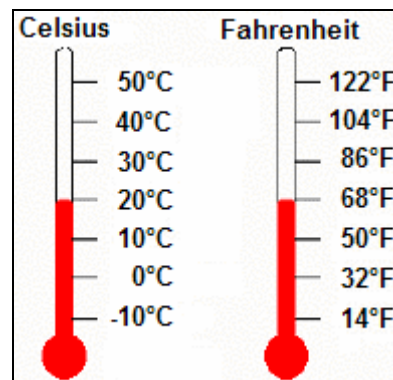


Figura 26 – Exemplo de equivalência de duas escalas de intervalos (THOMAZ, 2000)

- **Escala de Razão ou de Quociente** – permite a comparação direta dos pontos que a compõem. Os números da escala indicam a ordem de preferência do decisor. A diferença desta escala para a de intervalos é que, nesta, o 0 (zero) não é arbitrado, mas sim, fixo, por se tratar de uma origem natural ou ausência de propriedade (GOMES et al, 2002). Portanto, atende a seguinte equação: $y = ax$ onde $a > 0$. A Figura 27 apresenta uma equivalência entre duas escalas de razão, onde o “zero” de ambas escalas correspondem a uma origem natural (ausência de peso), e com relação a temperatura, do exemplo anterior, a escala Kelvin é um bom representante de uma escala de razão.

decisor para que, entre um determinado número de alternativas, ele identifique a melhor e a pior. A essas duas alternativas, associam-se âncoras com valores, normalmente 0 e 100 e em seguida, solicita-se ao decisor para que expresse numericamente diferença de atratividade entre estas âncoras e as demais alternativas.

- **Bisseção (Bisection)** - é especialmente útil quando os descritores são contínuos. Solicita-se que o decisor identifique dois valores extremos que delimitem todo o intervalo de possíveis conseqüências, do ponto de vista em questão. Em seguida, associa-se estes dois pontos a valores que servirão de âncora para a escala (normalmente, 0 e 100). Feito isto, solicita-se mais uma vez ao decisor, que ele identifique o valor do estímulo que represente a metade dos dois valores âncoras e, assim por diante, até julgar suficiente para representar o ponto de vista em questão.
- **MACBETH** - segundo SCHNORRENBARGER (1999) apud BANA E COSTA (1995), este método tem o objetivo simplificar a construção de funções de preferência e a determinação das taxas de substituição por meio de julgamentos semânticos. Isto se verifica quando o decisor precisa fazer apenas comparações par-a-par sobre as diferenças de atratividade entre duas ações potenciais. Com isto, a metodologia calcula, através da programação linear, e gera a função de preferência, ou seja, a escala de atratividade local, que representa as preferências explicitadas pelo decisor;

3.2.1.2 – Construção da Função de Preferência pelo MACBETH

A metodologia MACBETH utiliza-se de um procedimento que consiste em questionar o decisor da seguinte forma: “Dados os impactos $v(a)$ e $v(b)$ de duas ações potenciais **a** e **b** segundo o ponto de vista fundamental PVF_j , sendo **a** julgada mais atrativa (localmente) que **b**, a diferença de atratividade entre **a** e **b** é indiferente, muito fraca, fraca, moderada, forte, muito forte ou extrema?”

Para facilitar o diálogo e a compreensão do decisor, utiliza-se a Tabela 2 que contém seis categorias semânticas para julgamento da diferença de atratividade.

Tabela 2 – Escala Semântica de Julgamentos MACBETH

Categoria	Definição
C₀	indiferente
C₁	Diferença de atratividade muito fraca
C₂	Diferença de atratividade fraca
C₃	Diferença de atratividade moderada
C₄	Diferença de atratividade forte
C₅	Diferença de atratividade muito forte
C₆	Diferença de atratividade extrema

3.2.1.2.1 – Matriz de Juízos de Valor

A partir das categorias expressas pela Tabela 2, o decisor expressa seus julgamentos absolutos de diferença de atratividade entre as ações. Assim, para facilitar a expressão destes julgamentos são construídas matrizes triangulares superiores, conforme a Tabela 3, para todos os pontos de vista nos quais foram construídos descritores. Matriz triangular superior é toda a matriz quadrada de ordem n , onde o elemento $a_{ij} = 0$, se $i > j$; sendo i, j os índices que indicam, respectivamente, a linha e coluna em que o elemento se encontra na matriz. Estas matrizes são denominadas matrizes de juízos de valor, segundo ZANATTA (1999) apud BANA E COSTA e VANSNICK (1995).

Tabela 3 – Matriz Triangular Superior para Juízos de Valor

	a_n	a_{n-1}	...	a₂	a₁
a_n	no	$x_{n, n-1}$...	$x_{n,2}$	$x_{n,1}$
a_{n-1}		no	...	$x_{n-1,2}$	$x_{n-1,1}$
...			no
a₂				no	$x_{2,1}$
a₁					no

O conjunto de n ações a ser avaliado $A = \{ a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1 \}$, deve ser ordenado em ordem decrescente de atratividade, de tal forma que $a_n \mathbf{P} a_{n-1} \mathbf{P} \dots \mathbf{P} a_1$, simplificando o processo de expressão de julgamentos por parte do decisor e, com isto, possibilitando a construção da matriz triangular superior.

Portanto, na construção de matriz de juízos de valor, conforme a Tabela 3, $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n-1, n\}$ cada elemento $x_{i,j}$ assumirá um valor $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ se o decisor julgar que a diferença de atratividade ao comparar um par de ações (a_i, a_j) pertencer a categoria C_k . Vale ressaltar que estes valores k são apenas indicadores semânticos da diferença de atratividade entre o par de ações comparado, ou seja, esses números não são valores reais, não tendo, portanto nenhum significado matemático.

3.2.1.2.2 – Inconsistência nos Julgamentos de Valor

A utilização de matrizes, nos quais as ações já estão previamente ordenadas facilita a expressão dos juízos de valor de decisor. Entretanto, existem situações onde o ator não é capaz de manter a consistência em todos os seus julgamentos, principalmente quando as matrizes de juízos de valor começam a se tornar grandes em demasia, com um número muito elevado de julgamentos, torna-se difícil para o decisor avaliar todas as ações de maneira coerente.

É possível a identificação de dois tipos de inconsistência: **semântica** e **cardinal**. No caso onde os julgamentos são semanticamente inconsistentes, o decisor atribuiu uma categoria de diferença de atratividade a um par de ações que não é logicamente aceitável. Já no problema de inconsistência cardinal, todos os julgamentos semânticos do decisor podem estar corretos, no entanto não é possível a sua representação através de uma escala cardinal dentro de números reais. É importante notar que o fato de os julgamentos do decisor apresentarem inconsistência cardinal não significa de maneira nenhuma que estes estejam incorretos, apenas indica que o método de programação linear não é capaz de construir uma escala deste conjunto de julgamentos.

3.2.1.2.2.1 – Inconsistência Semântica

A consistência semântica pode ser testada em termos da comparação entre as ações, realizando-se o seguinte teste:

$$(a, b) \in C_k \text{ e } (b, c) \in C_{k'} \Rightarrow (a, c) \in C_{k''}, \text{ com } k'' \geq \max\{k, k'\},$$

Supondo que o decisor ao avaliar o par de ações $(a, b) \in A$, com $a \succ b$, atribuiu ao mesmo a categoria de diferença de atratividade C_k e, ao avaliar a diferença de atratividade entre as ações $(b, c) \in A$ atribuiu a categoria $C_{k'}$, tal que, $k > k'$. Isto significa que, indiretamente, para o decisor a é mais atrativa que b de forma mais

intensa do que b é mais atrativa que c, ou seja, em termos de diferença de valor $v(a) - v(b) > v(b) - v(c)$. Portanto, ao avaliar a diferença de atratividade entre as ações a e c ($v(a) - v(c)$), o decisor deveria atribuir uma categoria C_k , com $k'' \geq k$. Concluindo-se com isto, que a diferença de atratividade entre o par de ações (a, c) é pelo menos tão grande quanto a diferença entre (a, b), (MOREIRA, 2003 apud BANA E COSTA e VANSNICK, 1995).

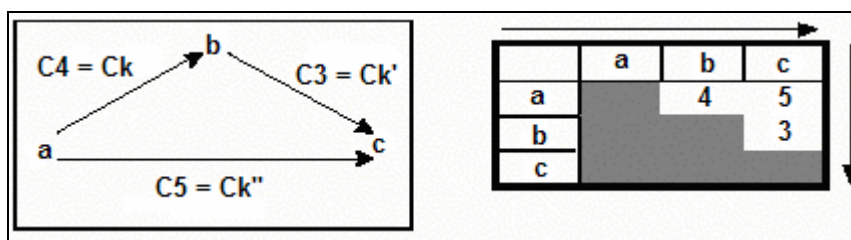


Figura 28 – Forma Prática para verificar a Consistência Semântica (MOREIRA, 2003)

Assim, conforme a Figura 28, o decisor será semanticamente consistente em suas respostas, se os valores dos elementos x_{ij} da matriz de juízos de valor não decrescerem em linha (da esquerda para a direita) e nem crescerem em coluna (de cima para baixo). Este tipo de teste insere-se perfeitamente na perspectiva interativa de aprendizagem na qual se baseia a metodologia MACBETH, pois permite ao decisor reavaliar seus juízos de valor, mudando-os se o achar necessário (MOREIRA, 2003 apud BANA E COSTA e VANSNICK, 1995).

3.2.1.2.2.2 – Inconsistência Cardinal

Muitas vezes a matriz de juízos de valor é semanticamente consistente, mas esse conjunto de julgamentos de valor do decisor não pode ser representado numericamente, constatando-se a inconsistência cardinal.

A metodologia MACBETH é um processo interativo para a construção de uma escala de valor cardinal sobre um conjunto A de ações. Ela é constituída de quatro programas lineares seqüenciais, denominados MC1, MC2, MC3 e MC4.

O primeiro deles analisa a consistência cardinal dos julgamentos de valor do decisor, indicando se o problema de semi-ordens múltiplas possui ou não solução. O segundo fornece uma escala numérica representativa dos valores declarados na avaliação das ações. E, os programas MC3 e MC4 são executados para auxiliar no processo de revisão dos julgamentos de valor, fornecendo as possíveis causas de inconsistência (BANA E COSTA E VANSNICK, 1995). A Figura 29 apresenta o esquema interativo da metodologia MACBETH.

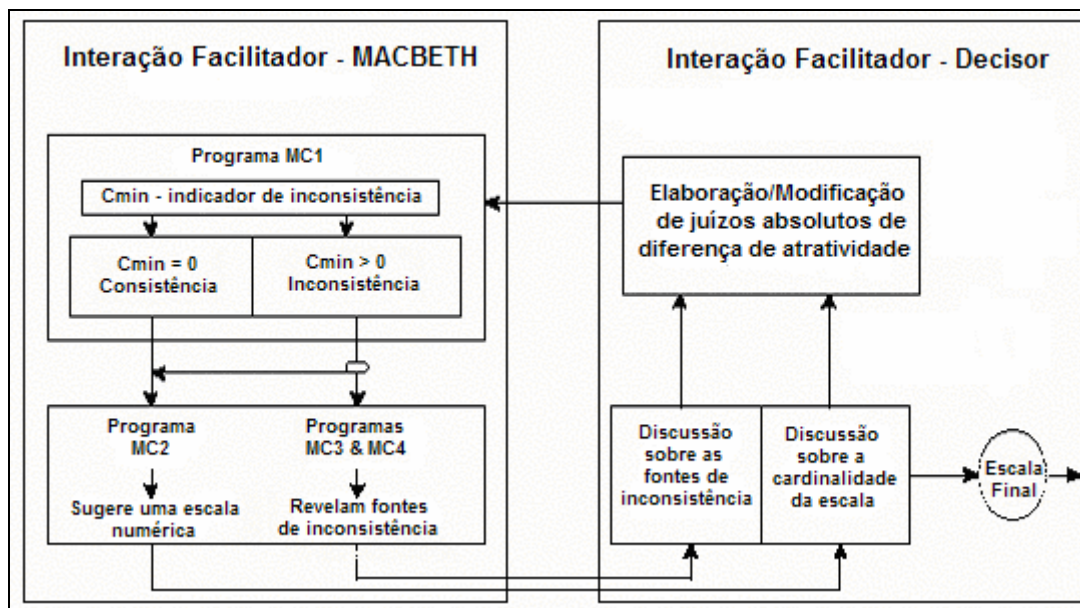


Figura 29 – Esquema Interativo do processo MACBETH
(BANA E COSTA & VANSNICK, 1997)

O processo tem início com o decisor declarando seus juízos de valor, de acordo com as categorias semânticas, entre os pares de ações de um dado conjunto A, sendo os mesmos organizados em uma matriz. Após a construção da matriz de juízos de valor, os programas lineares que compõem o MACBETH são executados e, a partir dos resultados obtidos é feita a validação dos mesmos. Ao analisar os resultados duas situações podem se verificar:

- Existem inconsistências cardinais, detectadas a partir da execução do MC1. O programa possui um índice de inconsistência C, no qual se ocorrer $C = 0$ existe consistência cardinal, ou seja, é possível representar os juízos de valor do decisor por uma escala numérica. E, se $C \neq 0$ existe inconsistência cardinal, não sendo possível representar numericamente os juízos de valor do decisor.
- Apesar da consistência cardinal, o decisor pode constatar não ser a escala numérica determinada representativa de seus juízos de valor.

Assim, o processo deve ser repetido até que se atinja a consistência cardinal e se encontre uma escala representativa dos juízos de valor do decisor.

3.2.1.2.3 – Função de Preferência Corrigida

De posse da matriz de juízo consistente, o programa MACBETH SCORES calcula a escala de função de preferência, bastando ao facilitador informar ao software, quais são os níveis considerados “bom” (100) e “neutro” (0) de acordo com a explicitação do decisor por ocasião da construção do descritor. Após a fixação destes valores, o MACBETH gera uma nova escala (corrigida), conforme pode ser visualizado na Figura 31. A transformação linear utilizada pelo *software* MACBETH é do tipo: $\mu = \alpha \cdot v + \beta$, onde v é o valor numérico da escala MACBETH original. Na Figura 31, os níveis “bom” e “neutro” foram considerados para A2 e A3, seus valores eram 5 e 2, respectivamente. Desta forma, tem-se:

$$\text{➤ “bom” : } 100 = \alpha \cdot 5 + \beta$$

$$\text{➤ “neutro” : } 0 = \alpha \cdot 2 + \beta$$

Calculando as duas equações de primeiro grau, resultam os seguintes valores:

$$\alpha = 33,3 \text{ e } \beta = - 66,7$$

Após apuração do valor das variáveis α e β , pode-se partir para o cálculo da nova escala (corrigida), que representa a atratividade local de cada critério:

$$\text{➤ } A1 = 6 \cdot 33,3 - 66,7 = 133,3$$

$$\text{➤ } A2 = 5 \cdot 33,3 - 66,7 = 100$$

$$\text{➤ } A3 = 2 \cdot 33,3 - 66,7 = 0$$

$$\text{➤ } A4 = 0 \cdot 33,3 - 66,7 = - 66,7$$

Os valores encontrados são iguais ao que foi calculado pelo programa, conforme indica a Figura 30.

Neste momento, vale lembrar de dois aspectos: o primeiro é o de que a transformação linear não altera a significância da escala original. Apesar dos valores das escalas serem diferentes, eles continuam a representar os juízos de valor do decisor. O segundo aspecto a ser destacado é o de que esta transformação só é possível porque se está trabalhando com escalas de intervalo e, portanto, somente as diferenças entre os pontos da escala têm significado.

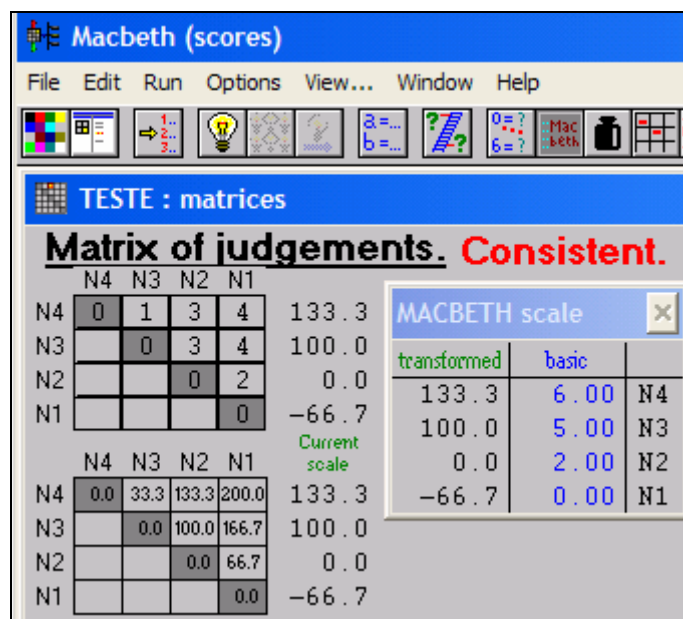


Figura 30 – Função Preferência Corrigida pelo programa MACBETH SCORES

3.2.2 – Identificação das Taxas de Substituição ou Compensação

As taxas de substituição são os fatores de escala que permitem transformar em unidades de valor global $V(a)$ cada unidade de valor local $v_j(a)$, segundo cada PVF_j (MOREIRA, 2003 apud BANA E COSTA et al, 1995). A determinação destas taxas é realizada com base nas respostas dos decisores a questões que exigem deles a comparação de alternativas de referência, definidas com base nos melhores e piores níveis de impacto dos descritores, segundo os vários pontos de vista componentes do processo de avaliação. Porém, às vezes ao utilizarmos estes dois níveis (melhor e pior), pode ocorrer o surgimento de um sentimento de repulsividade muito grande por parte do decisor, com relação ao pior nível de impacto, fazendo com que seus juízos de valor não expressem seus reais sentimentos. Assim, SCHNORREBERGER (1999) aconselha a definição de um nível de impacto bom e de um nível neutro (ou seja, nem atrativo, nem repulsivo) segundo cada PVF.

Para determinação das taxas de substituição podem ser utilizados os seguintes métodos: *Trade-off Procedure*, *Swing Weights* e MACBETH.

- **Trade-off Procedure** - determina as taxas de harmonização comparando duas alternativas de dois pontos de vista fundamentais, mantendo-as indiferente nos outros pontos de vista fundamentais. Escolhe-se a mais importante. Determina-se um nível de impacto, de maneira que, se uma alternativa tiver melhor impacto no PVF_1 e a outra no PVF_2 , as mesmas

sejam indiferentes. Açam-se valores numéricos para as taxas (DE FIGUEIREDO, 2000 apud KEENEY, 1996).

- **Swing Weights** - inicia-se questionando o decisor através da alternativa que causa o pior impacto. Neste método, é solicitado ao decisor que indique a transição que provocaria uma mudança mais acentuada na atratividade global da alternativa. Dessa forma, é dado 100 pontos ao ponto de vista fundamental em que a mudança foi julgada mais atrativa e depois compara-se em relação a ela o quanto outra transição teria de pontos (DE FIGUEIREDO, 2000 apud GOODWIN & WRIGTH, 1991).
- **MACBETH** - as taxas de harmonização são definidas comparando-se as diferenças de valores dos intervalos de escore dois a dois. Na utilização desta metodologia duas etapas devem ser seguidas para se determinar as taxas de harmonização (DE FIGUEIREDO, 2000 apud BANA E COSTA & VANSNICK, 1995). Este procedimento é similar ao efetuado para determinar as funções de preferência.

3.2.2.1 – Identificação das Taxas de Compensação pelo MACBETH

Neste método são necessárias duas etapas para determinar as taxas de compensação. No primeiro momento consiste em hierarquizar os PVFs e, posteriormente, construir a matriz de juízos de valor, com base na diferença de atratividade entre as ações que os PVFs representam.

Na primeira fase, que é estabelecida a hierarquia dos PVFs em ordem decrescente, o facilitador solicita ao decisor que este expresse seus julgamentos de valor com relação as ações que os pontos de vista fundamentais representam, respondendo questionamentos do tipo: “Estando os pontos de vista fundamentais PVF_i e PVF_j ambos no nível neutro, seria mais atrativo passar para o nível bom PVF_i ou no PVF_j , mantendo um nível constante em todos os demais PVF's?”. A Figura 31 apresenta de forma gráfica este questionamento.

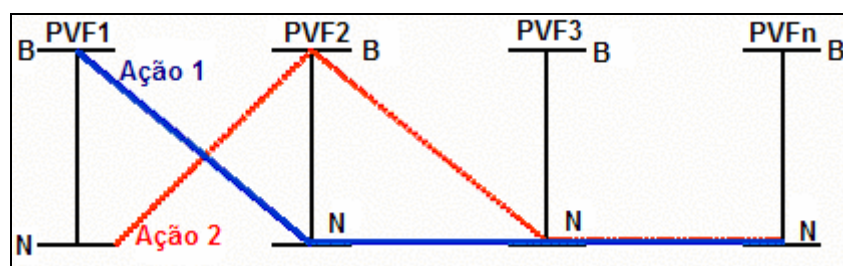


Figura 31 – Escolha entre o PVF_1 e o PVF_2 para a Ordenação dos PVFs
(DE FIGUEIREDO, 2000)

Para melhor compreensão, monta-se uma matriz, conforme a Tabela 4, com n linhas e n colunas onde n é o número de critérios considerados no contexto decisório. Se na ação A o PVF_1 é preferível ao PVF_2 , o número **1** deve ser colocado no cruzamento da linha do PVF_1 com a coluna do PVF_2 e, o número **0** no cruzamento da linha do PVF_2 com a coluna do PVF_1 . Se houver indiferença entre os PVFs comparados, deve-se colocar **0,5** em cada um. Existe outra forma na literatura para efetuar esta ponderação: **1** para preferível, **0** para indiferença e **-1** para não preferível, não havendo alterações ordinais para quaisquer das formas utilizadas.

Tabela 4 – Matriz de Ordenação dos PVFs

	PVF₁	PVF₂	...	PVF_{n-1}	PVF_n	Soma	Ordenação
PVF₁		1	...	1	0		
PVF₂	0		...	0	1		
...		
PVF_{n-1}	0	1	...		1		
PVF_n	1	0	...	0			

A linha que obtiver o maior valor nesta coluna, será considerada como sendo o PVF mais atrativo. Desta forma, a hierarquização dos PVFs fica definida em ordem decrescente de atratividade, a qual, deve ser validada pelo decisor.

Similarmente ao efetuado na construção da função de preferência, são preenchidos estes PVFs ordenados na matriz de juízos de valor. Ao contrário do método AHP que compara a importância dos diretamente, no MACBETH faz a comparação de forma indireta considerando alternativas fictícias que representam cada um dos critérios. A alternativa fictícia a_i representa o critério i que possui nível bom neste e nível neutro em todos os outros PVFs (SOARES DE MELLO et al, 2003).

Vale mencionar que se deve adicionar na matriz de juízo de valor (Tabela 5) um critério virtual que corresponde uma ação fictícia (A_0) que possui o pior nível em todos os PVFs, com a finalidade de evitar que um critério real não tenha peso nulo. A eventual atribuição de peso nulo a um critério violaria o axioma da exaustividade, apresentado no subitem 2.4.4.1 (SOARES DE MELLO et al, 2002).

Tabela 5 – Matriz de Juízos de Valor dos PVFs

	PVF ₊	PVF _{+, -1}	...	PVF _{-, +1}	PVF ₋	A ₀
PVF ₊						
PVF _{+, -1}						
...						
PVF _{-, +1}						
PVF ₋						
A ₀						

Concluída a matriz, executa-se o programa MACBETH WEIGHTS para obter a escala de valor cardinal que representa os julgamentos dos decisores e, a partir dela, proceder a normalização da escala, que irá, então, fornecer os valores correspondentes às taxas de compensação dos PVFs (Tabela 6). A principal diferença entre os módulos SCORES e WEIGHTS do MACBETH é que naquele há restrição das notas ocuparem todo o intervalo definido, enquanto que neste o peso ocupa o valor mais baixo da escala, mas em vez de fixar o valor do maior peso, ele obriga que a soma de todos os pesos seja igual à unidade (SOARES DE MELLO et al, 2003).

Tabela 6 – Taxas de Compensação dos PVFs

	PVF ₃	PVF ₂	PVF ₁	A ₀	Escala Original	Escala (%) Normalizada
PVF ₃		1	2	6	100	45
PVF ₂			1	3	67	30
PVF ₁				3	56	25
A ₀					0	0

Obtidos os pesos (%) agregados, estes devem ser apresentados ao decisor para que ele os sancione e, conseqüentemente, valide o modelo construído. Esta validação é feita mediante o questionamento ao decisor sobre a real validade dos percentuais obtidos, ou seja, pergunta-se ao decisor se o PVF₃ realmente corresponde ao peso de 45% em relação ao seu objetivo maior (situação problemática em questão). O analista poderá apresentar esta questão ao decisor na forma de um gráfico de pizza, desta forma possibilita uma percepção visual deste. Este questionamento deve ser feito para a validação de todos os pontos de vista. Uma vez sancionadas estas taxas passam a

representar os julgamentos de valor do decisor e, com isto, o modelo de avaliação está concluído.

3.2.3 – Formulação Matemática do Programa MACBETH

Após ter analisado superficialmente o programa MACBETH no subitem 3.2.1.2.2.2, doravante será apresentada a formulação matemática das sub-rotinas que correspondem aos quatro problemas de programação linear (PPLs) seqüenciais que realizam a análise de consistência cardinal, a construção da escala de valor cardinal e revelam fontes de inconsistência (SOARES DE MELLO, 2002).

- A sub-rotina MC1 verifica a existência de inconsistências cardinais e o PPL é representado por:

Min c (para $c = 0$, não há inconsistências cardinais); sujeito as restrições:

$s_1, \dots, s_6 \geq 0; v(a) \geq 0, \forall a \in A; c \geq 0$ (condição de não-negatividade para todas as variáveis);

$s_1 = 0; v(a_1) = 0, \forall a \in A$, vale a P a_1 (fixam uma origem para escala, garantindo que o limiar inferior da categoria de diferença de atratividade C1 e o valor da alternativa menos atrativa sejam iguais a zero);

$k = \{2, \dots, 6\}; s_k - s_{k-1} \geq 1000$ (estabelece que o tamanho mínimo de cada categoria seja igual a 1000 unidades, valor arbitrário escolhido de maneira a que o erro introduzido nas duas restrições seguintes não tenha um valor significativo);

$k = \{1, \dots, 6\}, (a, b) \in C_k: v(a) - v(b) \geq s_{k+1} - c; k = \{1, \dots, 5\}, (a, b) \in C_k: v(a) - v(b) \leq s_{k+1} - 1 + c$ (para cada par de alternativas deve-se garantir que a diferença de valor esteja entre os limites da categoria de diferença de atratividade que lhes foi atribuída).

- A sub-rotina MC2 é responsável pela construção da escala de valor cardinal que representa o conjunto de julgamentos do decisor e o PPL é representado por:

Min $\{ \sum [\epsilon(a, b) + \eta(a, b)] + \sum [\alpha(a, b) + \delta(a, b)] \}$ (minimização da soma dos desvios absolutos); sujeito as restrições:

$s_1, \dots, s_6 \geq 0; v(a) \geq 0, \forall a \in A; c \geq 0$

$s_1 = 0; v(a_1) = 0, \forall a \in A$, vale a P $a_1; k = \{2, \dots, 6\}; s_k - s_{k-1} \geq 1000$

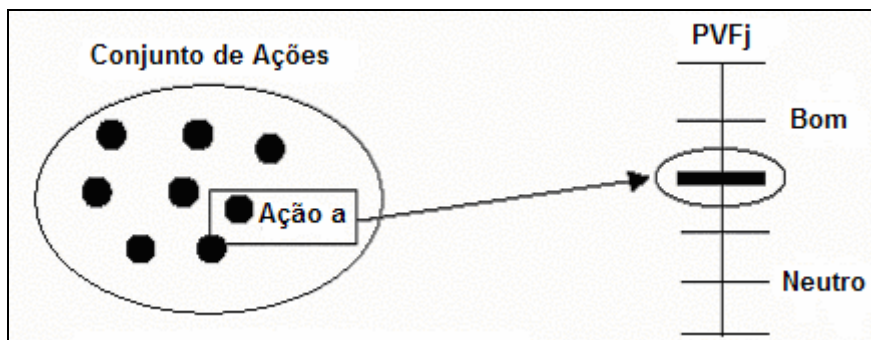


Figura 32 – Perfil de Impacto de uma Ação Potencial (SCHNORRENBARGER, 1999)

Nas situações em que o decisor concorda que a diminuição na performance de qualquer um dos PVFs (critérios) pode ser compensado por algum aumento nos demais PVFs, pode-se fazer uso da “Abordagem Única de Síntese”. Desta forma, a avaliação global é feita por meio da utilização de um modelo de agregação, onde cada critério deve ter uma função de valor definida em algum intervalo de preferência, para o qual o modelo será construído e validado. O objetivo desta exigência é evitar que existam níveis com excessiva atratividade ou repulsividade. Considerando que a associação numérica proporciona uma maior e melhor compreensão para a maioria das pessoas, far-se-á uso do modelo da função de valor aditiva, conforme

representação, a seguir: $V(a_j) = \sum_{j=1}^n W_j \times [V_{PVF_j}(a)]$ onde:

- $V(a_j)$ → pontuação global da ação a;
- W_j → é a taxa de compensação para o critério V_{PVF_j} que permite a transformação de uma unidade de valor local de acordo com cada PVF_j em unidade de valor global, para os intervalos “bom” e “neutro”, que foram estabelecidos;
- $[V_{PVF_j}(a)]$ → é o indicador de impacto que contém a pontuação local, atratividade da ação a, em relação a PVF_j ;

Para que seja possível a comparação entre os pontos de vista (PVs), é fundamental que os níveis de atratividade (bom) e repulsividade (neutro) sejam equivalentes em todos os PVs.

Para todos os pontos de vista onde foram construídos descritores, foram determinadas escalas de preferências locais, com a determinação de escalas de valor cardinal associando um valor numérico a cada nível de impacto de todos os descritores. Com isto, pode-se diretamente obter a avaliação parcial da ação a, associando a cada impacto $I_j(a)$ o respectivo valor numérico do nível de impacto

correspondente no descritor N_j . Esta avaliação parcial pode ser apresentada na forma de uma matriz, conforme a Tabela 7.

Tabela 7 – Perfil de Impacto das Ações Potenciais

	Ação a	Ação b	...	Ação m
PVF ₁	$I_1(a)$ $V(I_1(a))$	$I_1(b)$ $V(I_1(b))$...	$I_1(m)$ $V(I_1(m))$
PVF ₂	$I_2(a)$ $V(I_2(a))$	$I_2(b)$ $V(I_2(b))$...	$I_2(m)$ $V(I_2(m))$
...
PVF _n	$I_n(a)$ $V(I_n(a))$	$I_n(b)$ $V(I_n(b))$...	$I_n(m)$ $V(I_n(m))$

Tendo sido determinado o perfil de impacto de cada uma das ações potenciais sobre cada um dos pontos de vista fundamentais, obteve-se uma avaliação parcial das mesmas e, pode-se partir para uma avaliação global das alternativas.

3.2.5 – Avaliação Global das Ações Potenciais

A avaliação global das ações vai ser obtida através de um modelo de agregação aditiva, sendo utilizadas as taxas de substituição e os seus perfis de impacto. Nesta fase devem ser realizadas exaustivas análises de sensibilidade com relação aos resultados obtidos, para validação dos mesmos, uma vez que o modelo é construído basicamente em função de julgamentos subjetivos dos decisores. Para auxiliar neste processo é possível utilizar o programa *HIVIEW for Windows* ou planilha do Microsoft Excel. Este *software* é um instrumento para a definição, análise, avaliação e justificação de decisões complexas, permitindo ao decisor examinar prováveis modificações da “escolha”, tornando os resultados mais confiáveis após análise detalhada dos resultados obtidos, pode-se passar para a fase de elaboração das recomendações.