FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES

Definición: $f(x)$ es creciente en $x = a$, sí $f'(a) > 0$
$f(x)$ es decreciente en $x = b$, sí $f'(b) < 0$

MAXIMOS Y MINIMOS

Definición Una función $f(x)$ tiene un máximo ó mínimo en un punto "c" sí:

1. $f'(c) = 0$
2. $f(x)$ tiene un valor máximo en $f(c)$, sí $f'(x)$ para un valor un poco menor que "c", sea positiva (>0), y para un valor poco mayor que "c", sea negativa (<0). Es decir $f'(x)$ cambia de + a $-$.
3. $f(x)$ tiene un valor mínimo en $f(c)$, sí $f'(x)$ para un valor un poco menor que "c", sea positiva (<0), y para un valor poco mayor que "c", sea negativa (>0). Es decir $f'(x)$ cambia de $-$ a +.

Nota sino hay cambio de signo no hay ni máximo, ni mínimo.

CONCAVIDAD

Definición

- Una curva es cóncava hacia arriba sí y' es una función creciente en el intervalo (a,b) y por tanto la segunda derivada es positiva. Es decir sí $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ la curva es cóncava hacia arriba $\bigcup$
- Una curva es cóncava hacia abajo sí y' es una función decreciente en el intervalo (a,b) y por tanto la segunda derivada es negativa. Es decir sí $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ la curva es cóncava hacia abajo $\bigcap$

MAXIMOS Y MINIMOS CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA

Definición Una función $f(x)$ tiene un máximo ó mínimo en un punto "c" sí:

1. $f'(c) = 0$
2. Para un valor crítico $x = c$:
   - $f(x)$ tiene un máximo en $f(c)$ sí $f''(c) < 0$
   - $f(x)$ tiene un mínimo en $f(c)$ sí $f''(c) > 0$

   Nota el criterio no decide en caso de que $f''(c) = 0$ ó infinito.

PUNTOS DE INFLEXION

Definición Un punto de inflexión es aquel en el que cambia el sentido de la concavidad de la curva, es decir es un punto en el cual la curva pasa de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo ó viceversa.

Una curva tiene un punto de inflexión (cambio de concavidad) en $x = d$, si cumple con las siguientes condiciones:

1. Que $f''(d) = 0$
2. Que $f''(d)$ cambie de signo en un entorno de $x = d$
3. Que $f'''(d) \neq 0$ cuando existe la tercera derivada de $f'''(x)$

REGLA DE L'HOSPITAL

Sí se tiene como resultado de un límite la indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ ó $\frac{\infty}{\infty}$ podemos usar el siguiente resultado.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \text{(regla de L'Hospital)}$$