

Elementos geométricos básicos

En este curso lo que se pretende es que ustedes tengan una idea de los que son los elementos geométricos como punto, recta, segmento, sepan lo que es un triángulo, los tipos de triángulos, los polígonos, y lo más importante las relaciones trigonométricas.

Para no variar les voy a pedir que guarden silencio, Georgina a tu lugar, Blanca y Karen dejen de platicar. (jaja)

Comenzaremos por definir lo que es la geometría.

Definición de geometría: Es la ciencia que tiene por objeto el estudio de las propiedades, de las formas o figuras.

Esa es la definición de geometría, no creo que tengan dudas de eso o si?, espero que no. Dentro de la geometría existen conceptos que no tienen una definición pero que se pueden comprender de una manera intuitiva, estos son:

Punto: Podemos concebir un punto como la marca que deja un gis en el pizarrón, la marca que deja un lápiz sobre un papel o la punta de un alfiler.

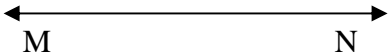
Ejemplo Lo que esta dentro del paréntesis da la idea de punto (.)

Recta: Entenderemos por recta la línea que se prolonga indefinidamente en dos sentidos opuestos y en la misma dirección.

Ejemplo  Esto es la idea de una recta.

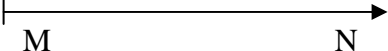
Como nota, dos puntos determinan una recta. Observe que las flechas indican que la recta se prolonga indefinidamente en ambos sentidos.

Para representar una recta utilizaremos la siguiente notación

La recta  se representa simbólicamente como \overleftrightarrow{MN}

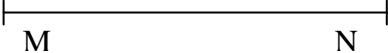
Ahora daremos la definición de lo que entenderemos por semirrecta o rayo, si notan la definición de recta es una línea que se prolonga en ambas direcciones, pero si solo se prolonga en una sola dirección recibe el nombre de semirrecta o rayo.

Semirrecta o rayo: Es una porción limitada de recta en una de sus direcciones. El punto límite se llama extremo.

Ejemplo  La semirrecta o rayo MN se representa \overrightarrow{MN}

Ahora como notaran una recta se prolonga en ambas direcciones, un rayo en una sola dirección pero si no se prolonga en ninguna dirección entonces se define los que es un segmento.

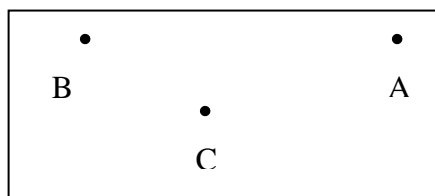
Segmento: Es una porción de recta limitada en ambos sentidos.

Ejemplo  El segmento MN representa \overline{MN}

Ahora otro concepto importante es el de plano, lo que entenderemos por plano es

Plano: Superficie llana que se extiende indefinidamente. Para determinar un plano se requieren de al menos tres puntos.

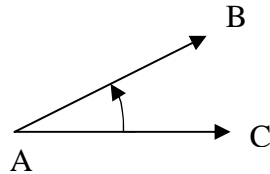
Ejemplo



Ángulo: Es la figura formada por todos los puntos de dos rayos distintos que emanan del mismo origen. Los rayos son los lados del ángulo y al origen de los rayos se le llama vértice del ángulo.

Para representar un ángulo se usara el símbolo \angle ó \sphericalangle .

Ejemplo En la figura los rayos \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} se cortan en un punto A, llamado vértice, los lados del ángulo son \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} .



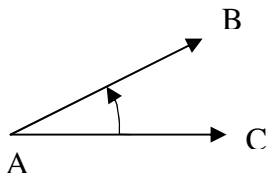
Tema 1.1.2 Medición de ángulos

Nos encontramos en un punto muy importante pues acabamos de definir los que vamos a entender por ángulo, lo que nos falta saber es como vamos a medir los ángulos, y en que sentido los vamos a medir. Alguna idea Manuel, o tu Jazmín, nadie tiene ideas... Entonces veamos como lo vamos hacer.

Consideraremos los ángulos como positivos ó negativos de acuerdo a la siguiente convención:

Ángulo Positivo: El rayo gira en el sentido contrario al del movimiento de las manecillas del reloj.

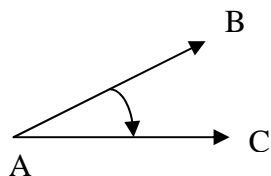
Ejemplo



En este ángulo podemos ver que se trata de un ángulo positivo pues \overrightarrow{AB} está girando en sentido contrario a las manecillas de reloj.

Ángulo Negativo: El rayo gira siguiendo el movimiento de las manecillas del reloj.

Ejemplo



En este ángulo podemos ver que se trata de un ángulo negativo pues \overrightarrow{AC} está girando en sentido contrario a las manecillas de reloj.

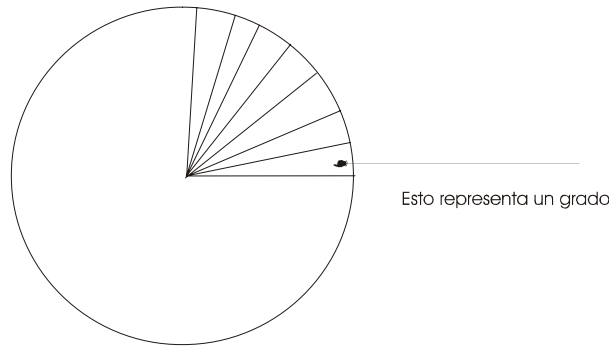
Dudas ó Preguntas, NO, continuemos.

Obsérvese que el tamaño de un ángulo no depende de la longitud de sus lados, el tamaño de un ángulo solo depende de la abertura. Ahora ya sabemos cuando es un ángulo positivo ó negativo, la pregunta a seguir es como se mide un ángulo. Está pregunta se responde de la siguiente manera, un ángulo se va a medir de acuerdo a dos sistemas de unidades, el primer sistema se llama **sexagesimal** y el otro sistema **cíclico** veamos como se mide un ángulo en cada sistema.

Sistema sexagesimal

Primero vamos a definir la unidad que se va a llamar grado y su símbolo es $^\circ$. Ahora la pregunta que es un grado. Para entender la idea de grado consideremos una circunferencia y dividamos esa circunferencia en 360 partes iguales. Cada división de la circunferencia se llama GRADO.

Ejemplo



Además cada grado se considera dividido en 60 partes iguales llamadas minutos ('), y cada minuto en 60 partes iguales llamadas segundos (''). Los símbolos para estas unidades son:

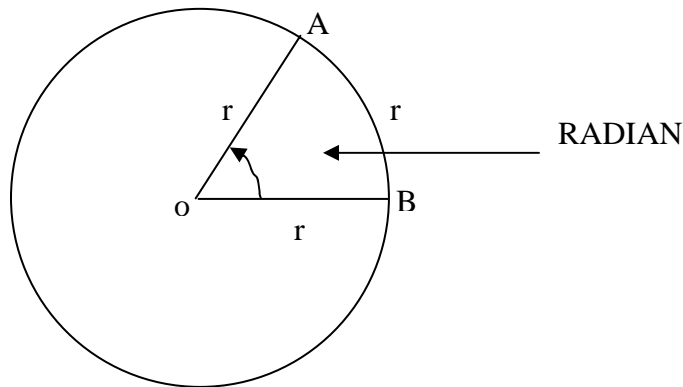
$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

Sistema Cíclico

En el sistema cíclico la unidad fundamental es el RADIAN, y el radian se define como:

Radian: Es el ángulo cuyos lados comprende una arco cuya longitud es igual al radio de la circunferencia.



El $\angle AOB$ es un radián

Un radián cumple la siguiente relación
$$1 \text{ radian} = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \text{rev}$$

De sus cursos de matemáticas de la secundaria deben de recordar que la longitud de una circunferencia es igual a $2\pi r$, pero una circunferencia subtiende un ángulo central de 360° , por lo tanto; tenemos la siguiente relación fundamental y que se deben de aprender.

$$2\pi \text{ radianes} = 360^\circ$$

Por lo tanto un radián es igual
$$1 \text{ radián} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57.2958^\circ$$

En la siguiente tabla se muestra como realizar las conversiones de grados a radianes o radianes a grados.

Para cambiar	Multiplicar por	Ejemplos
Grados a Radianes	$\frac{\pi}{180^\circ}$	$150^\circ = 150^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{5}{6}\pi$
Radianes a Grados	$\frac{180^\circ}{\pi}$	$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

Lo siguiente que vamos a ver es como convertir un ángulo dada el grados a grados, minutos y segundos. Esta claro lo que vamos hacer, no hay preguntas, no, entonces veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo convertir 59.7846° a grados, minutos y segundos, como le hacemos Viridiana, Uri alguna idea, tu Magali no nadie veamos es muy fácil. Primero note que 59.7846° esta compuesto por una parte entera que es 59° y una parte fraccionaria que es 0.7846° , entonces lo que vamos hacer es convertir la parte fraccionara a minutos para ello hay que multiplicarla por $60'$.

$$59.7846^\circ = 59^\circ + 0.7846^\circ$$

$$0.7846(60') = 47.076'$$

Entonces $0.7846^\circ = 47.076'$ En palabras significa que 0.7846° es igual a $47.076'$ minutos note que $47.076'$ minutos está compuesto por una parte entera que es $47'$ minutos y una parte fraccionaria que es $0.076'$ minutos, entonces la parte fraccionaria $0.076'$ la vamos a multiplicar por $60''$ para convertirla a segundos, y la parte entera $47''$ la colocamos al lado de los 59° con un signo de + como se observa

$$59.7846^\circ = 59^\circ + 0.7846^\circ = 59^\circ + 47' + 0.076'$$

$$0.076'(60'') = 4.56''$$

El valor de $4.56''$ lo vamos a redondear utilizando el siguiente criterio, si lo que esta después del punto decimal es menor que 5 por ejemplo 3.4 se redondea a 3; y si lo que está después del punto decimal es mayor que 5 se sube a la siguiente unidad por ejemplo 6.8 se redondea a 7. Entonces para nuestro ejemplo $4.56''$ se redondea a $5''$ entonces el resultado lo escribimos como

$$59.7846^\circ = 59^\circ + 0.7846^\circ = 59^\circ + 47' + 0.076' = 59^\circ + 47' + 5''$$

$$59.7846^\circ = 59^\circ 47' 5''$$

Esto es 59.7846° es igual a 59° (grados) $47'$ (minutos) $5''$ (segundos). Muy fácil verdad.

Ahora el siguiente ejemplo vamos hacer lo contrario nos dan un ángulo dado por $72^\circ 32' 89''$ hay que convertirlo a su forma de grados, es decir hay que quitar los minutos y los segundos. Como se hace Maricruz, tu si sabes Rebeca? nadie veamos es muy fácil.

$$72^\circ 32' 89'' = 72^\circ + 32' + 89'' = 72^\circ + \left(\frac{32}{60}\right)^\circ + \left(\frac{89}{3600}\right)^\circ = 72^\circ + 0.53^\circ + 0.024^\circ = 72.554^\circ$$

Como se hace, observen, primero separamos los grados de los minutos con un signo de +, y separamos los minutos de los segundos con un signo de + como ve, Siguiente paso los minutos los dividimos siempre por 60 esto corresponde a

$\left(\frac{32}{60}\right)$ es resultado de esta división es 0.53° y la unidad que llevan es la de grado. Hacemos algo muy similar con los

$89''$ a esté número lo vamos a dividir entre 3600 y lo que de cómo resultado queda en grados, esto es

$\left(\frac{89}{3600}\right) = 0.024^\circ$. Y por ultimo sumamos las cantidades $72^\circ + 0.53^\circ + 0.024^\circ = 72.554^\circ$ y este es el resultado

final que podemos escribir como $72^\circ 32' 89'' = 72.554^\circ$. Sí tienen alguna duda con gusto puedo ayudarlos Cuídense.

Mis notas las pueden bajar de la pagina Web siguiente www.matemania.tk