

GEOMETRI RIEMANN



OLEH :
Rohana
M. Win Afgani

DOSEN PENGAMPU :
Prof. DR. Zulkardi, M.I.Komp, M.Sc
Dra. Nyimas Aisyah, M.Pd
Drs.Somakim, M.Pd

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
PROGRAM PASCASARJANA UNIVERSITAS SRIWIJAYA
2006 / 2007

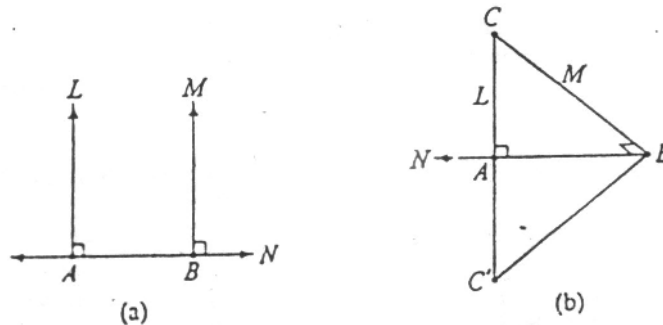
GEOMETRI RIEMANN

Teori Riemann kontradiksi dengan postulat sejajar Euclid dengan mengasumsikan prinsip berikut ini:

Postulat sejajar Riemann. *Tidak ada garis yang sejajar*

Crucial properties dari **Teorema 2 Corollary 3 Postulat Kesejajaran Euclid**, yaitu :

Dua garis yang tegak lurus dengan garis yang sama akan sejajar



Diketahui. Dua garis yang berbeda L, M yang tegak lurus dengan garis N (gambar 4.14(a)).

Untuk membuktikan: L sejajar dengan M

Bukti.

Anggaplah L sejajar dengan M adalah pernyataan yang salah.

Maka L dan M akan bertemu di titik C (gambar 4.14(b)).

Misalkan L, M bertemu dengan N di A, B.

Langkah

1. Perluas $\overline{CA}$ melalui panjangnya sendiri melalui A ke C'
2. Gambar $C'B$
3. $\triangle ABC \cong \triangle ABC'$
4. $\angle ABC = \angle ABC'$

Jadi, $\angle ABC'$ merupakan sudut siku-siku karena $\angle ABC$ merupakan sudut siku-siku BC dan BC' tegak lurus dengan AB.

5. BC dan BC' serupa

Alasan

1. Segmen dapat digandakan
2. Dua titik menentukan suatu garis
3. SAS
4. bagian yang sehadap
5. hanya ada satu garis yang tegak lurus dengan garis yang diketahui pada titik pada garis yang diketahui pula

Jadi, AC dan BC, atau L dan M memiliki titik C dan C' secara bersama-sama.

6. Jadi L dan M serupa

Hal ini kontradiksi dengan hipotesis kita bahwa L dan M adalah garis yang berbeda.

Jadi, pengandaian kita salah dan teorema berlaku benar.

6. Dua titik menentukan garis

Analisa pembuktian Riemann :

- Pandangan penting adalah Langkah 6, bahwa “L dan M serupa” karena titik tersebut memiliki titik C dan C' secara bersama-sama. Langkah ini (dan juga pembuktiannya) akan gagal jika C dan C' tidak berbeda,
- Euclid mengasumsikan bahwa setiap garis “memisahkan” bidang menjadi dua sisi yang berhadapan (*Separation principle*).

- Dalam pandangan sifat pemisahan, konstruksi dalam Langkah 1 pembuktian diatas (untuk memperluas $\overline{CA}$ melalui panjangnya ke C') menjamin bahwa C dan C' berada pada sisi sehadap dari N dan merupakan titik yang berbeda.
- Tanpa sifat pemisahan, keberbedaan C dari C' tidak memiliki justifikasi formal, dan bukti tersebut akan gagal.

Menurut Riemann,

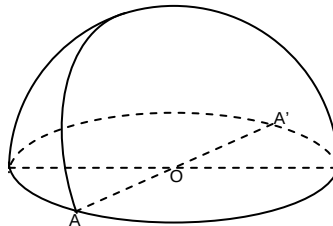
- Jika prinsip pemisahan tersebut diterima, C dan C' haruslah merupakan titik yang berbeda,
- jika mengabaikan prinsip yang menyatakan bahwa “dua titik menentukan suatu garis”, artinya memperbolehkan dua garis untuk berpotongan dalam dua titik.

Kesimpulan :

Ada dua teori geometris yang mengasumsikan postulat sejajar Riemann.

pertama, teori geometri eliptik tunggal,

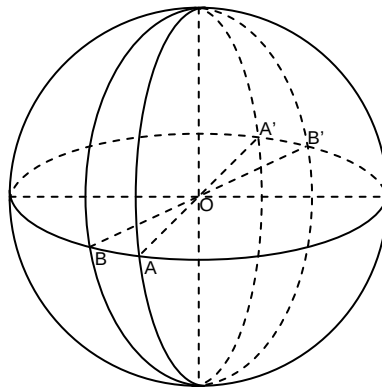
sebarang dua garis yang berpotongan dalam tepat satu titik, tetapi tidak ada garis yang memisahkan bidang tersebut.



2 garis berpotongan pada 1 titik garis tidak memisahkan bidang menjadi 2 setengah bidang; 2 titik yang diametral dianggap sebagai 1 titik

kedua, teori geometri eliptik rangkap dua,

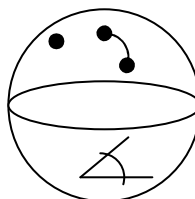
dua garis berpotongan dalam tepat dua titik, dan setiap garis memisahkan bidang.



2 garis berpotongan pada titik; setiap garis memisahkan bidang menjadi 2 setengah bidang

Representasi Bola Euclid

Tabel berikut ini mendaftarkan beberapa konsep dasar geometri eliptik ganda dan representasinya pada bola Euclid.



Geometri Eliptik Ganda

Titik
Garis
Bidang
Segmen
Jarak antara dua titik

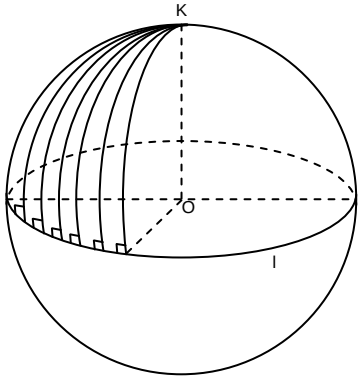
Sudut yang dibentuk
oleh dua garis

Representasi Euclid

titik pada bola
Lingkaran besar bola
bola
busur dari suatu lingkaran besar
panjang busur terpendek dari lingkaran besar
yang melalui kedua titik itu
Sudut pada bola yang dibentuk oleh dua
Lingkaran besar

Sifat Kutub

- Misalkan l suatu garis
- Maka ada suatu titik k , yang disebut kutub dari l sedemikian hingga :
 - Setiap segmen yang menghubungkan K dengan suatu titik pada l tegaklurus pada l
 - K berjarak sama dari setiap titik pada l
- Jarak K sampai sebarang titik pada l disebut “jarak polar”
- Jarak polar suatu kutub sampai garisnya adalah konstan



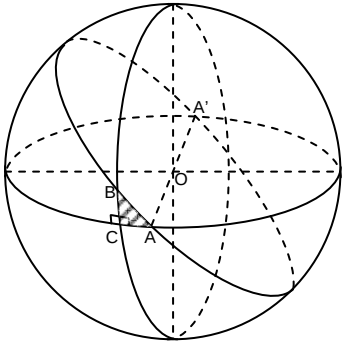
(Gambarannya seperti semua meridian melalui kutub tegaklurus pada ekuator)

Teorema :

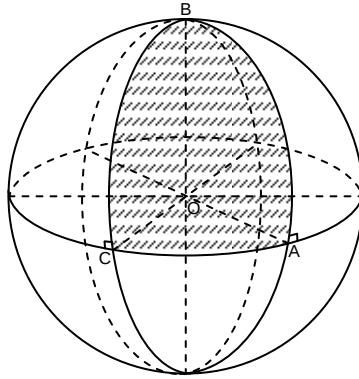
Dalam sebarang segitiga ABC dengan $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ kurang dari, sama dengan, atau lebih besar dari 90° , tergantung dari segmen BC kurang dari, sama dengan atau lebih besar dari jarak polar

Diketahui : segitiga ABC dengan $\angle C = 90^\circ$

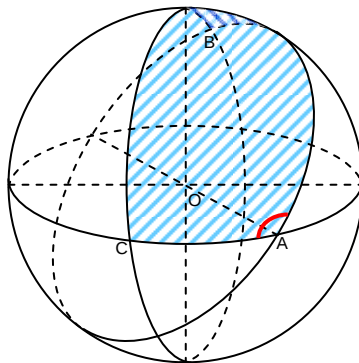
a. Ditunjukkan $\angle A < 90^\circ$, bila segmen BC < jarak polar



b. Ditunjukkan $\angle A = 90^\circ$, bila segmen BC = jarak polar



c. Ditunjukkan $\angle A > 90^\circ$, bila segmen BC > jarak polar



Teorema :

Jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga lebih besar dari 180°

Digunakan gambar-gambar pada butir b, dan c :

Pada butir b : $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B$ positif

Jadi, $\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$

Pada butir c : $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ tumpul

Jadi, $\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$

Referensi :

Moeharti, H.W. 1986. *Modul 4-6 : MATERI POKOK SISTEM-SISTEM GEOMETRI*. Universitas Terbuka : Jakarta.

Prenowitz, W. Jordan, M. 1965. *Basic Concepts of Geometry*. Blaisdell Publishing Company : Waltham, Massachusetts. Toronto. London.