

Í î ðì àëúí î á ðàñì ðáááëáí èá

Í áí çí à÷áí èá	$N(x \mu, \sigma)$
Í áëàñü çí à÷áí èé	$-\infty < x < \infty$
Í àðàì áòðú	Í àðàì áòð ðàñì î éí æáí èÿ μ , ì àð àì àð è÷áñéí á î æ èüáí èá. Í àðàì áòð ì àñø òááá σ , ñò àí äàðð í î á î ð èéí í áí èá.
Í éí á î ñü (ó óí èöèÿ ááðí ÿá í ñè)	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$
Í àòáì àè÷áñéí á í æèáí èá	μ
Äèñì áðñèÿ	σ^2
Óóí èöèÿ ðàñì ðáááëáí èÿ	Í á áú ðàæááðñÿ á ÿèáí áí òáðí ú ò ó óí èöèÿö

Ñáÿçü ñ äðóæè è ðàñì ðáááëáí èÿì è

Í óñòü $v_i \sim N(x | \mu_i, \sigma_i)$, $i = 1..K$ - í çáàèñèì ú á í î ðì àëúí î ðàñì ðáááëáí í ú á ñéó÷áéí ú á áá-

èè÷éí ú. Óí ááá ñóí ì á $\sum_{i=1}^K c_i v_i$ í í á÷éí ÿáðñÿ í î ðì àëúí î ò ðàñì ðáááëáí èð ñ í àðàì áòðàì è

$$\mu = \sum_{i=1}^K c_i \mu_i \quad \text{è} \quad \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^K c_i^2 \sigma_i^2} .$$

Á ÷áñðí í ñè, ñóí ì á ñ í çáàèñèì ú ò í äéí äéí áí ðàñì ðáááëáí í ú ò í î ðì àëúí ú ò ñéó÷áéí ú ò áá-èè÷éí $v_i \sim N(x | \mu_i)$, $i = 1..n$, ðàñì ðáááëáí à í î ðì àëúí î ñ ñðááí èì $\eta\mu$ è ñðáí áàððí ú ì í ò-èéí í áí èáì $\sigma\sqrt{n}$.

Ñóí ì á èáááðàðí á í çáàèñèì ú ò ñéó÷áéí ú ò ááèè÷éí v_i , ðàñì ðáááëáí í ú ò í äéí äéí áí í î ð-ì àëúí î ñ í àðàì áòðàì è $\mu=0$, $\sigma=1$, í í á÷éí ÿáðñÿ ðàñì ðáááëáí èð òè-èáááðàð ñ ñ ñðáí áí ÿì è

$$\text{ñáí áí áú} : \sum_{i=1}^n v_i^2 \sim \chi^2 .$$

Ñðáí áàððí í á í î ðì àëúí í á ðàñì ðáááëáí èá ÿáèÿáðñÿ ÷áñðí ú ì ñéó÷ááì ááì ì á-ðàñì ðáááëáí èÿ:

$$\Phi(x) = 0.5 + \left(1 + \text{sign}(x) \times \Gamma\left(\frac{x^2}{2} | 0.5\right) \right),$$

ááá

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Ááí áðàòèÿ ñëó÷áéí ù ò ÷èñáë

Í óñòù r_i - í áçààèñèì ù è ðàñí ðáááéáí ù ðàáíí ðáí íà $[0, 1]$. Í í ñéí èüéó ì áðàì áðè÷áñéí á í æèááí èá r_i ðááíí $1/2$, à æèñí áðñèÿ $1/12$, ðí ñí æèáñíí ðáí ððàëúíí é í ðáááéáí í é ðáí ðáí á ðàñ-í ðáááéáí èá ñòì ì ù

$$\frac{\sum_{i=1}^n r_i - n/2}{\sqrt{n/12}}$$

ñ ðí ñòì ì ñ ñòðàì è ðñÿ é í í ðì àëúíí ò ñ ì áðàì áððàì è $\mu = 0$, $\sigma = 1$. Í ñí ááí í í ðí ñàÿ ò í ð-ì óèà í í èó÷áàðñÿ, áñèè áçÿòù $n = 12$.

Ááá í áçààèñèì ù á í í ðì àëúíí ù á ñëó÷áéí ù á ááèè÷éí ù v_1 è v_2 ì í æíí í í èó÷èðù èç ááóð í áçà-áèñèì ù ð ðááíí ðáíí ðàñí ðáááéáí í ù ð íà $[0, 1]$ ñëó÷áéí ù ð ááèè÷éí r_1 è r_2 ñ í í ì í ù ù ð ñ í ð-í í ð áí è é:

$$v_1 = \sqrt{-2 \log r_1} \sin(2\pi r_1), v_2 = \sqrt{-2 \log r_1} \cos(2\pi r_1).$$

Áú ÷èñéáí èá ò óí èöèè ðàñí ðáááéáí èÿ è áá èâàì òèèáé

Ñí ñí áàì áú ÷èñéáí èÿ í í ðì àëúíí áí ðàñí ðáááéáí èÿ ÿ í í ñáÿðèè ñí áðèàëúíí ù é ðáèñò, í í ÿòì ò çááñù í áðáí è÷òñù èèð ù ááóí ÿ èèð ñòðàòèÿ ì. Óóí èöèÿ normalDF, í í çáí èÿ ð ù àÿ áú ÷èñ-èÿòù ñ "í ðì èçáí èúíí é" ðí ÷í ñòù ð, è ñí í èüçóáð óéàçáí í ó ð ñáÿçù ñ áàì ì à-ðàñí ðáááéáí èáí ; ÷í áú ÿðè éí áú ðááí ðàèè, í í ððááó ð ðñÿ ò áéèù loggamma.h è loggamma.cpp. Óóí èöèÿ æá ì ñv_normalDF ì ðááí áçí à÷áí à æèÿ áú ÷èñéáí èÿ éááí ðèèáé í í ðì àëúíí áí ðàñí ðáááéáí èÿ ñ í ðèì áðí ððàì ÿ çí àèàì è. Áí áé è ñí í èüçí ááí àèáí ðèðì **Z2** èç §3 ðáèñðà ì ðí ñí í ñí áú áú ÷èñ-éáí èÿ í í ðì àëúíí áí ðàñí ðáááéáí èÿ; çáí áí í éí áú áàì í í ñòðèð ð ò ì ðèì áí áí è á ì ðààèèà Áí ðí á-ðà ì ðè áú ÷èñéáí èè ì í èèíí à.

Òàèè normalDF.h

```

/*****
/*      Í í ðì àëúíí í á ðàñí ðáááéáí èá      */
/*****

#ifndef __NORMAL_H__                /* To prevent redefinition */

#define ENTRY      extern
#define LOCAL     static

double normalDF(double x);
/* Áú÷èñéÿáð ááðíÿðííñòù ðíáí, ÷ðí ñëó÷áéíáÿ ááèè÷éíá,

```

```

* ííá+èíýþùáýñý ñðáíááððíííó ííðíàèúíííó ðáñiðáááæáíèþ,
* íðèíèíàáð çíà+áíèá, íá íðááíñðíáýùáá x.
*/

double inv_normalDF(double level);
/* Áú+èñéýáðñý éááíðèèú óðíáíý level,
* êíðíðúé ñíáèáñíí ííðáááæáíèþ ýáèýáðñý êíðíáí óðááíáíèý
*      N(x) = level,
* ááá N(x) - ñðáíááððííá ííðíàèúííá ðáñiðáááæáíèá.
* Ðáðáíèá óèèííýáðñý íð ðí+ííáí çíà+áíèý íá áíèáá +áí íá 0.00045.
* Êííá+íí, çíà+áíèá level áíèáíí áúòú çáèèþ+áíí íáæáó 0 è 1.
*/

#define __NORMAL_H__          /* Prevents redefinition          */
#endif                        /* Ends #ifndef __NORMAL_H__      */

```

Óàèè normalDF.cpp

```

/*****
/*      Ííðíàèúííá ðáñiðáááæáíèá      */
/*****/

ENTRY double
normalDF(double x)
/* Áú+èñéýáð ááðíýðííñòú ðíáí, +ðí ñèó+æéíàý ááèè+èíá,
* ííá+èíýþùáýñý ñðáíááððíííó ííðíàèúíííó ðáñiðáááæáíèþ,
* íðèíèíàáð çíà+áíèá, íá íðááíñðíáýùáá x.
*/
{
    double dfg;
    if (x == zero)
        return 0.5;
    dfg = gammaDF(0.5, x * x / 2) / 2;
    return 0.5 + (x > zero ? dfg : -dfg);
}/*normalDF*/

ENTRY double
inv_normalDF(double level)
/* Áú+èñéýáðñý éááíðèèú óðíáíý level,
* êíðíðúé ñíáèáñíí ííðáááæáíèþ ýáèýáðñý êíðíáí óðááíáíèý
*      N(x) = level,
* ááá N(x) - ñðáíááððííá ííðíàèúííá ðáñiðáááæáíèá.
* Ðáðáíèá óèèííýáðñý íð ðí+ííáí çíà+áíèý íá áíèáá +áí íá 0.00045.
* Êííá+íí, çíà+áíèá level áíèáíí áúòú çáèèþ+áíí íáæáó 0 è 1.
*/
{
    double q, t;

    assert((level > zero) && (level < one));
    t = level < 0.5 ? level : one - level;
    t = sqrt(-2 * log(t));
    q = t - ((0.010328 * t + 0.802853) * t + 2.515517) /
        (((0.001308 * t + 0.189269) * t + 1.432788) * t + 1);
    return level > 0.5 ? q : -q;
}/*inv_normalDF*/

```

