

Áσòà-ðàñì ðáäääéáí èå

Í áí çí à÷áí èå	$B(x a, b)$
Í áéàñüü çí à÷áí èé:	$0 \leq x \leq 1$
Ï àðàì áòðú	Ï àðàì áòðú ôí ðì ú: $a, b > 0$.
Ï éí ã í ñü	$\frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}$, áää $B(a, b)$ – (í í éí àÿ) ááðà-ò óí èöèÿ í ð í àðàì áòðì á $a \leq b$.
Ì àòáì àðè÷áñéí á í æèääí èå	$a/(a+b)$
Æèñì áðñèÿ	$ab/(a+b)^2(a+b+1)$
Ó óí èöèÿ ðàñì ðáäääéáí èÿ	Í á áú ðàæääðñÿ á ÿèàì áí ðàðí ú ò ó óí èöèÿ ò

Ï í èåçí ú á ñáí éñòåà

Í áð, í í æèèóé, áðóáí áí ðàéí áí ðàñì ðáäääéáí èÿ, éí òí ðì á áñððá÷áéí ñü áú á ì àòáì àðè÷áñéí é ñòà-ðèñðèèåá ñòí èü æá ÷áñðí, èåé ááðà-ðàñì ðáäääéáí èå. Áí ñòàòí ÷í ñèàçàðü, ÷òí ááí ñí áöèèèüí ú ì ñèó÷ááí ÿæÿðòñÿ F-ðàñì ðáäääéáí èå! À èì áí í í, ó óí èöèÿ ðàñì ðáäääéáí èÿ ðàé í àçú áááí í áí F-

í òí í ø áí èÿ $F_{m,n} = \frac{n\chi_m^2}{m\chi_n^2}$ áú ðàæääðñÿ ôí ðì óéí é

$$\Pr\{F_{m,n} > x\} = B\left(\frac{mx}{n+mx} \mid \frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right).$$

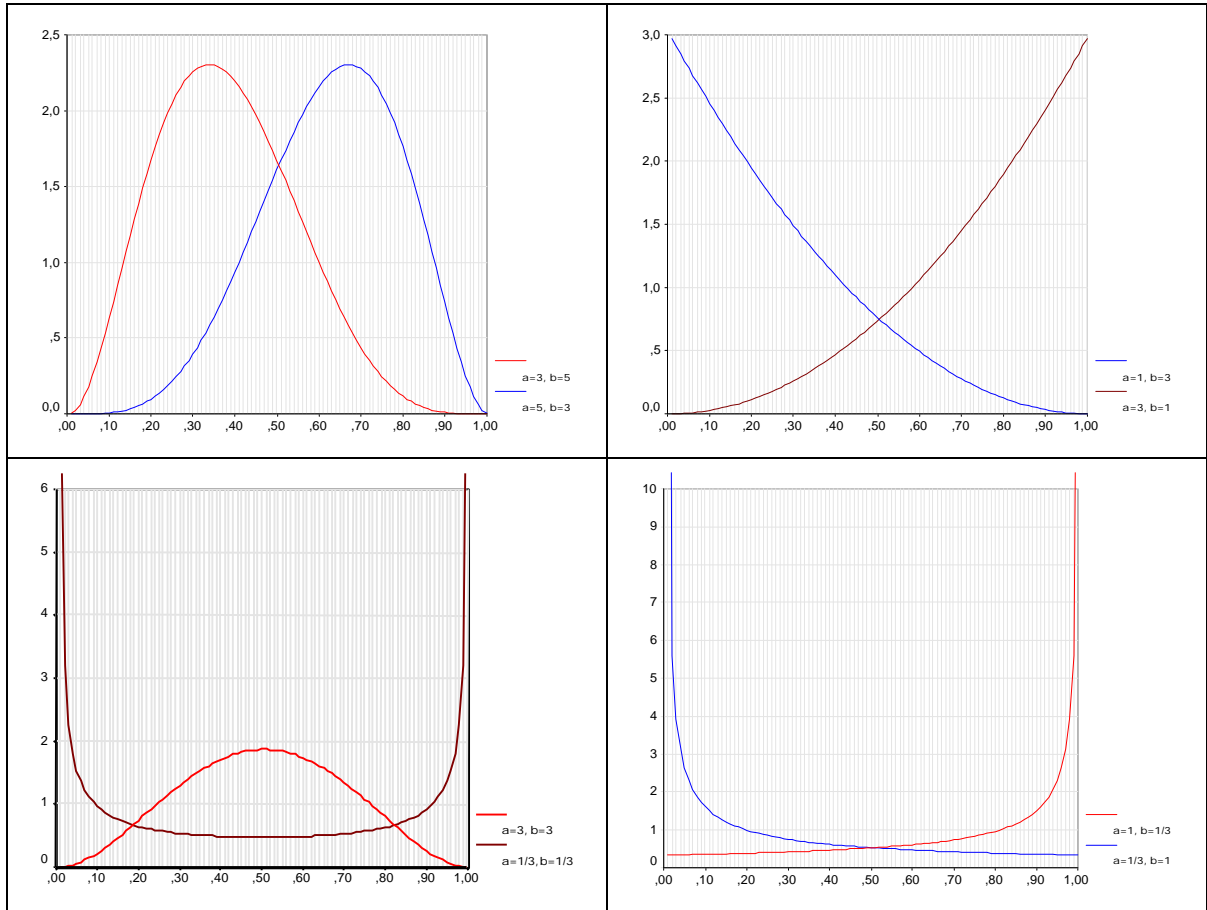
Í ðñð äà ñèääóáð, ÷òí ì ðè $n \rightarrow \infty$ ááðà-ðàñì ðáäääéáí èå ñòí àèðñÿ é ááì ì à-ðàñì ðáäääéáí èð.

Áí ð áú á í áñéí èüéí èð áí í ú óí ú ò ÷áñðí ú ò ñèó÷ááá.

- Ç àì áí èòü é (ñ . éí èæéó Á.Óáéèáðà) çáéí í àðèñéí óñà: $B\left(x \mid \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2\pi} \arcsin \sqrt{x}$
- Ðáí í ì áðí í á ðàñì ðáäääéáí èå: $R(x|0,1) = B(x | 1,1)$.
- Æéí í ì èæüí í á ðàñì ðáäääéáí èå: $\beta(m|n, p) = B(1-p|n-m, m+1)$.

À áí ò çí àì áí èòí á ñáí éñòáí ñèì ì áððèè ááðà-ðàñì ðáäääéáí èÿ: $B(x|a, b) = 1 - B(1-x|b, a)$.

Ï ðè ðàçí ú ò çí à÷áí èÿ ò ì àðàì áòðì á ó óí èöèÿ ðàñì ðáäääéáí èÿ èì ááð ñáì ú á ðàçí ú á ñáí éñòåà. Í à í èæáñèääóð ù áì ðèñóí éå ì ðèááááí ú áððàðè èè ì éí òí í ñòè ááðà-ðàñì ðáäääéáí èÿ ì ðè í áñéí èüèèð çí à÷áí èÿ ò ì àðàì áòðì á.



Ááí àðàöèÿ ñèó-àéí û ò ÷-èñäè

Ï óñðü ñèó-àéí û á ÷-èñäè r_1 è r_2 í àçààèñèì û è ðàññ ðàáàè áí è ðàáííì áðíí íà í ððàçéå [0,1].
 Ï í èí æèì $s_1 = \sqrt[r_1]{r_1}$, $s_2 = \sqrt[r_2]{r_2}$. Áñèè $s_1 + s_2 > 1$, ï í àòí ðèì áù ÷-èñäè áÿ. Áñèè æå $s_1 + s_2 \leq 1$, òí $r = s_1 / (s_1 + s_2)$ ï í à-èí ÿàðñÿ áàðà-ðàññ ðàáàè áí èð ñ ï àðàì áòðàì è a è b .

Áù ÷-èñäè áÿ

Ñòàí ààðòí í á ðàçèí æáí è á ï èí ðíí òèè á ðÿä Òáééí ðà è ï í ÷-éáí í í á èí óàãðè ðí ááí è á ï ðèáí àèò è ñòàí áí í ï ó ðÿä

$$B(x|a, b) = \frac{x^a}{b} \left(1 + \frac{a}{a+1} \frac{1-b}{1!} x + \frac{a}{a+2} \frac{(1-b)(2-b)}{2!} x^2 + \dots + \frac{a}{a+k} \frac{(1-b)(2-b)(k-b)}{k!} x^k + \dots \right),$$

éí òí ðú é òè áóðèðóáð áí àñáð ðàèñðàð ï ðí ááòà-ðàñ ðààáé áí è á. Ýòí ò ðÿà ñòí àèðñÿ áí áí èüí í ì áàéáí íí. Èðí ì á òí áí, ì í æáð áí çí èéí óðü ì áðáí í éí áí è á, éí áàà a è b áàèèèè (-òí òðááóáðñÿ, í àí ðèì áð, ì ðè ì ðèì áí áí è è F-èðèðáððèÿ é áí èüø èì áú áí ðèàì). Áðóáèá ðàçéí æáí èÿ á ðÿà ì í æíí í áèòè á áí ðÿ-í ðáéíí áí áóáí íí ñí ðàáí -í èèá Ì .Ááðàì í áèòà è È.Ñðèááí à "Ñí ðàáí -í èé íí ñí áòèàèüí ùí ó óí èòèÿì ", Ì : Ì è ð 1979.

Áí ðàçáí áí èáá í í èáçí ùí í èàçáéí ñü ðàçéí æáí è á í áí í éí í é ááòà-ó óí èòèè á òáí í óð áðí áú

$$B(x|a, b) = \frac{x^a(1-x)^b}{aB(a, b)} \left[\frac{1}{1} \frac{d_1}{1} \frac{d_2}{1} \dots \right],$$

áàá

$$d_{2m+1} = -\frac{(a+m)(a+b+m)x}{(a+2m)(a+2m+1)}, \quad d_{2m} = \frac{m(b-m)x}{(a+2m-1)(a+2m)}.$$

Óðàèðáð ñòí àèì í ñòè áá í í áóí áÿù èð áðí ááé áí ñòàðì -íí ñéí æáí, í í ñéí èüèð -éáí ù áá çááí úáá àèüðáðí èðóð ò. Í áí áéí, èàè -àñòí áú áàáð, -áðí ù á í í áóí áÿù è á áðí áé áááóð ñááÿ í -áí ù áàæá í ðèñòí éí í, ì í í òí í í ñòí áÿñü é í óæíí ò í ðáááéó. Í í ýòí ò ó á í èæáñèááóð ù èð éí áàð á òèè-èá áú -èñèÿð ðñÿ ááá í í ñéááí áàðáèüí ù á í í áóí áÿù è á áðí áé: ýòí í í çáí èÿáð á óñéí áèÿò í ñòáí í -áà èì áòü ááéí èèø ù ñ -áðí ùí è í í ì áðàì è. Ñòí àèì í ñòü áú ñí èà í ðè $x < \frac{a+1}{a+b+2}$, á òóáø áí ñéó-áá í í òðááóáðñÿ í ðí ñòí ì è ðí áàòü $O(\sqrt{\max\{a, b\}})$ í í áóí áÿù èð áðí ááé. Áñèè æá $x > \frac{a+1}{a+b+2}$, áñòáñòááí í í è ñí í èüçí áàòü ñèì ì áððèð ááòà-ðàñ ðààáé áí èÿ.

Áèÿ í í èñèà èááí ðèèáé èñí í èüçóáðñÿ áèñáèòèÿ - ì áðí á ááéáí èÿ í í í èàì í òðàçèà, ñí ááðæàù á-áí éí ðáí ù.

Í ðèáí àèì ù á éí áú ñéááóáð, áñòáñòááí í í, ðàññí áððèáàòü èèø ù èàé èèèð ñòðàèèð, òí òÿ è ðááí òí ñí í ñí áí óð áí àñáð ñòàðèñðè-áñèèð çàáá-áð, ñ éí òí ðú ì è ÿ ñòàèèèèáèñÿ. Áñèè æá çàáá-á ñí ñòí èð á ðàçðááí ðèá ì áðí áí á áú -èñèáí èÿ í áí í é èç ñí áòèàèüí ù ò ó óí èòèé - í áí í éí í é ááòà-ó óí èòèè, òí í ðèááðñÿ ó-èòü áàòü ðàçí í í áðàçí ù á -àñòí ù á ñéó-áè (í àí ðèì áð, í -áí ù ì àéáí úèèá èèè í -áí ù áí èüø è á çí à-áí èÿ í áðàì áððí á a è b, ñí í òí í ø áí è á ì áæáó x è í áðàì áððàì è a è b è ò.í.). Áèÿ ðááí òü ñ í ðèáí àèì ùí è çááñü éí áàì è í áí áóí àèì ù ó óí èòèè, ñí ááðæàù èáñÿ á ò áééáð loggamma.h è loggamma.cpp.

Òàéé betaDF.h:

```
/*
 * Beta distribution
 */
#ifdef __BETA_H__
/* To prevent redefinition */

#define ENTRY extern
#define LOCAL static

class BetaDF {
public:
    BetaDF(double u, double w);
    double value(double x); // Óóíèòèÿ ðàñíðáááéáíèÿ Beta(x|a,b)
    double quantile(double p); // Íáðàðíáÿ óóíèòèÿ: Beta(x|a,b)=p
private:
    double a,b, logBeta;
    double fraction(double a, double b, double x);
};
```



```

do {
    /* íà+èíààì ñ i = 1, iter = 0, ààèüøá i íÀ+áðíí */
    ai += 1;
    r = -am * (am + b) * x / ((ai - 1) * ai);
    /* íàðáñ+àò A è B á ààà øààà */
    A0 = (A1 + r * A0) * factor; /* i íÀ+áðíí */
    B0 = (B1 + r * B0) * factor;
    /* çãñü íà+èíààì ñ i = 2, iter = 1, ààèüøá i +áðíí */
    am += 1;
    iter += 1;
    ai += 1;
    r = iter * (b - iter) * x * factor / ((ai - 1) * ai);
    A1 = A0 + r * A1; /* i +áðíí, A0 è B0 óæá øèàèèðíààíü */
    B1 = B0 + r * B1;
    old_bta = bta;
    factor = 1 / B1;
    bta = A1 * factor;
} while (fabs(old_bta) != fabs(bta));
return bta * exp(a * log(x) + b * log(1 - x) - logBeta) / a;
}/*incBeta_fraction*/

double
BetaDF::value(double x)
//
// Áù+èñëÿàð Beta(x|a,b):
// áàðíÿðíñòü ðíáí, +ðí ñéó+àéíàÿ áàèè+èíà,
// ííà+èíÿðàÿñÿ áàòà-ðáñíðààáèáíèð ñ íàðàíàððàèè 'a' è 'b',
// íáíüøá èèè ðàáíà 'x'.
//
{
    if (x <= 0)
        return 0; /* íÀ íøèáèà! */
    else if (x >= 1)
        return 1; /* íÀ íøèáèà! */
    if (x < (a + 1) / (a + b + 2))
        return fraction(a, b, x);
    else
        return 1 - fraction(b, a, 1 - x);
}/*value*/

double
BetaDF::quantile(double p)
//
// Èùàð òàèíá çíà+áíèà 'x', äëÿ èíðíðíáí Beta(x|a,b) = p,
// ò.á. ðàáíà 'p' áàðíÿðíñòü ðíáí, +ðí ñéó+àéíàÿ áàèè+èíà,
// ííà+èíÿðàÿñÿ áàòà-ðáñíðààáèáíèð ñ íàðàíàððàèè 'a' è 'b',
// íáíüøá èèè ðàáíà 'x'.
//
{
    double fx, l = 0, r = 1, x = 0.5;

    assert(p >= 0 && p <= 1);
    if (p == 0 || p == 1) return p;

    do {
        fx = value(x);
        if (fx > p) r = x; else
        if (fx < p) l = x; else
            return x;
        x = (l + r) * 0.5;
    } while ((l!=x) && (r!=x));
    return x;
}/*quantile*/

```