Guia No 4	Calculo Integral	Grupo 1	UNAD

Escuela de Ciencias Básicas Tecnologías e Ingeniería

INTEGRAL DEFINIDA

DEFINICION

Sea f una función definida en un intervalo cerrado $[a,b]$, si el límite de la suma de riemann existe, decimos que f es integrable en $[a,b]$ y denotamos este límite así: $\lim_{\|\Delta x\|\to 0} \sum_{i=i}^{i=n} f(ci)\Delta xi = \int_a^b f(x)dx$

Llamamos integral definida de la función f entra a y b a este límite.

El numero a es el límite inferior de integración y el numero b es el límite superior de integración.

Una integral definida es un número, mientras que una integral indefinida es una función (o familia de funciones)

Para hallar integrales definidas usamos EL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CALCULO que dice:

Dada una función f(x) continua en un intervalo cerrado $[a,b]$, entonces $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$ donde f(x) es cualquier función tal que $f^1(x) = f(x)$ para todo x en $[a,b]$

Con este teorema podemos hallar una integral definida sin tener que usar el límite e una suma

Notación: la integral definida se nota así: $\int_a^b f(x)dx = F(x)/_a^b = F(b) - F(a)$

Ejemplo:

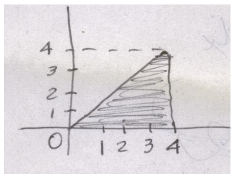
1. **Dibújese la región cuya área se indica mediante la integral definida dada. Después calcule el valor de la integral definida y compruebe su respuesta mediante una formula geométrica.**

   a) $\int_0^4 4\,dx$ la función es $f(x) = 4$ cuya grafica es una recta horizontal que pasa por y=4

$$\int_0^3 4dx = 4x/_0^3 = 4 \bullet 3 - 4 \bullet 0 = 12$$

Área del rectángulo con base 3 y altura 4 es 12.

b) $\int_0^4 x\,dx$, la función es $f(x) = x$ cuya grafica es una recta a 45º en el primer cuadrante



$$\int_0^4 x\,dx = \frac{x^2}{2} /_0^4 = \frac{4^2}{2} - \frac{0^2}{2} = 8$$

Área de un triangulo de base 4, y, altura4 es 8

c) $\int_0^4 \frac{x}{2}dx$ d) $\int_0^2 (2x+5)dx$ e) $\int_0^5 (5-x)dx$

f) $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$

II. Evaluar (comprobar)

1) $\int_0^4 3\sqrt{x}dx = 14$

2) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sec^2(2x)dx = \frac{1}{2}$

3) $\int_0^2 (2x^2 - 3x + 2)dx = \frac{10}{3}$

4) $\int_0^1 x\left(x^2+1\right)^3 dx = \dfrac{15}{8}$

5) $\int_{-1}^1 \left(t^2-2\right)dt$

6) $\int_{-1}^1 \left(t^3-9t\right)dt$

7) $\int_{-1}^1 \left(\sqrt[3]{t}-2\right)dt$

8) $\int_1^4 \dfrac{(u-2)du}{\sqrt{u}}$

9) $\int_0^1 \dfrac{\left(x-\sqrt{x}\right)}{3}dx$

10) $\int_1^9 \dfrac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

III. calcular el área bajo la curva, entre los límites indicados

1) $y = x - x^2,\ x=0,\ x=1$

2) $y = -x^2+2x+3,\ x=-1,\ x=3$

3) $y = \dfrac{1}{x^2},\ x=1,\ x=2$

4) $y = \cos\left(\dfrac{x}{2}\right),\ x=0,\ x=\pi$

5) $y = x + senx,\ x=0,\ x=\pi$

IV. Hallar el área entre las curvas

1. $y = x^2+2,\quad y=-x,\quad x=0.\ x=1$ $\qquad R/ta\ \dfrac{17}{6}$

2. $y = 2 - x^2, \quad y = x,$ $\qquad R/ta\ \dfrac{9}{2}$

3. $y = sen\, x, \qquad y = \cos\ x, \quad x = \dfrac{\pi}{4} \quad , x = \dfrac{5\pi}{4}$

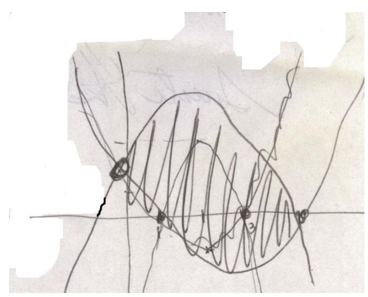
4. $x = 3 - y^2, \qquad y = x - 1,$ *franjas horizontales y verticales*

5. $y = x^2 - 4x, \qquad eje\, x$

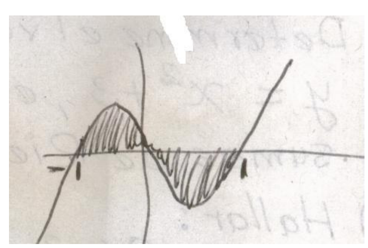
6. $y = x^2 + 2x + 1 \quad ; \quad y = 3x + 3$

7. $f(x) = -x^2 + 4x + 2, \qquad g(x) = x + 2$

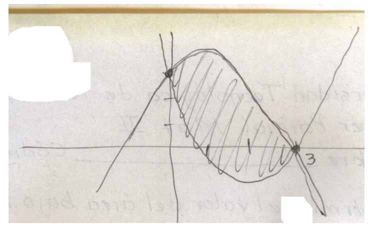
8. $y = x^2 - 4x + 3 \quad ; \quad y = 3 + 4x - x^2$



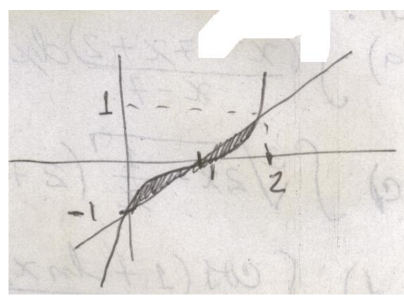
9. $f(x) = x^2 - 4x + 3 \qquad g(x) = -x^2 + 2x + 3$



10. $f(x)=3x^3-3x,\quad eje \quad x$



11. $f(x)=x^2-4x+3 \qquad g(x)=-x^2+2x+3$



12. $f(x)=x^2-4x+3 \qquad g(x)=-x^2+2x+3$