Raúl Isea, PhD
Fundación Instituto de Estudios Avanzados IDEA

Mi mentor y maestro, Ángel Vegas, me enseñó en un viaje a Madrid (España) un poema de José Cereijo que dice: "Frente al invierno tu pura persistencia, árbol desnudo".

Raúl Isea

Innovando con la belleza de las geometrías

Quién no se ha maravillado al observar un árbol en la cima de una montaña en un atardecer. Quizás pueda explicar este hecho desde dos puntos de vistas diferentes, es decir, un reflejo de la lucha continúa que libra el árbol con las fuerzas naturales inspirando a poetas; o por el contrario, y a mi juicio, sorprendidos por la simplicidad de la naturaleza que nos invita a duplicarla de acuerdo a patrones geométricos.

Esta dualidad la hemos observado en la famosa obra de Leonardo da Vinci titulada el "Hombre de Vitruvio", realizada con lápiz y tinta alrededor del siglo XV (ver figura 1) donde Leonardo mostraba que las proporciones geométricas era un compromiso de la belleza que debe estar restringida por relaciones matemáticas. Por ello dicha obra también se le conoce con el nombre de "Canon de las proporciones humanas".

La naturaleza debe ser un reflejo de la simplicidad de un orden universal, y el hombre debe encontrar las leyes que rigen las matemáticas de Dios.

Este último punto es un reflejo del desafío del hombre por explicar su percepción del mundo con ayuda de aspectos geométricos. Sin embargo, el Hombre de Vitruvio fue probablemente una muestra por resolver el legendario problema geométrico que consiste en encontrar un cuadrado cuyo área sea igual a la de un círculo únicamente empleando una regla y un compás.

Este problema geométrico se conoce como la "cuadratura del círculo" o también conocido como "cuadrar el círculo" (ver la figura 2). La limitación impuesta es perfectamente entendible porque en aquella época la herramienta empleada era una regla y un compás. Lo que probablemente desconozcan es que este problema ha desafiado a la humanidad desde el siglo V antes de Cristo por el griego Hipócrates de Quíos quien había mostrado que las superficies de algunas de las figuras circulares (definidas por él como lúnulas) podrían cuadrarse.

Fig.2

Para finalizar este punto, permítanme mostrarles la solución matemática de este sencillo problema. Recordamos que el área de un cuadrado es πR^2 mientras que el área del círculo es b^2. De modo que sí las dos áreas son iguales (ver figura 2), implica que se debe cumplir $\pi R^2 = b^2$, lo que lleva a la relación matemática b=R÷p, y listo! es decir, hay una factor de 1/÷p, y como el valor de π es trascendente (no proviene de una relación matemática sencilla), por tanto, es imposible resolver este problema empleando una regla y un compás ("÷" significa raíz cuadrada).

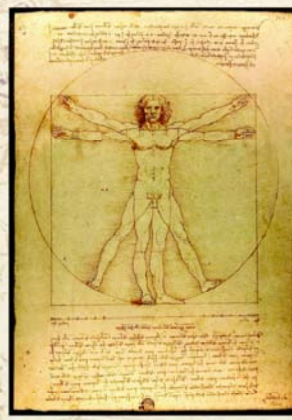
Fig.1

El ingenio del hombre siempre ha buscado simplificar a la naturaleza a partir de relaciones matemáticas, pero debía resolver el problema de la irregularidad de la descripción de las formas de los objetos. En tal sentido, un matemático de origen polaco llamado Benoit Mandelbrot en 1975, publico un trabajo titulado "Los objetos fractales: forma, azar y dimensión" donde se mostraba que habían figuras semi-geométricas que se repetían una y otra vez, el cual llamo Fractal (cuya palabra proviene del latín *fractus* que significa fracturado).

Uno de los ejemplos conocidos de Fractales es la figura del copo de nieve de Koch introducido por el sueco Helge von Koch en 1906 (ver la figura 3), y se obtiene a partir de una línea recta el cual se divide en tres partes. Posteriormente se sustituye la parte central producto de dicha división por dos líneas de la misma longitud del segmento que hemos eliminado, pero formando un ángulo de 60 grados (ver la figura 3). El siguiente paso es repetir dicho procedimiento en cada uno de los cuatro segmentos, el cual dará como resultado 16 segmentos más, y continuamos así todo el tiempo. De hecho, el área bajo la curva es igual a 1 + 4/9 + (4/9)2 +… Finalmente indicar que el copo de nieve se obtiene cuando se unen los dos extremos como se puede apreciar en la figura 4.

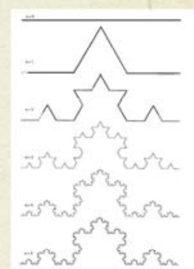
Fig. 3

La figura 4 reproduce un copo de nieve el cual presenta la característica que es autosimilar o autosemejante, es decir, que se pueden dividir en varias partes y el producto obtenido de dichas divisiones, es una copia de la figura original. Probablemente puedan considerar que este tipo de construcción es algo forzado para reproducir construcciones a partir de una metodología sencilla. Sin embargo la coliflor, sí… la coliflor al retirar una de sus pedúnculos, se observa la forma de toda la coliflor en el segmento que hemos retirado. Otro ejemplo lo constituye las hojas de los arboles. Probablemente considere que las hojas son capricho de la naturaleza, pero con este concepto se ha mostrado que es posible reproducir dicha geometría con bastante similitud.

Más aún, sorprende conocer que Leonardo da Vinci ya había destacado que la suma del área de todas las ramas de un árbol se debe mantener constante en todo el árbol a cierta altura. Este hecho es lógico porque el flujo de la savia debe mantenerse constante cuando recorre todo el árbol. Gracias al concepto de Fractal es posible determinar (por ejemplo) la edad de un Pino joven, por el hecho de que en primavera, el tronco del pino salen varias ramas a la misma altura, pero claro está, en direcciones diferentes; mientras que en invierno no se aprecia crecimiento de sus ramas. En base a ello, sencillamente contando los nudos de las ramificaciones de las ramas podríamos determinar la edad del pino. Para terminar de visualizar el concepto de Fractal, permítanme comentarles las obras del famoso artista holandés Maurits Cornelis Escher que se han caracterizado por desafiar la realidad. Entre sus obras podemos destacar: "*Circle Limit III*" realizada en 1958 (ver la figura 5). Lo más sorprendente es que Escher probablemente desconocía este concepto, pero artísticamente resalto el hecho que la naturaleza emplea diseños geométricos básicos donde el elemento principal debe transformarse sucesivamente y ser parte del todo al mismo tiempo, y como hemos visto en la figura 5, este concepto artístico tiene bastante similitud con la definición de Fractal.

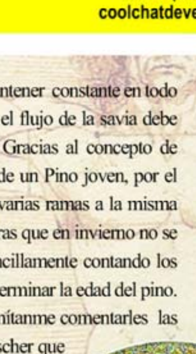
Fig.5

Además podemos observar en la figura 5 después de haber invertido un par de horas de observación continúa, el punto central está localizado en la convergencia de las aletas de los peces el cual va rotando 120 grados. Quisiera finalizar el tema de Escher citando una de sus frases que dice: "Mis ideas están basadas en mi asombro y admiración por las leyes contenidas en el mundo que nos rodea. Quien se maravilla de algo, toma conciencia de algo maravilloso".

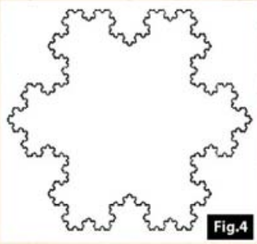
Fig.4


Fig.6

Por todo ello, este concepto se está empleado en el desarrollo de programas computacionales altamente complejos innovando por ejemplo, el procesamiento de imágenes. De hecho, en 1988 ya se estaba empleando el concepto de Fractal para realizar compresión de imágenes digitales desarrollado por Michael Barnsley y Arnaud Jacquin, donde la base de su trabajo consistió en dividir la imagen en pequeños dominios que reflejan una colección de transformaciones, y dicho número es precisamente la tasa de compresión. Algunos de estos detalles lo pueden encontrar en el siguiente enlace web: http://www.quesabesde.com/camdig/articulos.asp?articulo=130.

Asimismo, el concepto de Fractal se puede emplear para análisis financieros que permitan realizar pronósticos en la bolsa de valores. Sorprendido quizás por ello, pero debe tener presente que las fluctuaciones de la bolsa es un reflejo de un comportamiento dinámico, y permítanme destacar esta idea con más detalle. Al principio se estudio las fluctuaciones de la bolsa de valores como una distribución gaussiana, y posteriormente como un movimiento browniano geométrico. Este último concepto aplicado en economía le dio el premio Nobel a P. A. Samuelson en 1970 (los detalles matemáticos lo pueden leer en www.mat.ucm.es/~jesusr/Enrique/pdfs/mgf_mir.pdf). De modo que sí empleamos un lenguaje de programación como Python (ver las ventajas de este lenguaje en el volumen 1, número 3 de la revista Tu Zona Tecnológica) es posible predecir dicho comportamiento para que posteriormente se pronostique el comportamiento en la bolsa de valores.

Este concepto aplicado en economía no es nuevo y fue precisamente Mandelbrot quien escribió un libro titulado "*The (mis)behaviour of markets*" donde presenta su percepción de los mercados financieros. De modo que si dispone de un poco de tiempo, y se siente vislumbrado por la belleza de los fractales que se muestra en la figura 6, lo invito a visitar la pag. web en http://www.eddaardvark.co.uk/python_patterns/mandj.html, donde está un par de programas en Python para que ustedes mismos puedan extasiarse por la simplicidad de las geometrías en la búsqueda de la imitación del mundo que nos rodea.

- Desea conocer más sobre la cuadratura del círculo a partir de la obra del Hombre de Vitruvio, ver los detalles en http://webs.adam.es/rllorens/picuad/leonardo.htm
- Desea conocer detalles sobre el copo de nieve Koch en http://www.cprmarmenor.com/rfc06-07/sesion3/recursos3.pdf

Leyendas de las figuras

Figura 1. Hombre de Vitruvio fue obtenido de http://homepage.hispeed.ch/aurelie/images/circlelimit3.jpg
Figura 2. Detalles del problema de la cuadratura del círculo en http://es.wikipedia.org/wiki/Cuadratura_del_c%C3%ADrculo).
Figura 3. El copo de nieve de Koch fue obtenido de http://es.wikipedia.org/wiki/Copo_de_nieve_de_Koch
Figura 4. La imagen fue obtenida en http://en.wikipedia.org/wiki/Koch_snowflake
Figura 5. La imagen fue obtenida de http://homepage.hispeed.ch/aurelie/images/circlelimit3.jpg