

1ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Sejam $a_1 = 1 - i$, $a_n = r + si$ e $a_{n+1} = (r - s) + (r + s)i$ ($n > 1$) termos de uma seqüência. Determine, em função de n, os valores de r e s que tornam esta seqüência uma progressão aritmética, sabendo que r e s são números reais e $i = \sqrt{-1}$.	
2ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Considere o polinômio $p(x) = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 27x^2 - 44x + 30.$ Sabendo que o produto de duas de suas raízes complexas é igual a $3 - i$ e que as partes reais e imaginárias de todas as suas raízes complexas são inteiras e não-nulas, calcule todas as raízes do polinômio.	
3ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Um trapézio ABCD, de base menor AB e base maior CD, possui base média MN. Os pontos M' e N' dividem a base média em três segmentos iguais, na ordem MM'N'N. Ao se traçar as retas AM' e BN', verificou-se que as mesmas se encontraram sobre o lado CD no ponto P. Calcule a área do trapézio M'N'CD em função da área de ABCD.	

4ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja $D_n = \det(A_n)$, onde $A_n = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 2 \end{bmatrix}_{n \times n}$ Determine D_n em função de n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$).	
5ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Determine os valores de x, y, z e r que satisfazem o sistema $\begin{aligned} C_{r+y}^r &= \log_y x \\ \log_y z &= 4 + \log_x z \\ C_{r+y}^y &= \log_x z + \log_z z \end{aligned}$ onde C_m^p representa a combinação de m elementos tomados p a p e $\log_c B$ representa o logaritmo de B na base c.	
6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Os ângulos de um triângulo estão em progressão aritmética e um deles é solução da equação trigonométrica $(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) = 1.$ Determine os valores destes ângulos (em radianos).	

7ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Considere os pontos $A(-1,0)$ e $B(2,0)$ e seja C uma circunferência de raio R tangente ao eixo das abscissas na origem. A reta r_1 é tangente a C e contém o ponto A e a reta r_2 também é tangente a C e contém o ponto B . Sabendo que a origem não pertence às retas r_1 e r_2 , determine a equação do lugar geométrico descrito pelo ponto de interseção de r_1 e r_2 ao se variar R no intervalo $(0, \infty)$.

8ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Considere um tetraedro regular de arestas de comprimento a e uma esfera de raio R tangente a todas as arestas do tetraedro. Em função de a , calcule:

- a) o volume total da esfera;
- b) o volume da parte da esfera situada no interior do tetraedro.

9ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Determine o conjunto solução $S = \{(x, y) | x \wedge y \in \mathbb{Z}\}$ da equação

$$(x + y)k = xy$$

sabendo que k é um número primo.

10ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Sejam as somas S_0 e S_1 definidas por

$$S_0 = C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + C_n^9 + \dots + C_n^{3[n/3]}$$

$$S_1 = C_n^1 + C_n^4 + C_n^7 + C_n^{10} + \dots + C_n^{3[(n-1)/3]+1}$$

Calcule os valores de S_0 e S_1 em função de n , sabendo que $[r]$ representa o maior inteiro menor ou igual ao número r .

Sugestão: utilize o desenvolvimento em binômio de Newton de $(1 + \operatorname{cis} \frac{2\pi}{3})^n$.

RASCUNHO

RASCUNHO

