

1ª QUESTÃO Valor 1,0

Calcule o determinante:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 7 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{vmatrix}$$

2ª QUESTÃO Valor 1,0

Considere a , b , e c números reais tais que $a < b < c$. Prove que a equação abaixo possui exatamente duas raízes, x_1 e x_2 , que satisfazem a condição:

$$a < x_1 < b < x_2 < c.$$

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$$

3ª QUESTÃO Valor 1,0

Represente graficamente a função:

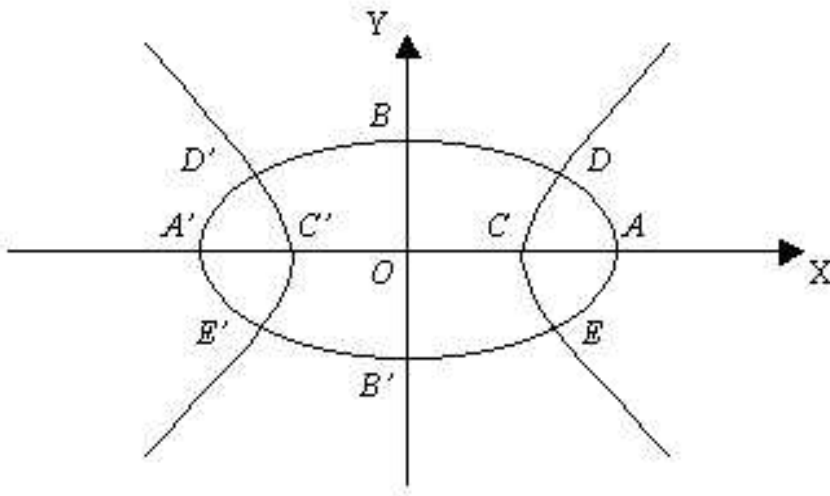
$$F(\theta) = \frac{1}{1 + \sin^2 \theta} + \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} + \frac{1}{1 + \sec^2 \theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta}$$

4ª QUESTÃO Valor 1,0

Calcule as coordenadas dos pontos de interseção da elipse com a hipérbole, representadas na figura abaixo, sabendo-se que:

- a. os pontos C e C' são os focos da elipse e os pontos A e A' são os focos da hipérbole;

- b. BB' é o eixo conjugado da hipérbole;
 c. $OB = OB' = 3$ m e $OC = OC' = 4$ m.



5ª QUESTÃO Valor 1,0

Determine o polinômio em n , com no máximo 4 termos, que representa o somatório

dos quadrados dos n primeiros números naturais $\left(\sum_{k=1}^n k^2 \right)$.

6ª QUESTÃO Valor 1,0

Seja o conjunto:

$$D = \{ (k_1, k_2) \mid 1 \leq k_1 \leq 13; 1 \leq k_2 \leq 4; k_1, k_2 \in \mathbb{N} \}.$$

Determine quantos subconjuntos $L = \{ (x_1, x_2), (y_1, y_2), (z_1, z_2), (t_1, t_2), (r_1, r_2) \}$, $L \subseteq D$, existem com 5 (cinco) elementos distintos, que satisfazem simultaneamente as seguintes condições:

- a) $x_1 = y_1 = z_1$;
 b) $x_1 \neq t_1, x_1 \neq r_1, t_1 \neq r_1$.

7ª QUESTÃO Valor 1,0

As arestas laterais de uma pirâmide regular com n faces têm medida l . Determine:

- a. a expressão do raio do círculo circunscrito à base, em função de l , de modo que o produto do volume da pirâmide pela sua altura seja máximo;

b. a expressão desse produto máximo, em função de l e n .

8ª QUESTÃO Valor 1,0

As medianas BE e CF de um triângulo ABC se cortam em G . Demonstre que

$$\operatorname{tg} \hat{BGC} = \frac{12S}{b^2 + c^2 - 5a^2}, \text{ onde } S \text{ é a área do triângulo } ABC; AC=b; AB=c \text{ e } BC=a.$$

9ª QUESTÃO Valor 1,0

Três jogadores, cada um com um dado, fizeram lançamentos simultâneos. Essa operação foi repetida cinquenta vezes. Os dados contêm três faces brancas e três faces pretas. Dessas 50 vezes :

- a. em 28 saiu uma face preta para o jogador I;
- b. em 25 saiu uma face branca para o jogador II;
- c. em 27 saiu uma face branca para o jogador III;
- d. em 8 saíram faces pretas para os jogadores I e III e branca para o jogador II;
- e. em 7 saíram faces brancas para os jogadores II e III e preta para o jogador I;
- f. em 4 saíram faces pretas para os três jogadores;
- g. em 11 saíram faces pretas para os jogadores II e III.

Determine quantas vezes saiu uma face preta para pelo menos um jogador.

10ª QUESTÃO Valor 1,0

Considere quatro números inteiros a , b , c e d . Prove que o produto:

$$(a-b)(c-a)(d-a)(d-c)(d-b)(c-b)$$

é divisível por 12 .