

PROVA DE MATEMÁTICA DO VESTIBULAR 96/97

DO INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA (02/12/96)

1^a Questão:	Valor : 1,0
Resolva o sistema abaixo: $\begin{cases} x^a = y^x \\ y = ax \end{cases} \quad \text{onde } a \neq 1 \text{ e } a > 0$	
2^a Questão:	Valor : 1,0
Determine o termo máximo do desenvolvimento da expressão: $\left(1 + \frac{1}{3}\right)^{65}$	
3^a Questão:	Valor : 1,0
Dados os pontos A e B do plano, determine a equação do lugar geométrico dos pontos P do plano, de tal modo que a razão entre as distâncias de P a A e de P a B seja dada por uma constante k. Justifique a sua resposta analiticamente, discutindo todas as possibilidades para k.	

4^a Questão:	Valor : 1,0
Em cada uma das 6(seis) faces de um cubo, construiu-se uma circunferência, onde foram marcados n pontos. Considerando que 4 (quatro) pontos não pertencentes à mesma face, não sejam coplanares, quantas retas e triângulos, não contidos nas faces desse cubo, são determinados pelos pontos.	
5^a Questão:	Valor : 1,0

Considere a função

$y = f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ onde $\ln$ denota o logaritmo neperiano.
Responder aos itens a seguir, justificando sua resposta.

(a) Se $g(x) = \ln(2x)$, que relação existe entre os gráficos das curvas f e g ?

(b) Pode-se afirmar que a função definida por $H(x) = \frac{f(x)}{2}$ é uma primitiva

para a função $T(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$?

6ª Questão:

Valor : 1,0

Se $\operatorname{tg} a$ e $\operatorname{tg} b$ são raízes da equação

$x^2 + px + q = 0$, calcule, em função de p e q , o valor simplificado da expressão:

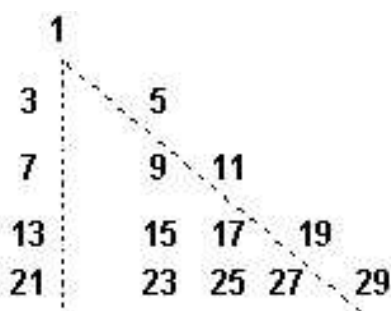
$$y = \sin^2(a + b) + p \sin(a + b) \cos(a + b) + q \cos^2(a + b).$$

Considere $p, q \in \mathbb{R}$ com $q \neq 1$.

7ª Questão:

Valor : 1,0

Considere os números ímpares escritos sucessivamente, como mostra a figura abaixo, onde a n ésima linha compreende n números. Encontre em função de n , nesta linha, a soma de todos os números escritos, bem como o primeiro e o último.



**8ª Questão:****Valor : 1,0**

Determine o resto da divisão do polinômio

$(\cos \varphi + x \sin \varphi)^n$ por $(x^2 + 1)$, onde n é um número natural.

9ª Questão:**Valor : 1,0**

Considere uma esfera inscrita e tangente à base de um cone de revolução. Um cilindro está circunscrito à esfera de tal forma que uma de suas bases está apoiada na base do cone. Seja

V_1 o volume do cone e V_2 o volume do cilindro. Encontre o menor valor da constante k para o qual $V_1 = kV_2$.

Sugestão: Considere o ângulo formado pelo diâmetro da base e a geratriz do cone em uma das extremidades deste diâmetro.

10ª Questão:**Valor : 1,0**

Em uma parábola (P), com foco F e parâmetro p, considere uma corda

$\overline{MM'}$ normal à parábola em M. Sabendo que o ângulo $\angle MFM' = 90^\circ$, calcule os segmentos $\overline{FM}$ e $\overline{FM'}$.