

Relação força x velocidade de encurtamento

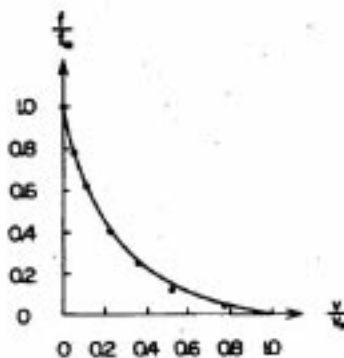
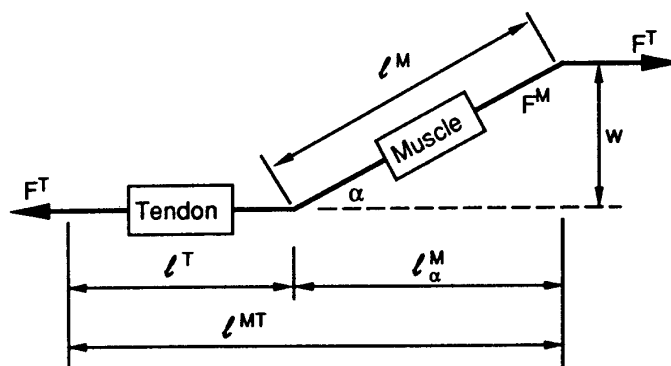


Figura 2.14: Hipérbole de Hill. Os dados experimentais de contrações isotônicas do músculo *sartorius* de rã foram ajustados com a equação empírica $(v/v_m + 0,25)(F/F_m + 0,25) = 0,3123$; neste teste, $v_m = 5.2$ cm/s e $F_m = 65$ gf (Talbot e Gessner, 1973).

$$\left(\frac{f}{f_m} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{v}{v_m} + \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16}$$

DINÂMICA DA CONTRAÇÃO MUSCULAR

- Modelo de Zajac: introdução do tendão



Parâmetros

$F^M, (\tilde{F}^M)$ = força muscular

$F^{M*}, (\tilde{F}^{M*})$ = força muscular quando o músculo está no comprimento ótimo

$F^{CE}, (\tilde{F}^{CE})$ = força no elemento contrátil

$F^{PE}, (\tilde{F}^{PE})$ = força no elemento passivo

$F^T, (\tilde{F}^T)$ = força no tendão

L^s = comprimento do sarcômero

$L^M, (\tilde{L}^M)$ = comprimento do músculo

$L^T, (\tilde{L}^T)$ = comprimento do tendão

$L^{MT}, (\tilde{L}^{MT})$ = comprimento do atuador músculo-tendíneo

$v^M, (\tilde{v}^M)$ = velocidade da fibra muscular

$v_a^M, (\tilde{v}_a^M)$ = velocidade de alongamento da fibra muscular

$v_e^M, (\tilde{v}_e^M)$ = velocidade encurtamento da fibra muscular

$v^T, (\tilde{v}^T)$ = velocidade do tendão

$v^{MT}, (\tilde{v}^{MT})$ = velocidade do atuador músculo-tendíneo

$t, (\tau)$ = tempo

$\sigma^T, (\tilde{\sigma}^T)$ = tensão no tendão

ε^T = deformação do tendão

$u(t), u(\tau)$ = excitação muscular

$a(t), a(\tau)$ = ativação muscular

α_M = ângulo da fibra muscular

L_α^M = comprimento das fibras musculares projetado no eixo do tendão

F_0^M = força isométrica máxima do músculo

L_0^M = comprimento ótimo das fibras musculares (desenvolvendo a força máxima)

α_0 = ângulo ótimo da fibra muscular quando $L^M = L_0^M$

ε_0^T = deformação no tendão quando $F^T = F_0^M$

σ_0^T = tensão no tendão quando $F^T = F_0^M$

$L_s^T, (\tilde{L}_s^T)$ = comprimento do tendão relaxado

$k^{SE}, (\tilde{k}^{SE})$ = rigidez das pontes cruzadas (SEE)

$k^T, (\tilde{k}^T)$ = rigidez do tendão

E^T = módulo de elasticidade do tendão

A^T = área da seção transversal do tendão

fl_a = componente ativa da relação força-comprimento

fl_p = componente passiva da relação força-comprimento

v_m = velocidade máxima de encurtamento das fibras musculares

τ_c = escala de tempo ($\tau_c \equiv L_0^M / v_M$)

$\tau_{act}, (\tilde{\tau}_{act})$ = constante de tempo para contração

$\tau_{deact}, (\tilde{\tau}_{deact})$ = constante de tempo para relaxamento

$\beta = \tau_{act} / \tau_{deact}$

$F^{PE} (\tilde{F}^{PE})$ = Força no elemento elástico em paralelo

$F^{DE} (\tilde{F}^{DE})$ = Força no elemento viscoso em paralelo

$F^{CE} (\tilde{F}^{CE})$ = Força no elemento contrátil

$B(\tilde{B})$ = Coeficiente de amortecimento do elemento viscoso

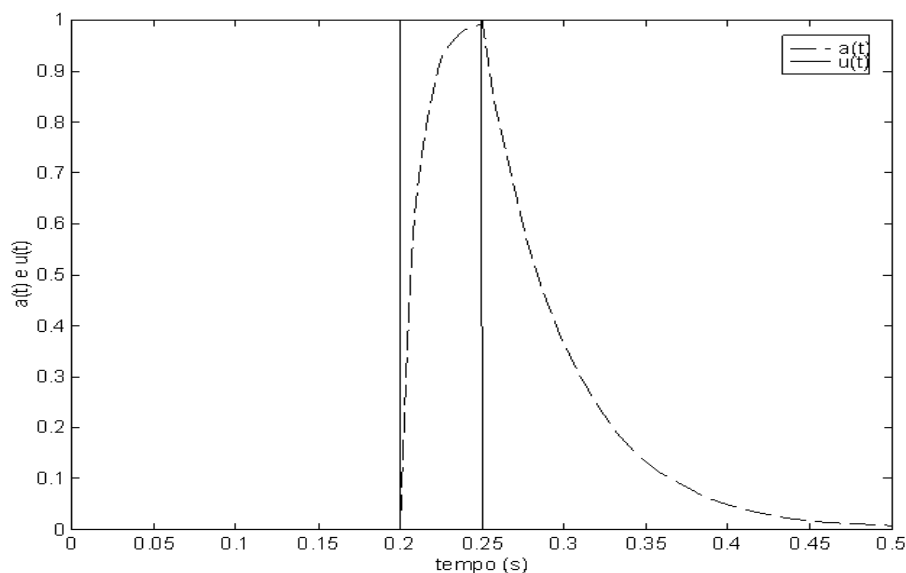
$k^{PE}, (\tilde{k}^{PE})$ = rigidez do elemento elástico em paralelo (PE)

Dinâmica da ativação

$$da/dt = (u - a)(k_1 u + k_2)$$

em que $T_{act} = 1/(k_1 + k_2)$ e $T_{deac} = 1/k_2$.

$T_{act} = 0.020$ e $T_{deac} = 0.050$



Músculo relaxado

$$\tilde{L}^M \cos \alpha + \tilde{L}^{ST} = \tilde{L}^{MT}$$

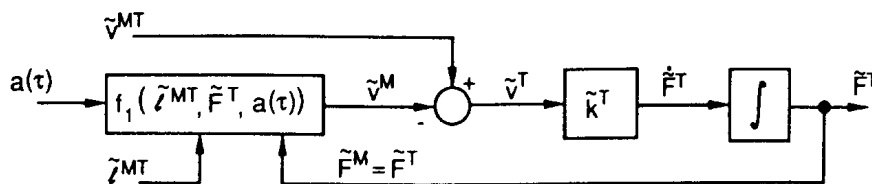
Para o músculo que se contrai:

$$\tilde{L}^M \cos \alpha + \tilde{L}^{ST} + \frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T} = \tilde{L}^{MT}$$

derivando com relação ao tempo adimensional τ

$$\tilde{v}^M \cos \alpha + \frac{\dot{\tilde{F}}^T}{\tilde{k}^T} = \tilde{v}^{MT}$$

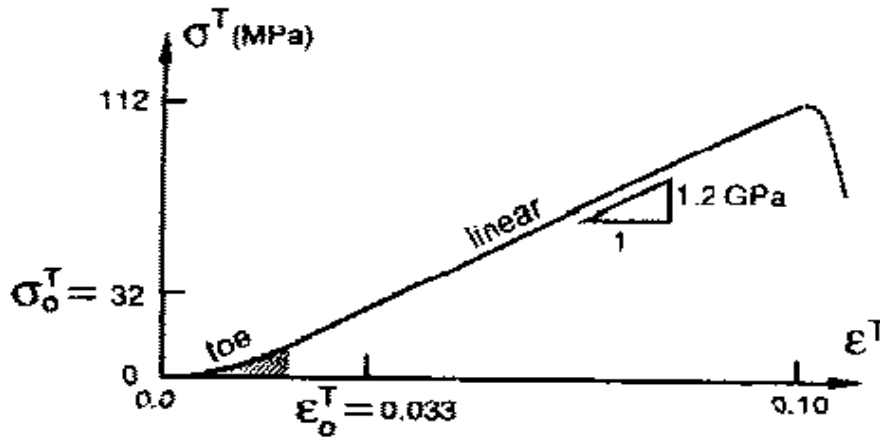
$$\dot{\tilde{F}}^T = \tilde{k}^T (\tilde{v}^{MT} - \tilde{v}^M \cos \alpha)$$



$$\frac{d\tilde{F}^T}{d\tau} = \tilde{k}^T (\tilde{v}^{MT} - f(\tilde{L}^M, \tilde{F}^T, a(\tau)))$$

Mecânica do Tendão

- O tendão está operando no regime linear



Sejam a tensão $\sigma^T = \frac{F^T}{A^T}$ e a deformação

$$\epsilon^T = \frac{\Delta L^T}{L_s^T} = \frac{(L^T - L_s^T)}{L_s^T}.$$

Pela lei de Hooke, $\sigma^T = E^T \epsilon^T$. Se $\frac{F^T}{A^T} = E^T \frac{\Delta L^T}{L_s^T}$, temos que a força no tendão pode ser calculada como:

$$F^T = \frac{E^T A^T}{L_s^T} (L^T - L_s^T)$$

que, expressa em termos adimensionais, fica:

$$\tilde{F}^T = \frac{E^T A^T}{L_s^T} \left(\frac{L_o^M}{F_o^M} \right) (\tilde{L}^T - \tilde{L}_s^T)$$

Com isso, o coeficiente de rigidez do tendão é

$$\tilde{\mathbf{k}}^T = \frac{\mathbf{E}^T \mathbf{A}^T}{L_s^T} \begin{pmatrix} L_0^M \\ F_0^M \end{pmatrix}$$

Nos níveis máximos de tensão isométrica, a tensão de trabalho do tendão é:

$$\sigma_0^T = \frac{F_0^M}{A^T} = 32 \text{ MPa} \quad (1/3 \text{ tensão de ruptura})$$

Sendo, segundo Butler et al. (1984), $E^T = 1.2 \text{ GPa}$, e

$\tilde{L}_s^T = L_s^T / L_0^M$, a rigidez de qualquer tendão pode, de acordo com este modelo, ser calculada como

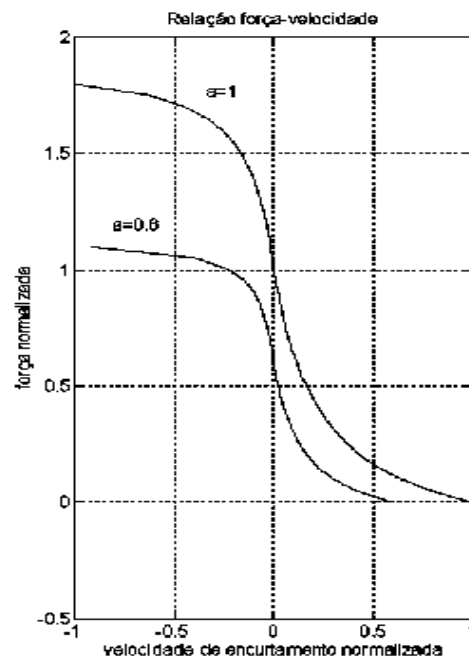
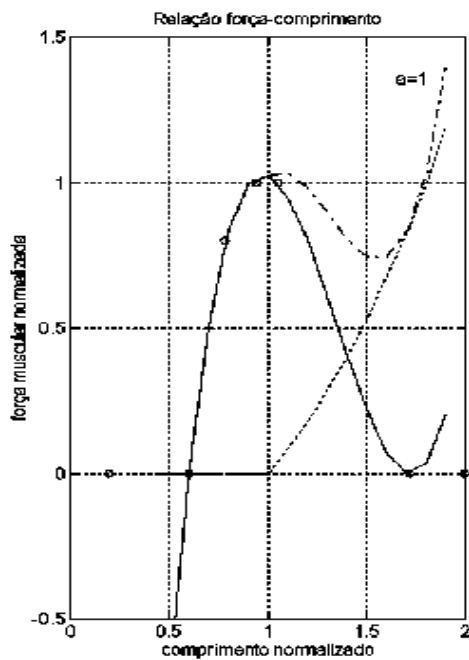
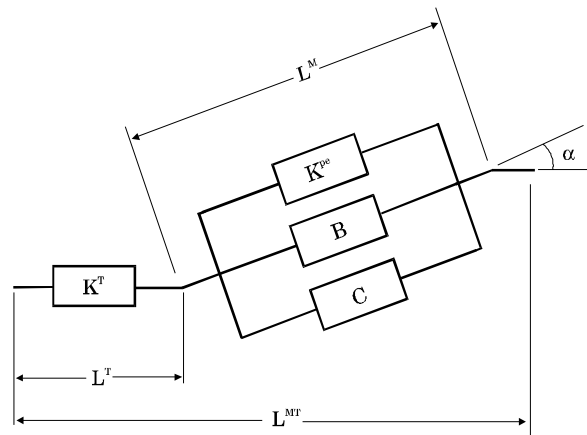
$$\tilde{\mathbf{k}}^T = \begin{pmatrix} E^T \\ \sigma_0^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{L}_s^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,2 \times 10^9 \\ 32 \times 10^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \tilde{L}_s^T \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\tilde{\mathbf{k}}^T = \frac{37,5}{\tilde{L}_s^T}}$$

Modelo de Zajac Modificado

Inclusão de elementos elástico e viscoso em paralelo ao elemento contrátil

- Responde ao relaxamento (força inicial alta e ativação baixa)
- Responde à estimulação nula
- Corrige instabilidade numérica em músculos com tendões longos



Relações força \times comprimento e força \times velocidade

Relação força × comprimento:

Componente ativa

$$fl_a = \tilde{F}_a^M = 1.9523 \cdot \tilde{L}^{M5} - 5.8369 \cdot \tilde{L}^{M4} + 2.8726 \cdot \tilde{L}^{M3} + 3.1788 \cdot \tilde{L}^{M2} - 1.2007 \cdot \tilde{L}^M - 0.0777$$

Componente passiva

$$fl_p = \tilde{F}_p^M = 1.9660 \cdot \tilde{L}^{M5} - 5.2151 \cdot \tilde{L}^{M4} + 4.8491 \cdot \tilde{L}^{M3} - 1.8220 \cdot \tilde{L}^{M2} + 0.2242 \cdot \tilde{L}^M - 0.0004$$

$$fl(\tilde{L}^M, a) = fl_a(\tilde{L}^M) \cdot a + fl_p(\tilde{L}^M)$$

Relação força × velocidade

- Contração

$$\left(\frac{\tilde{F}^{M*}}{a} + \frac{1}{4} \right) \left(\frac{\tilde{v}_e^M}{a} + \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{16}$$

$$\tilde{v}_e^M = -\tilde{v}^M$$

$$\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 - a\tilde{F}^{M*}}{4\tilde{F}^{M*} + a}$$

$$\tilde{F}^M = fl \cdot \tilde{F}^{M*}$$

$$\boxed{\tilde{v}_e^M = \frac{a^2 fl - a\tilde{F}^M}{4\tilde{F}^M + afl}}$$

- Alongamento ($\tilde{v}_a^M = -\tilde{v}^M$)

$$\frac{\tilde{F}^{M*}}{a} = 1,8 - 0,8 \left(\frac{v_m + \frac{v^{M*}}{a}}{v_m - \frac{7,6v^{M*}}{a}} \right)$$

$$\tilde{v}_a^M = \frac{\tilde{F}^M a - a^2 f l}{7,6\tilde{F}^M - 14,48a \cdot f l}$$

alongamento: se $F^M \geq 1,4 F_0^M$, $\tilde{v}_a^M = 0.15$ (Kuo, 1995)
No ponto de união entre os elementos

$$\cos \alpha (\tilde{F}^{PE} + \tilde{F}^{DE} + \tilde{F}^{CE}) = \tilde{F}^T$$

Elemento elástico em paralelo

$$\tilde{F}^{PE} = -\tilde{k}^{PE} \Delta \tilde{L}^M$$

A deformação dos três elementos em paralelo é a mesma:
cálculo a partir da deformação do tendão:

$$\Delta \tilde{L}^M = -\frac{\tilde{F}^T}{\tilde{k}^T \cos \alpha}$$

Força no elemento viscoso:

$$\tilde{F}^{DE} = -\tilde{B} \tilde{v}_e^M$$

Força do elemento contrátil: inverso da relação $V \times F$

Substituindo as expressões no balanço de forças

$$-\tilde{B}\tilde{v}_e^M + \frac{fl \cdot a^2 - \tilde{v}_e^M a \cdot fl}{4\tilde{v}_e^M + a} = \frac{\tilde{F}^T}{\cos \alpha} \left(1 - \frac{\tilde{k}^{PE}}{\tilde{k}^T} \right) = Q$$

$$\tilde{v}_e^{M^2}(-4\tilde{B}) + \tilde{v}_e^M(-\tilde{B}a - a \cdot fl - 4Q) + (-Qa + a^2 fl) = 0$$

solução algébrica:

$$\tilde{v}_e^M = \frac{-b_b - \sqrt{b_b^2 - 4a_b c_b}}{2a_b}$$

(a solução + Δ não é consistente)

$$a_b = -4\tilde{B}, b_b = -(\tilde{B}a + afl + 4Q), c_b = a^2 fl - Qa$$

Substituindo $\tilde{v}_e^M = -\tilde{v}^M$ na equação diferencial:

$$\dot{\tilde{F}}^T = \tilde{k}^T \left(\tilde{v}^{MT} + \frac{-b_b - \sqrt{b_b^2 - 4a_b c_b}}{2a_b} \cos \alpha \right)$$

Parâmetros dos elementos elástico e viscoso:

para o músculo *gastrocnemius* do sapo (Imbar e Adam, 1976)

$$k^{PE} = 1500 \text{ g/cm} \cong 1500 \text{ N/m}$$

$$B = 225 \text{ g.s/cm} \cong 225 \text{ N.s/m}$$

Se $F^{PE} = k^{PE} \Delta L^M$, dividindo os dois desta equação por F_0^M e L_0^M

$$\frac{F^{PE}}{F_0^M} = k^{PE} \frac{L_0^M}{F_0^M} \frac{\Delta L^M}{L_0^M}$$

a rigidez normalizada do elemento elástico em série fica:

$$\tilde{k}^{\text{PE}} = k^{\text{PE}} \frac{L_0^{\text{M}}}{F_0^{\text{M}}}$$

Para o elemento viscoso

$$F^{\text{DE}} = Bv^{\text{M}}$$

dividindo por F_0^{M} e por v_m (a velocidade máxima de encurtamento do músculo, que pode ser estimada segundo a equação $\tau_c = L_0^{\text{M}}/v_m$, com $\tau_c=0.1$):

$$\frac{F^{\text{DE}}}{F_0^{\text{M}}} = B \frac{L_0^{\text{M}}}{F_0^{\text{M}} \tau_c} \frac{v^{\text{M}} \tau_c}{L_0^{\text{M}}}$$

$$\tilde{B} = B \frac{L_0^{\text{M}}}{F_0^{\text{M}} \tau_c}$$

```
musc3.m
```

```
clear global
clear all
```

```
%parametros musculares
%t:  tendão
%ti: tiu (normalizado)
%g:  geral
%m:  musculo
%mt: musculo-tendíneo
%1- LD cão
%2- RF homem
%3- IL homem
mass_LD=112.4; %em gramas
ro_LD=1.056; %g/cm3
Lmt_LD=0.237; %em metros
PCSA_LD=112.4/(1.056*Lmt_LD*100); %em cm^2
Lst_LD=2*0.018; %em metros
alfo_LD=10; %em graus
Lom_LD=(Lmt_LD-Lst_LD)/cos(alfo_LD*pi/180);
Fom_LD=9.3*PCSA_LD;
Talc=0.1; % Talc=Lom/vm
Fomg=[Fom_LD 930 1474];
Lomg=[Lom_LD 0.082 0.127];
alfog=pi/180*[alfo_LD 5 7];
Lstg=[Lst_LD 0.410 0.085];
Lmtg=Lomg+Lstg;
Lsttig=Lstg./Lomg;
Ltg=Lmtg-Lomg; %estimativa de que o
comprimento inicial do musculo = Lom
Lttig=Ltg./Lomg;
%Epsog=(Ltg-Lstg)./Lstg;
kttig=37.5./Lsttig;
Lmttig=Lmtg./Lomg;
Btig=225*Lomg./(Fomg*Talc); % elemento viscoso
em paralelo
kpetig=2*1500*Lomg./(Fomg); % elemento
elastico em paralelo

%parâmetros da dinâmica da ativação
tactti=0.5*0.0065; %em segundos / Talc
tdeactti=0.22;
k2=1/tdeactti;
```

```

k1=k2+1/tactti;

%simulação para um músculo

i=2; %número do músculo

%aplica parâmetros específicos a partir da
lista de músculos
Lstti=Lsttig(i);
Lmtti=Lmttig(i);
ktti=kttig(i);
alfo=alfog(i);
Fom=Fomg(i);
kpeti=kpetig(i);
Bti=Btig(i);
Vmtti=0; %contração isométrica
Ltti=Lttig(i);

t0=0;
tf=5; %tempo de simulação em segundos

Lmti0=1;

global param

t=[t0:0.01:tf];

resp=zeros(3*21,(length(t)+1));

for i=21:21
    uref=(i-1)/20;
    a0=uref;
    Ftti0=uref;
    y0=[a0 Ftti0 Lmti0];
    param=[Lstti,Lmtti,ktti,alfo,Fom,kpeti,Bti,Vm
tti,k1,k2,uref];
    [t,y]=ode45('mmusc3',t,y0');
    a=y(:,1);
    Ftti=y(:,2);
    Lmti=y(:,3);
    resp(3*i-2:3*i,1)=[uref a0 Ftti0]';

```

```

    resp(3*i-2:3*i,2:length(t)+1)=[a Ftti
Lmti]';
end

```

```

clf
hold on
for i=21:21,
    plot(t,resp(i*2,2:length(t)+1))
pause

```

```

end
hold off

```

```

figure(1)
plot(t,y)
legend('a','Ftti','Lmti')

```

```

figure(2)
psLtti=Ftti/ktti+Lstti;
psLmti=(Lmtti-psLtti)/cos(alfo);
deltaLmti=Ftti/(ktti*cos(alfo));
Fpeti=deltaLmti*kpeti;

plot(t,psLtti,t,Lmti,t,deltaLmti,t,Fpeti,t,Ftti
)
legend('Ltti','Lmti','deltaLmti','Fpeti','Ftti'
)

```

mmusc3.m

```

function yp=mmusc3(t,y);

```

```

global param

```

```

Lstti=param(1);
Lmtti=param(2);
ktti=param(3);
alfo=param(4);
Fom=param(5);
kpeti=param(6);

```

```

Bti=param(7);
Vmtti=param(8);
k1=param(9);
k2=param(10);
uref=param(11);

if t>=0 & t<1,
    u=0,
elseif t>=1 & t<2.5,
    u=uref;
else u=0;;
end

u

y1=y(1);
y2=y(2);
y3=y(3);

a=y1;
Ftti=y2;
Lmti=y3;

f1=4.4930*Lmti^5-13.990*Lmti^4+12.884*Lmti^3-
2.5336*Lmti^2+.16673*Lmti+.11769e-2;

Q=Ftti/cos(alfo)*(1-kpeti/ktti);
ab=-4*Bti;
bb=-(Bti+a*f1+4*Q);
cb=a*f1-Q;
Veti=(-bb-(bb^2-4*ab*cb)^0.5)/(2*ab);

y1p =(u-1.*y1)*(k1*u+k2);
y2p =10*ktti*(Vmtti+Veti*cos(alfo));
y3p =-10*Veti;

yp=[y1p,y2p,y3p];

yp=yp';

[y1 y2 y3]

t

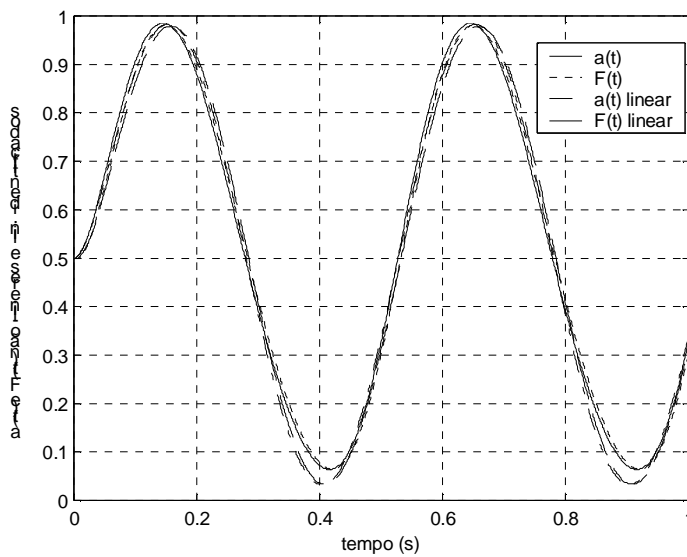
```

```
%[Veti aVeti]
```

```
%pause
```

```
home
```

Identificação do modelo linear da mecânica muscular



3a. parte: Reflexos neurais

Fusos musculares: conjuntos de pequenas fibras musculares modificadas e envolvidas por uma capa de tecido conjuntivo

Sensores de alongamento muscular

Neurônios aferentes do fuso muscular: grupo I (primária, mede deslocamento e velocidade e II (secundária, mede deslocamento).

Aferentes Ia – se conectam em espiral ao redor do fuso
Aferentes II – se conectam no fuso sem espiral

Corpos celulares dos Ia e II: nas raízes dorsais

Funcionamento passivo: estiramento da fibra leva ao disparo das fibras aferentes.

Funcionamento ativo: mantém o comprimento do fuso na contração

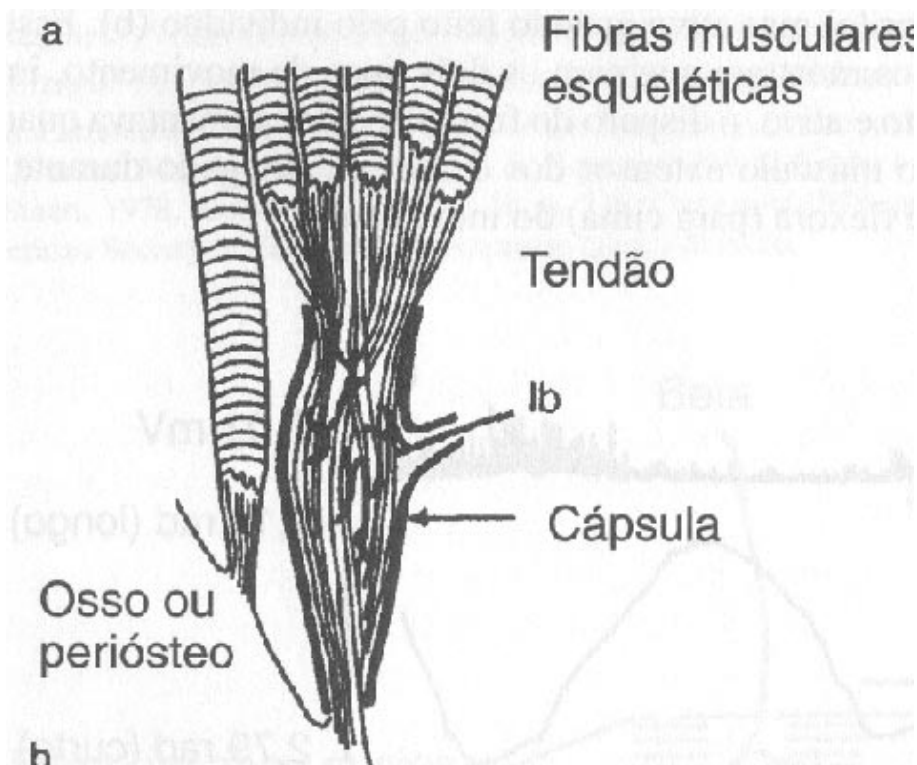
Motoneurônios α : só fibras extrafusais

Motoneurônios β : fibras extra e intrafusais

Motoneurônios γ : só fibras intrafusais

c/ acionamento dos motoneurônios β e γ , a região polar do fuso encurta e a central alonga, disparando os neurônios sensitivos.

Órgãos tendíneos de Golgi: sensores de força nos tendões



Reflexos básicos - Reflexo de estiramento

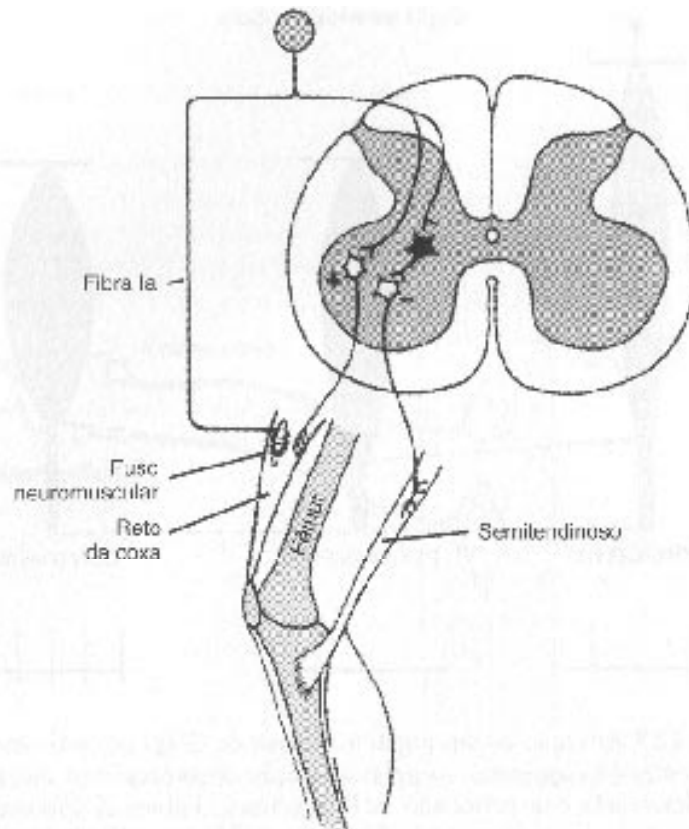


Fig. 12.11 Arco reflexo do reflexo de extensão. O interneurônio mostrado em preto é um interneurônio inibitório do grupo Ia.

Vias aferentes

270 Bases Neurofisiológicas da Cinesiologia

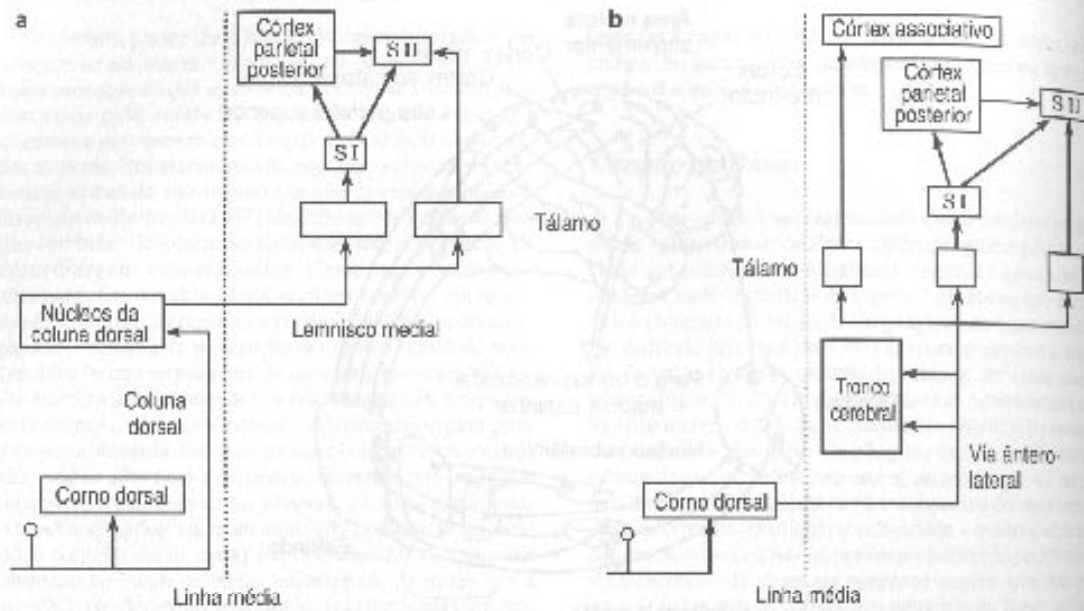


Figura 7.11 Vias ascendentes: (a) coluna dorsal-lemnisco medial; (b) anterolateral.

Nota: Extrato de "Anatomy of the Somatosensory System", por J. H. Martin e T. M. Jessell. Em *Principles of Neural Science* (3ª ed.) (p. 359), por E. R. Kandel, J. H. Schwartz e T. M. Jessell (Eds.), 1991. Nova Iorque: Elsevier Science Publishing Co., Inc. Copyright 1991, por Elsevier Science Publishing Co., Inc. Adaptado com permissão de Appleton & Lange, Norwalk, Connecticut, E.U.A.