

Ejercicios sobre notación asintótica

1. Ejercicios sobre notación O

Demostrar usando redondeos que:

$$1.1) 5n^3 - 2n^2 - n + 1000 \in O(n^3)$$

$$1.2) 2^n \in O(n!)$$

$$1.3) n^3 + 4n^2 - 5 \in O(3n^3 + n)$$

$$1.4) 6n^8 - n^7 + n - 5 \in O(n^8)$$

$$1.5) 5n^2 + 1 \in O(n^3)$$

$$1.6) n^2 \in O(n^3)$$

$$1.7) n! \in O(n^n)$$

$$1.8) 3^n \in O(n!)$$

$$1.9) 3n^3 + 2n \in O(n^3 + n^2)$$

$$1.10) 7n \in O(5n)$$

$$1.11) n^4 + 3n^3 - n^2 - 1 \in O(4n^4 - n^2)$$

$$1.12) nn! \in O((n+1)!)$$

$$1.13) 2^{2n} \in O(n!)$$

$$1.14) \log_a n \in O(\log_b n)$$

$$1.15) t(n) \in O(t(n))$$

$$1.16) (n^4 - 3n^3 + 2n^2 + 1)^5 \in O(n^{20})$$

$$1.17) (n^2 + 20)^3 (n^6 - 3n^2)^5 \in O(n^{36})$$

$$1.18) \frac{(2n^3 - n^2)^5}{(n^3 + 8n + 1)^4} \in O(n^3)$$

$$1.19) \frac{(2n^3 - n^2)^6}{(n^3 + n)^4 (2n - 1)^3} \in O(n^3)$$

$$1.20) \frac{(n^3 + 10n^2)^5}{(8n^4 - 4n^2 + 1)^3} \in O(n^3)$$

$$1.21) \frac{(3n^4 + 2n^2 - 1)^{11}}{(4n^6 - 2n^4)^5 (n^4 + 31)^3} \in O(n^2)$$

$$1.22) \frac{(4n^2 + n - 10)^7}{(5n^3 - 3n^2)^3 (2n^2 + 31)^2} \in O(n)$$

$$1.23) \frac{(n^4 - 4n^3 + 10)^5}{(4n^2 - 3n)^5 (2n^3 + 3)^3} \in O(n)$$

$$1.24) \frac{(n^3 - 4n + 1)^6}{(6n^3 - 3n^2)^4 (n^3 + 7)} \in O(n^3)$$

$$1.25) \frac{(3n^4 + 2n^2 - 1)^{11}}{(4n^6 - 2n^4)^5 (n^4 + 31)^3} \in O(n^2)$$

$$1.26) \frac{(n^4 - 4n^3 + 10)^5}{(4n^2 - 3n)^5 (2n^3 + 3)^3} \in O(n)$$

$$1.27) \frac{(4n^2 + n - 10)^7}{(5n^3 - 3n^2)^3 (2n^2 + 31)^2} \in O(n)$$

$$1.28) \frac{(n^3 - 4n + 1)^6}{(6n^3 - 3n^2)^4 (n^3 + 7)} \in O(n^3)$$

$$1.29) \left\lfloor \frac{5n^2 - 3n}{2} \right\rfloor \in O(n^2)$$

$$1.30) \left\lceil \frac{4n^3 - 2n^2}{5} \right\rceil \in O(n^3)$$

2. Ejercicios sobre regla del limite

Averigüe, utilizando la regla del límite, si se cumple o no lo siguiente:

$$2.1) \ln(n) \in O(n)$$

$$2.12) n \ln(n) \in O(e^n)$$

$$2.2) n \in O(n \ln n)$$

$$2.13) \ln(n^2 + 1) \in O(n)$$

$$2.3) n \ln(n) \in O(n^2)$$

$$2.14) n \in O(n^2 \ln n)$$

$$2.4) \ln(n) \in O(\sqrt{n})$$

$$2.15) \ln(\sqrt{n}) \in O(n)$$

$$2.5) \ln(n) \in O(\sqrt[10]{n})$$

$$2.16) n \in O\left(\frac{n^2}{\ln n}\right)$$

$$2.6) 3n + 1 \in O(n \ln n)$$

$$2.17) \ln(n^2 + n) \in O(\ln n)$$

$$2.7) \ln^2(n) \in O(n)$$

$$2.18) \ln(4n^3 + 8) \in O(e^n)$$

$$2.8) \ln(n) \in O(n^2)$$

$$2.19) \ln(\sqrt{n}) \in O(\ln \sqrt[3]{n})$$

$$2.9) 3n^3 + 5n \in O(5n^3 + 2n)$$

$$2.20) 3n^2 + 2n + 20 \in O(n^2 + n - 5)$$

$$2.10) 6n^3 - n^2 + 18 \in O(2n^3 + 15n^2 - 20n)$$

$$2.21) n^3 - n^2 \in O(100n^2 - 3)$$

$$2.11) n^2 \in O(e^n)$$

3. Ejercicios sobre notación Ω

Demuestre usando redondeos:

$$3.1) 9n^3 - 3n^2 + 4n - 1 \in \Omega(n^3)$$

$$3.5) 6n^3 - n^2 - n + 8 \in \Omega(n^3)$$

$$3.2) 5n^3 - 2n^2 + n \in \Omega(n^3)$$

$$3.6) \left\lceil \frac{3n^2 - 1}{5} \right\rceil \in \Omega(n^2)$$

$$3.3) n! \in \Omega(2^{n-1})$$

$$3.7) \left\lfloor \frac{14n^2 - 5}{7} \right\rfloor \in \Omega(n^2)$$

$$3.4) n! \in \Omega(2^n)$$

4. Ejercicios sobre la regla de la dualidad

Demuestre usando la regla de la dualidad:

$$4.1) \quad n^3 \in \Omega(3n^3 + 8)$$

$$4.3) \quad n^2 \ln n \in \Omega(n)$$

$$4.2) \quad n^4 \in \Omega(2n^4 + 5)$$

$$4.4) \quad n \in \Omega(\ln n)$$

5. Ejercicios sobre notación Θ

En los siguientes ejercicios demuestre:

$$5.1. \quad 4n^2 + n \in \Theta(n^2)$$

$$5.5. \quad \left\lfloor \frac{3n}{2} \right\rfloor \in \Theta(n)$$

$$5.2. \quad n^2 + 2n \in \Theta(n^2)$$

$$5.6. \quad \left\lceil \frac{6n-4}{5} \right\rceil \in \Theta(n)$$

$$5.3. \quad 10n^3 + 2n^2 + n - 5 \in \Theta(n^3)$$

$$5.4. \quad \ln(n^2 + 1) \in \Theta(\ln n)$$

En los siguientes ejercicios averigüe si la afirmación es verdadera o no. Demuestre lo que haya respondido

$$5.7. \quad n^3 \in \Theta((n \ln n)^2)$$

$$5.8. \quad n^4 - 3n^2 + n - 5 \in \Theta(6n^4 + n^2 - 5n + 10)$$

$$5.9. \quad (5n + 2)^7 \in \Theta((3n - 1)^7)$$

$$5.10. \quad (5n + 2)^4 \in \Theta(e^n + n^2)$$

$$5.11. \quad (n^2 - n)^6 \in \Theta((n^3 + 2n^2 + 1)^4)$$

$$5.12. \quad (n^3 + 2n^2 - n)^{15} \in \Theta((n^5 - 2n + 8)^9)$$

$$5.13. \quad (n^3 + 2n^2 - n)^{15} \in \Theta((n^5 - 2n + 8)^5)$$

$$5.14. \quad (3n^8 + 2n^2 - n)^9 \in \Theta((4n^5 - 2n + 8)^{12})$$

Respuestas:

(5.7) F (5.8) V (5.9) V (5.10) F (5.11) V (5.12) V (5.13) F (5.14) F