

Ejercicios sobre grafos y particiones

Profesor: Leonardo Hernández Rodríguez

En todos los ejercicios de esta lista:

- Expresar en notación theta la eficiencia del algoritmo pedido.
- No recorra toda la matriz si no es necesario.

Ejercicios sobre grafos

En los siguientes ejercicios numere los nodos desde cero.

1. Elabore funciones, tales que, dada la matriz de longitudes de un grafo NO dirigido, resuelvan los siguientes problemas:

- a) Hallar el número de aristas que tiene el grafo.
- b) Hallar una arista de tamaño mínimo
- c) Hallar el número de nodos aislados (que no se encuentran conectados con ningún otro nodo).
- d) Hallar una representación del grafo, en forma de una matriz de tres columnas, donde cada fila represente una arista. Los elementos de cada fila serán: los números de los nodos a cada extremo de la arista que representa, y la longitud de la arista.
- e) Hallar el nodo más cercano a un nodo dado.
- f) Hallar el número de nodos conectados con al menos otros dos nodos.
- g) Hallar el número de nodos conectados únicamente con un solo nodo.
- h) Inicializar un arreglo **c** de ceros y unos, de la siguiente manera:

$C_i = 1$, si el nodo **i** está conectado con todos los demás nodos

$C_i = 0$, en caso contrario

Sugerencia: cree previamente una función tal que dada la matriz de longitudes

y un nodo **x** devuelva

VERDADERO, si el nodo **x** se encuentra conectado con todos los demás nodos

FALSO, en caso contrario

- i) Hallar un nodo con máximo número de vecinos.
- j) Hallar el número de nodos, tales que, la suma de las longitudes de las aristas que salen de él, sea mayor que un número dado.
- k) Hallar la longitud de arista promedio y complete todas las aristas faltantes del grafo con aristas con la longitud promedio hallada.

2. Elabore funciones, tales que, dada la matriz de longitudes de un grafo dirigido, resuelvan los siguientes problemas:

- a) Hallar el número de parejas de nodos conectados por las dos aristas en ambos sentidos.
- b) Hallar el número de nodos de los cuales no sale ninguna arista pero a los cuales si llega por lo menos una arista.

3. Un grafo se puede representar con una matriz de tres columnas, donde cada fila representará una arista del grafo. Los elementos de cada fila serán: los números de los nodos a cada extremo de la arista que representa, y la longitud de la arista. Elabore funciones, tales que, dada la representación de matriz de tres columnas de un grafo no dirigido, resuelvan los siguientes problemas:

- a) Hallar la matriz de longitudes del grafo.
- b) Reorganizar la matriz de manera que quede ordenada en orden ascendente de longitud de arista.

Ejercicios sobre particiones

Los siguientes ejercicios tratan sobre particiones de conjuntos de la forma $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ donde m es un número natural, $m \geq 0$.

1. Una partición se puede representar con un vector \mathbf{c} , con un elemento por cada elemento del conjunto particionado, así, $c_i=j$ se interpretará como: "El elemento i pertenece al conjunto j ". Elabore funciones, tales que, dada esta representación, resuelvan los siguientes problemas:

- a) Encontrar en que conjunto de la partición está un elemento dado.
- b) Fusionar dos conjuntos dados de la partición
- c) Hallar un conjunto de la partición de tamaño mínimo
- d) Hallar el número de conjuntos de la partición que tienen un solo elemento. El tiempo de esta función debe estar en $\Theta(n)$.
- e) Hallar el número de conjuntos de la partición que tienen dos o más elementos. El tiempo de esta función debe estar en $\Theta(n)$.
- f) Hallar la representación de la partición como una matriz de unos y ceros (ver ejercicio siguiente)
- g) Hallar el número de conjuntos de la partición (Use un solo bucle).

2. Una partición se puede representar por una matriz \mathbf{p} de unos y ceros, donde, $p_{ij}=1$ significa que al conjunto i pertenece el elemento j y $p_{ij}=0$ significa que al conjunto i NO pertenece el elemento j . Elabore funciones, tales que, dada esta representación, resuelvan los siguientes problemas:

- a) Encontrar en que conjunto de la partición está un elemento dado.
- b) Fusionar dos conjuntos dados de la partición.
- c) Hallar un conjunto de la partición de tamaño mínimo.
- d) Hallar el número de conjuntos de la partición que tienen un solo elemento.
- e) Hallar el número de conjuntos de la partición que tienen dos o más elementos.
- f) Hallar un vector que represente la partición como en ejercicio anterior.
- g) Hallar el número de conjuntos de la partición.