

Sinteza optimală a sistemelor logice combinaționale cu diagrama Karnaugh

- Prof. Sorin Larionescu

Ce este diagrama Karnaugh ?

- Diagrama Karnaugh este o formă diferită a tabelului de adevăr.
- Diagrama Karnaugh permite sinteza optimă a sistemelor logice combinaționale.

Diagrama Karnaugh cu două variabile

Y		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	1

- Tabelul de adevăr:

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Diagrama Karnaugh cu trei variabile.

Y		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	1	1	0	0

- Rândurile și coloanele sunt codificate Gray: celulele vecine diferă numai printr-un singur bit.

Diagrama Karnaugh cu patru variabile.

Y		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	1	0
	01	1	1	0	0
	11	0	1	0	0
	10	1	0	1	0

Diagrama Karnaugh cu cinci variabile

Y		CDE							
		000	001	011	010	110	111	101	100
AB	00	0	0	1	0	0	0	1	0
	01	1	1	0	0	1	1	0	0
	11	0	1	0	0	0	0	1	1
	10	1	0	1	0	1	0	1	0

Sinteza unei funcții logice cu două variabile A și B cu ajutorul diagramei Karnaugh

Y		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	1

- Se grupează celulele cu valoarea unu și se marchează grupările.
- Funcția logică cu variabile ondulate:
$$Y = \underbrace{(\sim A \sim B)}_{/} + \underbrace{(\sim A \sim B)}_{//}$$
- Calculul variabilelor ondulate:
$$Y = A + B$$

Grupările în diagrama Karnaugh.

- Grupările trebuie să fie cât mai mici și cât mai puține.
- O grupare conține 2^N celule care conțin valoarea 1 și au în comun o latură ($N=0, 1, 2, 3\dots$).
- O celulă poate face parte din mai multe grupări.
- Grupările nu pot avea o formă stelară.
- Laturile opuse ale diagramei sunt considerate lipite. Celulele corespunzătoare se pot grupa.

Calculul variabilelor ondulate.

- Dacă pentru o grupare $x=1$, atunci $\sim x=x$
- Dacă pentru o grupare $x=0$, atunci $\sim x=/x$
- Dacă pentru o grupare x are și valoarea 1 și valoarea 0 atunci $\sim x=1$

Grupările dintr-o diagramă Karnaugh cu două variabile

B	Y	B	
		0	1
A	0		
	1		

\bar{A}	Y	B	
		0	1
A	0		
	1		

\bar{B}	Y	B	
		0	1
A	0		
	1		

A	Y	B	
		0	1
A	0		
	1		

Grupări posibile într-o diagramă Karnaugh cu trei variabile

$\overline{\overline{A}}\overline{\overline{B}}$

Y		BC			
		00	01	11	10
A	0				
	1				

$\overline{\overline{B}}$

Y		BC			
		00	01	11	10
A	0				
	1				

$\overline{\overline{A}}\overline{\overline{C}}$

Y		BC			
		00	01	11	10
A	0				
	1				

$\overline{\overline{C}}$

Y		BC			
		00	01	11	10
A	0				
	1				

Grupări posibile într-o diagramă Karnaugh cu patru variabile

\overline{BD}

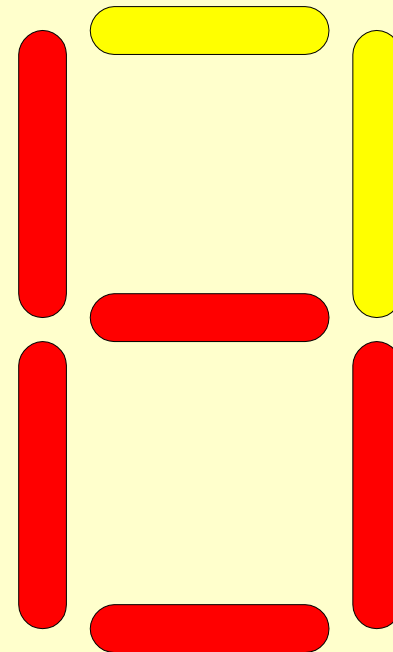
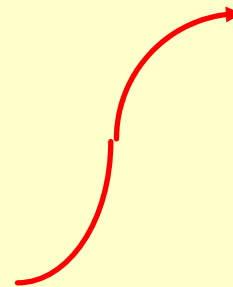
		CD			
		00	01	11	10
AB	Y				
	00				
	01	1			1
	11	1			1
	10				

$\overline{\overline{BD}}$

		CD			
		00	01	11	10
AB	Y				
	00	1			1
	01				
	11				
	10	1			1

Exemplu. Tabelul de adevăr

Nr	A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1



Exemplu. Diagrama Karnaugh

Y		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	x	x
	10	x	x	x	x

x - o situație imposibilă din punct de vedere fizic, tehnologic.

x - poate fi considerat drept 1 sau 0 astfel încât grupările să fie cât mai mari și cât mai puține

O grupare și rezultatul calculului variabilelor ondulate

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	X	X
	10	X	X	X	X
	00	1	0	1	1

$$Z = (\sim A \sim B \sim C \sim D) = A$$

Două grupări și rezultatul calculului variabilelor ondulate

Y	CD				
	00	01	11	10	
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	X	X
	10	X	X	X	X

$$Y = (\sim A \sim B \sim C \sim D) + (\sim A \sim B \sim C \sim D) = A + /D/B$$

Trei grupări și rezultatul calculului variabilelor ondulate

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	X	X
	10	X	X	X	X

$$Y = A + \overline{D}/B + C/B$$

Patru grupări și rezultatul calculului variabilelor ondulate

Y	CD				
	00	01	11	10	
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	x	x
	10	x	x	x	x

$$Y = A + \neg D/B + C/B + BD$$

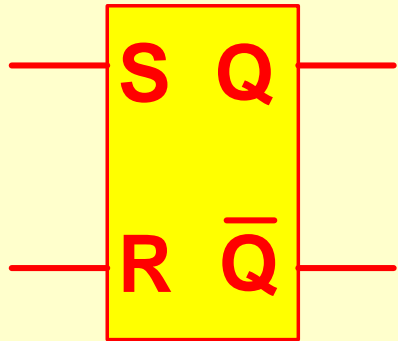
Alte grupări posibile?

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	x	x
	10	x	x	x	x

Proiectul Nr. 2

- In acest proiect se folosește un automat elementar (cu numai două stări) implementat cu circuite integrate și numit bistabil (flip-flop) tip SR.

Bistabilul SR



- ◆ S - setare (ieșirea Q trebuie să ia valoarea 1)
- ◆ R - resetare (ieșirea Q trebuie să ia valoarea 0)

R	S	Q(n)
0	0	Q(n-1)
0	1	1
1	0	0
1	1	x (nepermis)

O aplicație a automatului elementar SR la comanda automată a unui rezervor.

