

Sisteme fizice cu parametrii concentrați.

Prof. dr. ing. Sorin Larionescu – UTCB

Modelarea, proiectarea, simularea și conducerea diferitor echipamente care asigură serviciile oferite de clădiri și locuințe poate fi făcută în mod unitar, cel puțin într-o primă aproximație, folosind o metodă sistemică. Acest fapt este deosebit de important pentru studenții Facultății de Instalații care studiază echipamente termice, hidraulice, electrice, electronice, mecanice și de automatizare. Abordarea sistemică prezintă mai multe avantaje, dintre care se evidențiază folosirea unei singure metode pentru diferite tipuri de echipamente și posibilitatea de studiere a interacțiunii obiectelor de natură fizică diferită /6/.

Un *sistem* este definit /1/ ca o mulțime de *elemente* între care există o mulțime *relații* în vederea realizării unor *scopuri*. Într-o clădire pot fi definite sisteme fizice, sisteme informaționale, sisteme intelectuale, sisteme de producție, sisteme artistice și altele în diferite scopuri. Instalațiile și echipamentele dintr-o clădire pot fi interpretate drept sisteme de tipuri diferite. Foarte cunoscut este sistemul fizic de *elemente cu parametrii concentrați* cu componente de tip *dipol* și de tip *sursă* /2, 3/. Dipolii au o bornă de intrare și o bornă de ieșire ca în Fig. 1. Mulțimea elementelor (dipoli și surse) care formează un sistem este obținută prin *discretizarea spațială* a proceselor care au loc în instalații și echipamente. Observarea *obiectivă* a proceselor se poate face numai prin măsurarea a două tipuri de mărimi dinamice ce caracterizează dipolii și sursele: mărimi longitudinale $\lambda(t)$ și mărimi transversale $\tau(t)$. Legătura dintre elementele sistemului se face prin intermediul acestor mărimi. Variabilele fizice longitudinale și transversale selectate prin *analogie* pentru diferite tipuri de procese sunt prezentate în Tab. 1. Alte mărimi longitudinale sau transversale pot fi alese. De exemplu, pentru procesele hidraulice din rezervoare în care viteza fluidului este neglijabilă se folosește în locul presiunii p înălțimea h a lichidului pe baza relației $p = \rho gh$. Pentru instalațiile și echipamentele în care au loc mai multe procese fizice diferite care se influențează în mod semnificativ variabilele longitudinale și transversale se alege astfel /2, 3/ încât să fie satisfăcută relația (1).

$$P(t) = \lambda(t) \cdot \tau(t) \quad (1)$$

în care $P(t)$ este puterea instantanee.

Mărimile din Tab. 1 satisfac condiția (1) cu excepția mărimilor longitudinale pentru procesele termice și fluidice. Dacă se alege pentru procesele termice drept mărime longitudinală debitul de entropie iar pentru procesele fluidice debitul de volum, toate variabilele din tabelul Tab. 1 satisfac condiția (1).



Fig. 1 Elementele pasive și active ale sistemului fizic: dipolul, sursa de variabilă transversală τ și sursa de variabilă longitudinală λ .

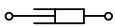
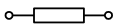
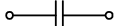
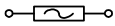
În afară de dipoli se pot defini într-un sistem fizic prin discretizare spațială și alte elemente de tip surse de mărimi longitudinale și transversale cu valoarea prescrisă cu simbolurile din Fig. 1. Sursele permit definirea legăturii sistemului cu exteriorul, definirea condițiilor inițiale ale sistemului și reducerea elementelor cu mai multe borne (multipoli) la o combinație de dipoli și surse cu valoarea comandată de mărimile longitudinale sau transversale ale unor dipoli.

Tab. 1 Mărimile longitudinale și transversale ale elementelor pentru diferite tipuri de procese fizice.

Procesul	Mărimea longitudinală $\lambda(t)$	Mărimea transversală $\tau(t)$
<i>electric</i>	curentul electric i [A]	tensiunea electrică u [V]
<i>termic</i>	debit de căldură q [J.s ⁻¹]	temperatura θ [K]
<i>fluidic</i>	debit de masă w [kg.s ⁻¹]	presiunea p [N.m ⁻²]
<i>mecanic liniar</i>	forța f [N]	viteza v [m.s ⁻¹]
<i>mecanic rotațional</i>	momentul forței M [N.m]	viteza unghiulară Ω [rad.s ⁻¹]

Pentru fiecare tip de sistem fizic se pot defini trei feluri de elemente /2, 3/: elemente disipatoare de energie, elemente acumulatori de energie prin intermediul variabilei longitudinale și elemente acumulatori de energie prin intermediul variabilei transversale Tab. 2.

Tab. 2 Simboluri de elemente fizice pasive și ideale

Natura fizica a elementului	Tipul elementului ideal pasiv		
	Element disipator de energie	Element acumulator de energie prin intermediul variabilei longitudinale	Element acumulator de energie prin intermediul variabilei transversale
Mecanica	Amortizor 	Resort elastic 	Masa 
Electrica	Rezistenta 	Inductanta 	Capacitate 
Termica	Rezistenta termica 		Capacitate de acumulare a caldurii 
Hidraulica	Rezistenta hidraulica 	Conducta lunga 	Capacitate hidraulica (rezervor) 

După stabilirea sistemului și a elementelor sale componente se pot defini mai multe tipuri de modele ale sistemului. Pentru sistemele fizice cele mai folosite sunt modelul matematic, modelul structural și modelul funcțional.

Modelul matematic al sistemului fizic.

Interacțiunea elementelor sistemului fizic este descrisă de relații de echilibru și relații de compatibilitate [2, 3]. *Relațiile de echilibru* se referă la toate variabilele longitudinale care intră sau ies dintr-un nod. Pentru ca sistemul să fie în echilibru suma acestora trebuie să fie egală cu zero. *Relațiile de compatibilitate* se referă la variabilele transversale ale elementelor care formează o buclă. Suma acestor variabile trebuie să fie egală cu zero. Relațiile de echilibru și compatibilitate decurg din structura topologică a sistemului, indiferent de natura fizică a elementelor sale. Pentru fiecare element se poate scrie însă și o *relație fizică*, determinată experimental, între variabila transversală și variabila longitudinală a elementului.

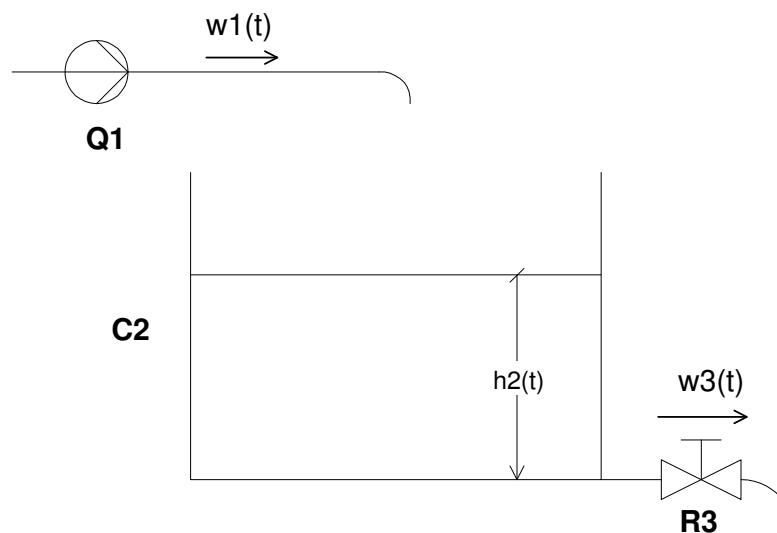


Fig. 2. O instalație formată dintr-o pompă, un rezervor și un robinet.

Să prezentăm un exemplu de definire a unui sistem fizic și a modelului său matematic. Pentru aceasta să considerăm instalația din Fig. 2. În această instalație au loc procese electrice, mecanice și hidraulice. Procesele electrice au loc în motorul pompei. Cuplajul între motor și pompă, funcționarea pompei este caracterizată de procese mecanice. Vom ignora aceste procese electrice și mecanice și vom defini un sistem fizic hidraulic. Elementele sale componente cu parametri concentrați sunt pompa **Q1**, rezervorul **C2** și robinetul **R3**. Considerând variabilele longitudinale și transversale definite în Tab. 1 pentru componentele sistemelor hidraulice rezultă modelul structural sub formă de rețea hidraulică din Fig. 3. Se observă că sursa de debit corespunde pompei, capacitatea de acumulare corespunde rezervorului și rezistența hidraulică corespunde robinetului. Rețeaua are două

noduri 0 și 1 și o buclă formată din elementele C2 și R3. Relația de echilibru a mărimilor longitudinale (debite) în nodul 1 este:

$$w_1 = w_2 + w_3 \quad (2)$$

Relația de compatibilitate între mărimile transversale (înălțimile hidrodinamice) din buclă este:

$$h_2 - h_3 = 0 \quad (3)$$

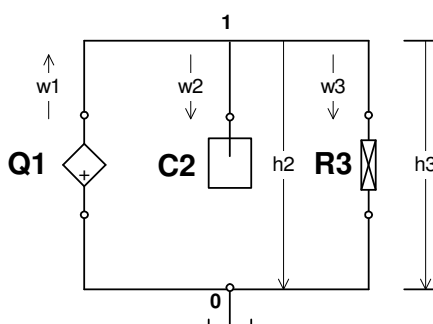


Fig. 3. Sistemul fizic cu parametrii concentrați definit pentru instalația pompă – rezervor – robinet.

Relația fizică a elementului C2 exprimă faptul că variația masei de fluid din rezervor este egală cu debitul de masă w_2 :

$$w_2 = \frac{d(A \cdot \rho \cdot h_2)}{dt} \quad (4)$$

în care A este suprafața rezervorului iar ρ este densitatea fluidului.

Pentru rezistențele hidraulice relația fizică depinde de regimul de curgere a fluidului. Dacă curgerea prin robinet este turbulentă atunci relația fizică pentru rezistența R3 este:

$$w_3 = \alpha \sqrt{h_3} \quad (5)$$

Relațiile (2) .. (5) împreună cu condițiile inițiale ale variabilelor formează *modelul matematic* al sistemului fizic din Fig. 3. Cu ajutorul acestui model sistemul poate fi analizat, proiectat și simulat *fără* să mai fie necesare structura și elementele sistemului definite în Fig. 3. Folosind programe corespunzătoare modelul matematic ne permite să realizăm toate operațiile dorite.

Modelul structural de tip rețea al sistemului fizic.

În practica inginerescă se definesc, de cele mai multe ori, sisteme fizice *liniare*. Un sistem este liniar dacă i se poate aplica *principiul superpoziției* conform căruia efectul unei sume de cauze este egal cu suma efectelor fiecărei cauze considerate separat. Toate elementele unui sistem liniar trebuie să fie lineare. Sistemele neliniare, cum este de exemplu cel din Fig. 3, pot fi liniarizate pe porțiuni. Cele trei tipuri de elemente ale unui sistem liniar au aceleași trei tipuri de relații fizice între variabila longitudinală și variabila transversală, indiferent de natura fizică a sistemului [2, 3].

Elementele pasive disipatoare de energie sunt caracterizate de relația fizică:

$$\tau(t) = \Gamma \cdot \lambda(t) \quad (6)$$

în care Γ este o constantă ce caracterizează rezistența opusă de element la trecerea mărimii longitudinale $\lambda(t)$.

Elementele pasive acumulatori de energie prin intermediul mărimii longitudinale $\lambda(t)$ sunt caracterizate prin relația fizică:

$$\tau(t) = \Phi \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad (7)$$

în care Φ este o constantă ce caracterizează acumularea de energie.

Elementele pasive acumulatori de energie prin intermediul mărimii transversale $\tau(t)$ sunt caracterizate prin relația fizică:

$$\lambda(t) = \Psi \frac{d\tau(t)}{dt} \quad (8)$$

în care Ψ este o constantă ce caracterizează acumularea de energie.

Constantele Γ , Φ și Ψ sunt determinate din considerente fizice, fără să fie necesar modelul matematic. De exemplu, constanta Ψ pentru capacitatea $C2$ din Fig. 3 este determinată cu relația:

$$C2 = A \cdot \rho$$

în care A este suprafața rezervorului iar ρ este densitatea fluidului.

Modelul structural tip rețea al unui sistem fizic liniar este format dintr-un desen care prezintă mulțimea elementelor componente, valoarea constantelor corespunzătoare și modul lor de interconectare, adică structura sistemului. Cu un program corespunzător acest desen este introdus în calculator sub formă grafică și putem analiza, proiecta sau simula sistemul fizic liniar. Nu sunt necesare relațiile matematice care formează modelul matematic al sistemului. Pe baza modelului structural și al definițiilor (6), (7) și (8) programul calculează

singur modelul matematic care stă la baza operațiilor efectuate. De exemplu, dacă în Fig. 3 ar fi specificate valorile lui Q1, C2 și R3 rețeaua respectivă ar forma un model structural. Pentru aceasta relația (5) trebuie liniarizată și adusă la forma (6).

Modelul funcțional al sistemului fizic.

Adeseori în practica inginerescă a sistemelor fizice liniare se dorește cunoașterea legăturii dintre o variabilă de intrare și una de ieșire a sistemului. Se determină astfel un model funcțional al sistemului fizic caracterizat printr-o schemă bloc.

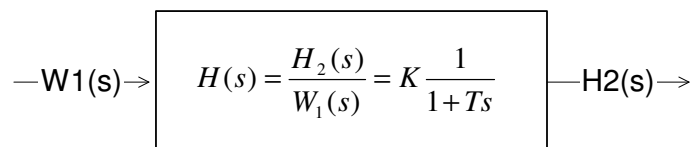


Fig. 4. Un model funcțional sub formă de schemă bloc al sistemului fizic din Fig. 3

De exemplu, dacă sistemul fizic din Fig. 3 este liniarizat, se poate defini pentru el modelul funcțional sub forma schemei bloc din Fig. 4. Acest model stabilește legătura între debitul pompei $w_1(t)$ și nivelul fluidului $h_2(t)$ în rezervor. Constantele K și T ale funcției de transfer $H(s)$ sunt determinate nu pe baza modelului matematic sau structural, ci prin alte metode, de exemplu experimental. Schema bloc se poate introduce în calculator cu ajutorul unui program corespunzător și se poate analiza, proiecta sau simula sistemul fizic fără a mai fi necesară cunoașterea modelului matematic sau structural.

Cele trei modele – matematic, structural și funcțional – ale sistemului fizic pot fi folosite separat sau împreună. Alegerea soluției depinde foarte mult de tipul problemei, de experiența inginerescă existentă și de programele disponibile. Câteva medii de dezvoltare gratuite ale aplicațiilor pentru sisteme fizice sunt Dynast, KitSAS și Scilab, /4, 5, 6/.

Bibliografie

1. Balan St., Larionescu S., Modele fizice, Institutul de Construcții București, 1974.
2. Cannon H., R., Dynamics of physical systems, McGraw-Hill, N.Z., 1967
3. Dutton K., Thompson S., Barraclough B., The art of Control Engineering, Addison-Wesley, N.Z., 1997
4. Larionescu S., KitSAS – Simularea și Analiza Sistemelor, Matrix Rom, Buc., 1999
5. Larionescu S., KitSAS v. 6.12, <http://www.geocities.com/larionescu/>
6. Mann H., Course on multipole modeling, simulation and analysis of multidisciplinary systems, <http://icoszm.cvut.cz/course/>