APRECIEREA ROBUSTEŢEI SISTEMELOR AUTOMATE

Prof. dr. ing . Sorin Larionescu - UTCB

Sistemele automate moderne au structuri şi algoritmi de conducere noi care permit obţinerea unor performanţe mai bune. Studierea şi proiectarea lor se face pe baza unui model teoretic – schema bloc care depinde de tipul instalaţiei, metoda de proiectare folosită şi performanţele acceptate.

In mod tradiţional sistemele automate sunt proiectate pe baza unui model liniar cu o singură intrare şi o singură ieşire *SISI*. O schema bloc folosită frecvent la proiectarea sistemelor automate este prezentată in figura 1. Modelul fiind liniar cele două intrări pot fi

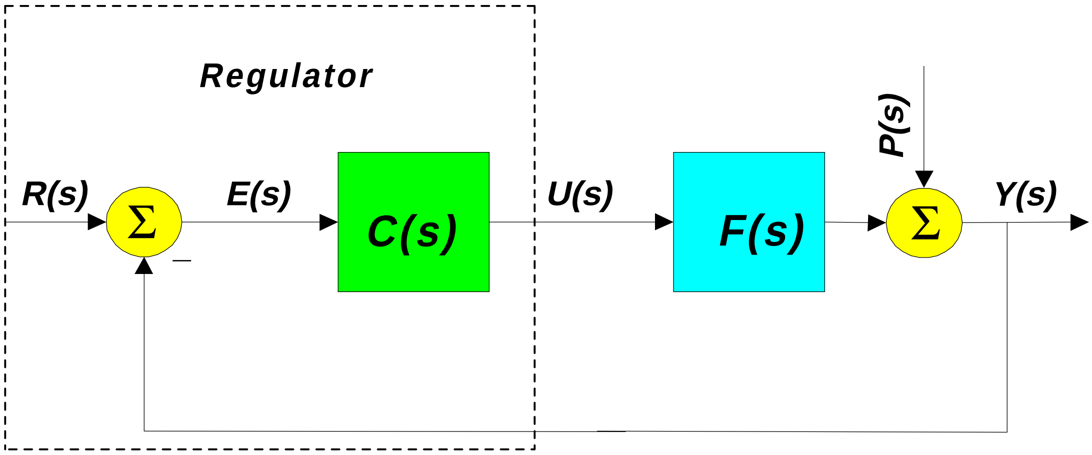

Fig. 1 Schema bloc pentru proiectarea unui sistem automat.

considerate separat rezultând un model *SISI* în regim de urmărire cu intrarea *R(s)* şi un model *SISI* în regim de reglare cu intrarea *P(s).*

Funcţia de transfer a părţii fixe a instalaţiei este *F(s)* iar *C(s)* este funcţia de transfer a compensatorului erorii din regulator. Blocul *F(s)* cuprinde elementul de execuţie, procesul din instalaţie automatizat şi traductorul. Deci ieşirea *Y(s)* a sistemului automat este în acelaşi timp şi ieşirea traductorului. Intrările în sistemul automat sunt referinţa *R(s)* şi perturbaţia *P(s).*

Eroarea $E(s)$ şi mărimea de comandă $U(s)$ sunt semnale interne importante ale sistemului automat. Regulatorul automat este format din comparator şi compensatorul erorii.

Folosirea unui regulator automat la conducerea instalației prin închiderea buclei de reacție negativă conduce la obținerea sistemului automat din figura 1. Instalația automatizată are caracteristici remarcabile. Efectul perturbației $P(s)$ este înlăturat în mare măsură, funcționarea este mai liniară şi sensibilitatea instalației la modificarea parametrilor este scăzută. Sistemul automat răspunde mai rapid la semnalele de intrare. Prețul plătit pentru aceste beneficii ale automatizării constă în posibilitatea ca sistemul automat să devină instabil. Din această cauză rezerva de stabilitate, sau *robustețea* sistemului, este performanța sa cea mai importantă.

Abordarea clasică în aprecierea robusteței unui sistem automat *SISI* foloseşte indicatorii *marginea de amplificare* ***MA*** şi *marginea de fază*[1] ***MF***. Din păcate există situații în care aceşti indicatori nu dau informații corecte. Un exemplu va lămurii situația.

În figura 1 să considerăm funcția de transfer (1) pentru partea fixă[2] a instalației şi funcția de transfer (2) pentru compensatorul PID cu filtrare[3].

$$F(s)=\frac{e^{-0,4s}}{(s+1)^4} \tag{1}$$

$$C(s)=1{,}195(1+\frac{1}{3{,}23s}+2{,}3s)\frac{1}{0{,}2s+1} \tag{2}$$

Dacă notăm cu $L(s)$ funcția de transfer (3) a sistemului cu ***bucla deschisă,*** atunci marginea de amplificare ***MA*** şi marginea de fază ***MF*** pot fi determinate pe diagrama Nyquist a lui $L(j\omega)$ din figura 2.

$$L(s)=C(s)F(s) \tag{3}$$

Marginea de amplificare ***MA*** este inversul distanței de la origine la punctul de intersecție a hodografului[4] lui $L(j\omega)$ cu axa reală şi reprezintă factorul cu care trebuie înmulțit modulul lui $L(j\omega)$ pentru ca sistemul automat să devină instabil[5].

Marginea de fază ***MF*** este unghiul dintre axa reală negativă şi dreapta care uneşte originea cu punctul de intersecție a cercului unitar[6] cu hodograful lui $L(j\omega)$. Marginea de fază reprezintă defazajul suplimentar al lui $L(j\omega)$ pentru ca sistemul automat să devină instabil.

S-au stabilit empiric regulile (4) şi (5) pentru robustețea sistemului automat[7].

---

[1] Rezerva de amplificare, rezerva de fază.
[2] Elementul de execuție, procesul condus şi traductorul.
[3] Pentru a fi realizabil fizic.
[4] Curba funcției de transfer gradată în frecvențe (pulsații). Această reprezentare se mai numeşte şi*loc (hodograf) Nyquist.*
[5] Hodograful lui $L(j\omega)$ să treacă prin punctul de coordonate (-1, j0).
[6] Cercul cu raza R=1.
[7] Sistemul cu bucla închisă.

$$MA \geq 2 \tag{4}$$

$$MF \geq 30^{\circ} \tag{5}$$

Pentru exemplul considerat rezultă din figura 2 o margine de amplificare *MA=2,03* şi o margine de fază *MF=83,5º*. Conform regulilor empirice (4)şi (5) sistemul automat este robust. Totuşi, se observă în figura 2 că hodograful lui *L(jω*) se apropie în mod periculos de *punctul critic (-1, j0).* Un indicator mai bun al robusteții îl constitue deci această distanță minimă, numită margine de modul ***MM***, dintre hodograful lui *L(jω)* şi punctul critic.

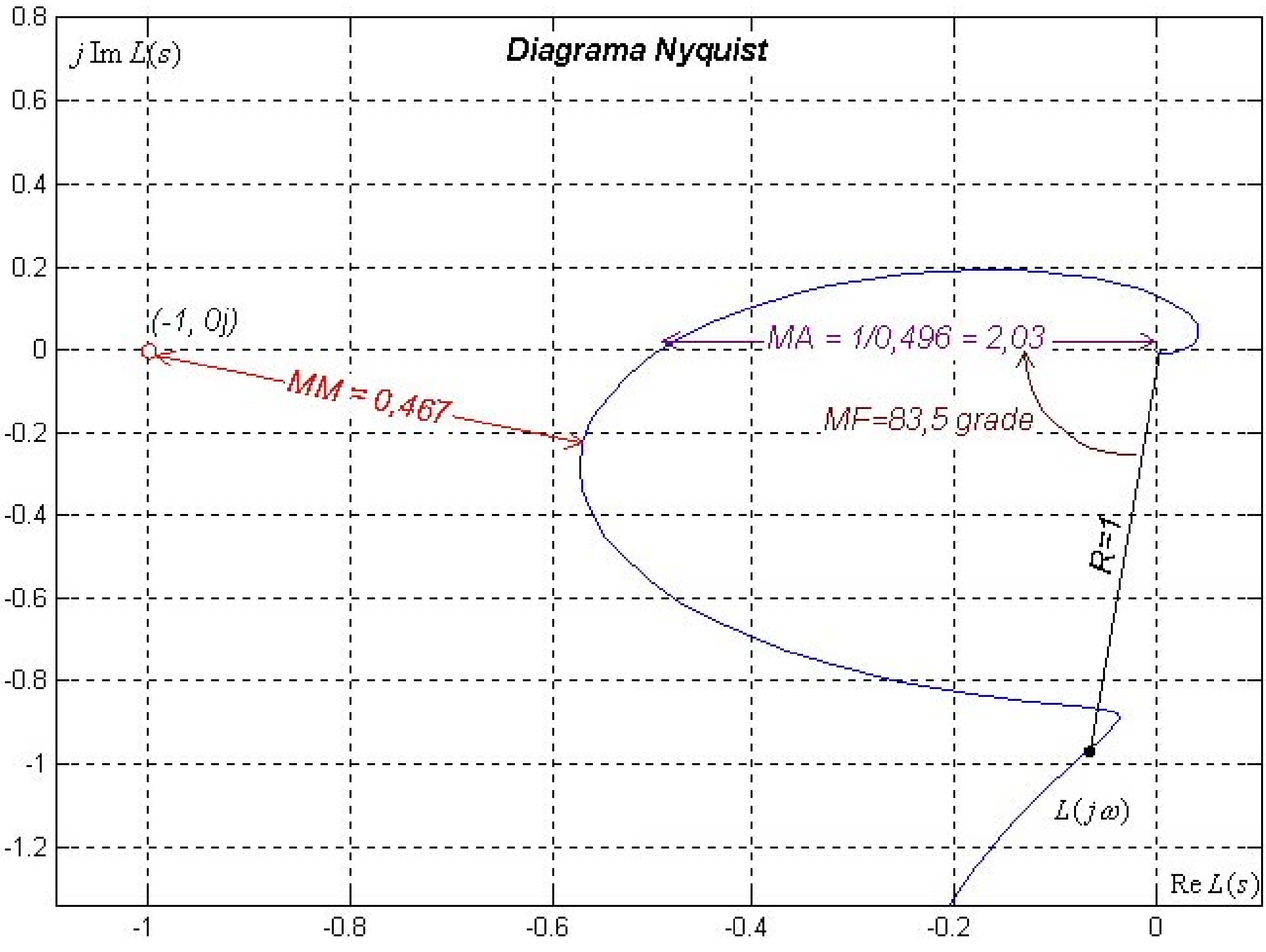

Fig. 2 Determinarea marginii de amplificare MA, marginii de fază MF şi a marginii de modul MM.

Marginea de modul ***MM*** este raza cecului cu centrul în punctul critic (-1, j0) şi tangent la hodograful lui *L(jω).* Vectorul care uneşte punctul critic (-1, j0) cu punctul cel mai apropiat de pe hodograful lui *L(jω)* are modulul dat de relația (6)

$$MM = \left|1 + L(j\omega)\right|_{\min} \tag{6}$$

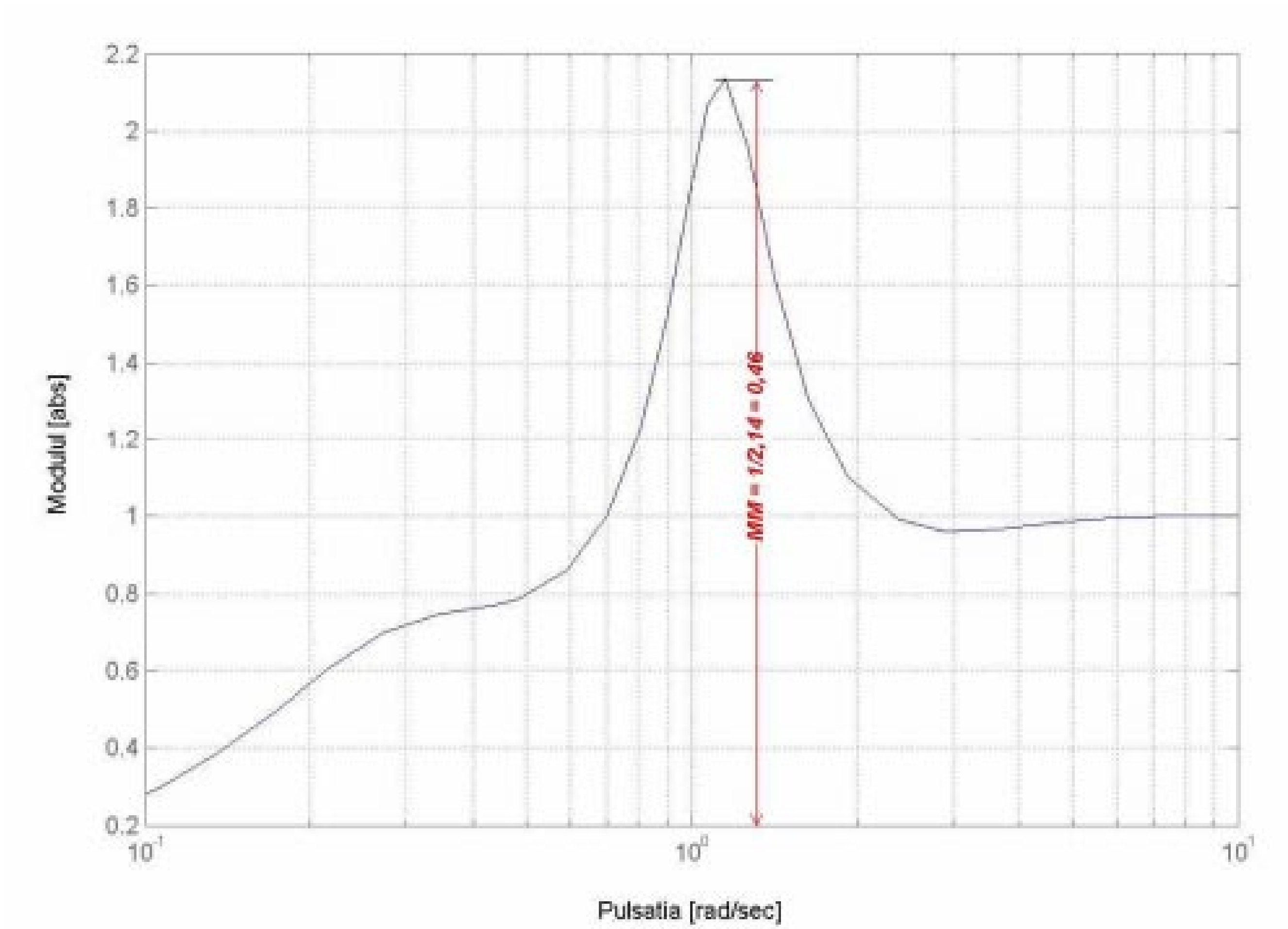

Fig. 3. Modulul funcției de sensibilitate S pentru sistemul automat cu partea fixă (1) şi compensatorul PID (2).

Funcția de transfer $H_u(s)$ a sistemului automat din figura 1 în regim de urmărire este dată de relația (7).

$$H_u(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)F(s)}{1 + C(s)F(s)} \tag{7}$$

Funcția de sensibilitate $S(s)$ a sistemului automat arată cât de mult se modifică funcția de transfer în regim de urmărire $H_u(s)$ atunci când funcția de transfer a instalației automatizate $F(s)$ îşi schimbă valoarea. Funcția de sensibilitate este definită de relația (8).

$$S(s)=\frac{\dfrac{dH_u(s)}{H_u(s)}}{\dfrac{dF(s)}{F(s)}}=\frac{dH_u}{dF}\frac{F}{H_u} \tag{8}$$

Din relațiile (7) şi (8) rezultă expresia (9) a funcției de sensibilitate.

$$S(s)=\frac{1}{1+C(s)F(s)}=\frac{1}{1+L(s)} \tag{9}$$

O nouă definiție (10) a marginii de modul ***MM*** rezultă din relațiile (6) şi (9).

$$MM=\frac{1}{\left|S(j\omega)\right|_{\max}} \tag{10}$$

în care $|S(j\omega)|_{max}$ este valoarea[1] cea mai mare dintre vârfurile modulului lui $S(j\omega)$.

Ca şi în cazul marginii de amplificare sau a marginii de fază există o regulă empirică (11) pentru valoarea marginii de modul ***MM*** care asigură robustețea sistemului automat.

$$MM \geq 0.5 \tag{11}$$

Marginea de modul se calculează uşor cu relația (10). Pentru exemplul considerat modulul funcției de sensibilitate este prezentat în figura 3. Valoarea sa maximă este 2,14 şi deci rezultă din (10) valoarea ***MM*** = 0,467. Deci sistemul automat nu îndeplineşte condiția (11) şi nu este robust. Această concluzie coincide şi cu situația vizibilă în figura 2.

Condiția de robustețe (11) implică şi realizarea condițiilor de robustețe (4) şi (5). După cum am văzut din exemplul prezentat reciproca nu este valabilă.

Creşterea unor performanțe ale sistemului automat implică micşorarea robusteței sale. Marginea de modul este cel mai bun indicator al faptului că o anumită limită a robusteții, de exemplu cea indicată de relația (11), nu este depăşită.

Bibliografie

1. Dorf R., Bishop R., Modern Control Systems, Addison-Wesley, New York, 1998.
2. Dutton K., Thompson S., Barraclough., The art of control engineering, Addison-Wesley, New York, 1997.
3. Ionescu C., Vlădeanu V., Larionescu S., Ionescu D., Automatizări, Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.
4. Landau I., D., Identificarea şi comanda sistemelor, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1997.

[1] Această valoare corespunde normei H_∞ a modulului lui $S(j\omega)$.