

GFS

Rechenmaschinen

in der Geschichte

Im Fach Mathematik

Von Michael Kopp

Klasse 10 b/l

Inhalt:

	Inhaltsangabe	I
	Vorwort	II
<u>Nr.</u>	<u>Erfindung (Inhalt)</u>	<u>Seite</u>
1.	Finger	1
2.	Steinchen	1
3.	Knoten	2
4.	Das Kleine Ein Mal Eins	2
5.	Abakus	3
5.1	Abakus der Chinesen (Suan-pan)	3
5.2	Abakus der Japaner (Soroban)	3
5.3	Abacus der Römer	3
5.4	Abakus der Russen (Stschjoty oder Stschoty)	4
5.5	<i>Rechnen mit dem Abakus</i>	4
6.	Rechnen auf der Linie	5
7.	+ und -	5
8.	Proportionalitätszirkel	6
9.	Logarithmentafel	7
10.	Napier'sche Rechenstäbchen	8
11.	Scotts Rechenzylinder	9
12.	Rechenschieber	10
13.	Rechenscheibe	12
14.	Rechenwalze	13
15.	Addiator	14
	Quellen	15

Vorwort:

Es soll in diesem Referat versucht werden, einen kurzen Überblick über die Hilfsmittel zu geben, die den Menschen das Rechnen erleichterten – es ihnen aber nicht abnahmen.

Anfangs war geplant, dass in diesem Referat die komplette Entwicklung der Rechenhilfsmittel - vom Fingerzählen bis hin zum Computer¹ – enthält. Nach einer Weile Arbeit an dem Projekt stellte sich jedoch heraus, dass man über solch ein Thema ganze Bücher schreiben kann. Ich habe mich jetzt darauf beschränkt, die wichtigsten Rechenhilfsmittel vorzustellen, die eben noch keine Rechen*maschinen* waren, bei denen man nicht einfach die Rechnung eingibt und dann das Ergebnis direkt ablesen kann, ohne dabei denken zu müssen; man muss wenigstens noch überlegen, an welcher Stelle das Komma steht.

Gewählt habe ich dieses Thema, weil es mich selbst sehr interessiert. Ich kann noch mit Rechenschiebern umgehen und finde es schade, dass diese Kunst zunehmend ausstirbt. Im Laufe des Referates habe ich mir noch die Fähigkeiten von den beschriebenen Rechenhilfsmitteln angeeignet, damit ich sie verstehen und beschreiben kann. Dieses Referat stellte für mich also die Gelegenheit dar, die Rechenhilfsmittel genauer unter die Lupe zu nehmen; ihre Funktionsweise zu begreifen und ihr volles Potential wahrzunehmen.

Die einzelnen Einträge sind – soweit möglich und sinnvoll – chronologisch geordnet.

Besigheim, Juni 2005

¹ Wenn man den Begriff in einem anderen Kontext verstehen will, so habe ich die Aufgabe, die Entwicklung bis hin zu Computer zu schildern, erfüllt; ein Computer war in England ein Mensch, der alleine im Kopf Rechenoperationen mit großen Zahlen und großer Genauigkeit bestreiten konnte. Ich habe aber im Vorwort die Maschine gemeint, die uns das Leben erleichtern soll

1. Finger:

Mit den Fingern kann man sich ohne ausgefeilte Techniken im Zahlenraum von eins bis zehn noch sehr gut zurechtfinden. Mit bestimmten Methoden kann bis zu 100000 gezählt werden und es können höhere Rechenoperationen (nicht nur Addition und Subtraktion) durchgeführt werden. Den Fingern kommt in der heutigen Zeit bei uns viel eher die Bedeutung zu, Zahlen aus dem Gehirn „auszulagern“, dass damit der Rechnende weniger belastet ist und schneller rechnen kann, was meistens von Kindern in Anspruch genommen wird. Die Rechentechniken mit den Fingern gingen in Mitteleuropa verloren, als sich das schriftliche Rechnen ausbreitete.

Die verschieden stark ausgefeilten Systeme wichen selbst bei kleineren Entfernungen stark voneinander ab. Die Rechenkünste wurden meistens in der Familie weitergegeben und weiterentwickelt und weil sie nur beim Handeln zum Einsatz kamen, bestand auch keine Veranlassung, Schriftliches darüber niederzulegen.

Einen weiteren wichtigen Beitrag zur Mathematik lieferten die Finger, weil von ihnen vermutlich unser auf 10 basierendes Zahlensystem her stammt.

Rechnen auf von den Fingern abgeleiteten Basen dürfte schon zu Zeiten der Pharaonen eine Rolle gespielt haben.

2. Steinchen:

Beim Rechnen mit Steinchen gibt es die alte Variante, dass ein Steinchen eine Einheit symbolisieren soll oder die technische Variante, bei der der symbolisierte Wert des Steinchens davon abhängt, wo der Stein liegt. Mit 20 Steinchen kann man also beispielsweise einen Abakus imitieren und damit in den Zahlenraum bis 9999 vordringen oder man kann jedem Stein den selben Wert zuordnen und sich somit auf den Zahlenraum bis 20 beschränken.

Dass Steinchen ein wichtiges Hilfsmittel waren sieht man an der Wortverwandtschaft: „kleiner Kieselstein“ heißt auf lateinisch calculus, davon leiten sich im Deutschen die Begriffe Kalkül oder kalkulieren ab und im Englischen der Begriff calculator (auf deutsch Taschenrechner).

3. Knoten:

Die Inkas benutzten Schnüre, in die sie farbige Knoten einbanden zum Zählen, Rechnen und um Ergebnisse dauerhaft zu speichern. Eine bestimmte Farbe stand für bestimmte Güter (z.B.: Gelb für Gold oder Rot für gefallene Soldaten). Die einzelnen Knoten eines Stellwertes wurden zu Gruppen zusammengefasst und so folgten die Gruppen mit den Knoten der kleineren Stellwerte denen mit den Größeren. (Auf unser Zahlensystem übertragen kann man also sagen: die Einer, Zehner, Hunderter ... wurden jeweils gebündelt (alle Einer zusammen) und nun folgten die Gruppen einander; unten waren die Gruppen mit den niedrigsten Stellwerten (Einer), darauf folgten die nächst höheren (Zehner) u.s.w.).

Mit solchen Schnüren waren Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen möglich, indem man die Bänder nebeneinander legt, die zu addieren oder subtrahieren sind, oder indem man einfach die zu addierenden Knoten hinzuknotet. Die Multiplikation und Division musste wohl in Addition und Division aufgelöst werden (Näheres bei „Rechnen mit dem Abakus“).

4. Das kleine Ein mal Eins:

Das kleine Ein mal Eins soll von Pythagoras erfunden worden sein, weshalb man es auch als „Pythagorische Rechentafel“ oder „Mensula Pythagorea“ bezeichnet.¹ Anhand von Pythagoras Lebensdaten (ca. 580 v. Ch. bis ca. 496 v. Ch.) kann man die Entstehung des kleinen Ein mal Eins an dieser Zeit festmachen.

Auf ihm sind von oben nach unten und von links nach rechts die neun Zahlen der Griechen abgebildet (die 1 kommt nur einmal in der linken oberen Ecke vor) und in dem dadurch entstehenden Quadrat unterhalb und rechts der Zahlen sind die jeweiligen Produkte aus den Zahlen der entsprechenden Zeile und Spalte zu finden.

Zu uns – also in das Gebiet, das heute als Bundesrepublik Deutschland bekannt ist – kam das Ein mal Eins im Jahre 524 n. Ch. durch die Werke des Philosophen, Theologen und Mathematikers Anicius Torquatus Manlius Severinus Boethius.

¹ Versuch einer Geschichte der Rechenmaschine, Johann Paul Bischoff, Systema Verlag, 1804

5.0 Abakus

5.1 Abakus der Chinesen (auch Suan-pan genannt):

Von dem Abakus der Chinesen gab es mehrere leicht verschiedene Ausführungen. Gemeinsam hatte alle aber die Grundstruktur: Ein Abakus bestand aus durchschnittlich zehn bis 15 gleich langen Zeilen. Die beweglichen Kugeln auf diesen Zeilen standen immer für einen Wert. So zum Beispiel die untersten Kugeln für Einer, die nächst höheren Kugeln für die Zehner.... Die einzelnen Zeilen waren zweigeteilt. Links von dieser Teilung waren fünf Kugeln und rechts davon zwei.¹ Die Kugeln rechts symbolisierten immer den fünffachen Wert der Kugeln links, es gibt aber auch die Theorie, dass sie nur immer für den doppelten Wert standen, dann hätte man mit einer Zeile höchstens 9 darstellen können; mehr ist ja nicht nötig.

Unterschiede in den Ausführungen konnten sein: die Kugeln waren Perlen, die auf Drähte oder Schnüre aufgezogen wurden, die dann von einem Rahmen gehalten wurden oder die Kugeln lagen in Rinnen, die in Holz oder Stein gehöhlt wurden, das war aber bei den römischen Abacus häufiger.

Die Vorläufer des Abakus sollen im Fernen Osten schon um 1100 v. Ch. entwickelt worden sein. Der Abakus, wie wir ihn heute kennen, entstand etwa um das 3. Jh. v. Ch..

5.2 Abakus der Japaner (auch Soroban genannt):

Der Abakus der Japaner ist nach dem selben Prinzip aufgebaut, wie der Abakus der Chinesen. Die Unterschiede sind lediglich, dass der japanische Abakus meist mehr Zeilen hat und dass in der rechten Abteilung (oder auch in der oberen Abteilung {Je nachdem wie man ihn hält}) meistens keine zwei, sondern nur eine Kugel ist. Außerdem sind bei dem japanischen Abakus die Perlen seltener in runder Form, sondern häufiger eckig.

Im Jahre 1960 wurde in Japan ein mathematischer Wettstreit veranstaltet, bei dem ein Japaner mit seinem Soroban schneller rechnen konnte, als ein amerikanischer Kollege mit einem elektronischen Taschenrechner.

5.3 Abacus der Römer:

Der römische Abacus hatte meistens um die sieben Zeilen und hatte je Zeile vier Kugeln, die die einfachen Werte symbolisierten und auf der anderen Seite der Abtrennung nur eine Kugel.

Als Erweiterung hatte der römische Abacus eine weitere Zeile, die genauso wie die oben beschriebenen aussahen, nur das in der linken Abteilung fünf Kugeln waren. Diese Zeile könnte für das Rechnen mit Unzen verwendet worden sein² oder aber – doch das ist unwahrscheinlich - für das römische Maß, das sechs „Sextaris“ enthält. Eine weitere Erweiterung findet sich neben dieser Zeile: Es handelt sich hierbei noch mal um eine Zeile mit vier Kugeln, die manchmal noch zweimal unterteilt war. Diese Zeile geht nur bis zu der Stelle, an der bei den anderen Zeilen die Teilung für die 5er Kugel gekommen wäre. Diese Zeile könnte für Gewicht, Maße oder Geldsorten verwendet worden sein.

¹ Der Abakus wird oft um 90° gedreht dargestellt; dann sind die kurzen Abteile mit den Fünfern oben.

² Die Unze basiert auf einem 12er System, nicht auf einem 10er.

5.4 Abakus der Russen (auch Stschjoty oder Stschoty genannt):

Der Abakus der Russen unterschied sich insofern von den anderen vorgestellten Abakus, dass er pro Reihe zehn Kugeln hat, die pro Reihe den selben Wert vertreten. Die beiden Kugeln in der Mitte der Reihen sind immer speziell eingefärbt.

Ebenso wie bei Japanern und Chinesen sind auch in Russland noch Abakus im Einsatz oder liegen zumindest in greifbarer Nähe; nur für den Fall, dass.....

In Japan oder China soll es aber keine Seltenheit sein, wenn in Läden an der Kasse noch mit Suan-pan oder Soroban gerechnet wird.

5.5 Rechnen mit einem Abakus:

Bei der Addition wird eine Zahl auf dem Abakus eingestellt und die zu addierende Zahl wird einfach von den kleineren Stellen zu den größeren hin dazugezählt. Weil man mit einer Zeile nur neun Zahlen darstellen kann, erfolgt der Zehnerübertrag „automatisch“ (wenn man die Kugeln einer Zeile auf null und eine Kugel der Zeile darüber bewegt, ist das der Zehnerübertrag), wenn man pro Zeile 10 darstellen kann, kann man einen Zehnerübertrag auch kurz unbereinigt lassen, also in einer Zeile eine 10 darstellen. Mit der Subtraktion verfährt man genauso, nur dass man die Kugeln in die andere Richtung bewegt.

Die Multiplikation dagegen ist nicht so einfach. Bsp.: $71476 * 312$ Man muss die 71476 auf dem Abakus darstellen, dass die 100er Zeile auf dem Abakus zur 1er Zeile wird (man also tatsächlich 7147600 darstellt) und diese Zahl nun dreimal zu sich selbst addiert. Dann muss man die Zahl 71476 so addieren, dass die 10er Zeile das Abakus zur 1er Zeile wird (man addiert also 714760) und zum Schluss muss man die Zahl 71476 noch zweimal ganz normal addieren. ($71476*100 + 71476*100 + 71476*100 + 71476*10 + 71476 + 71476$)

Die Division muss dagegen in Subtraktionen aufgelöst werden. Bsp. $8433 / 3$ Man muss bei den 1000ern immer wieder drei abziehen, bis es nicht mehr möglich ist hier zwei mal. Dann muss man von den Hundertern immer wieder 3 abziehen, bis es nicht mehr möglich ist, also hier einmal. Dann muss man mit den 10ern und 1ern genauso verfahren. Dann muss man von den niedrigsten, nicht aufgelösten Zeilen wieder immer 3 abziehen, aber diesmal mit dem Zehnerübertrag auf die nächst höhere, das geht hier bei den 100ern noch sieben mal. Man zählt dann immer, wie oft man die 3 bei den 1000ern, bei den 100ern (hier mit Zehnerübertrag), bei den 10ern und bei den 1ern abziehen konnte und aus diesen Zahlen setzt sich das Ergebnis zusammen: Von den 1000ern konnte man **2** mal 3 abziehen, von den 100ern konnte man insgesamt **8** mal 3 abziehen, von den 10ern konnte man **1** mal 3 abziehen und von den 1ern konnte man auch **1** mal 3 abziehen. ($8433 - 2*3*1000 - 8*3*100 - 1*3*10 - 1*3*1 = 0$)

(Bei Addition und Division ist ein zweiter Abakus oder ein Blatt zum Mitschreiben nützlich, oder man zweckentfremdet ein paar der Abakuszeilen zum Mitzählen, sonst muss man sich immer merken, wie viel man schon subtrahiert hat oder noch addieren muss. Man kann auch beispielsweise neun Löcher in seinen Abakus machen und dann immer einen Stift eins weiter versetzen, wenn man addiert oder subtrahiert hat.)

Mit dem Abakus konnte man scheinbar neben Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division auch Wurzeln ziehen, wie das gehen soll, weiß ich aber nicht.

6. Rechnen auf der Linie:

Improvisieren konnte man einen Abakus ganz einfach indem man Striche in den Boden ritzt, darauf malt oder ein vorgefertigtes Brett mit Linien benutzt und dann mit Steinchen oder sogenannten Rechenpfennigen¹ rechnet. Der Unterschied war hier nur, dass die Fünfer (also die jeweils 5 mal so viel wertigen Steinchen, Rechenpfennige ...) nicht in einem abgeteilten Bereich der Linie dargestellt wurde, sondern auf halber Strecke zur nächsten Linie.

Wie auch bei dem römischen Abacus konnte man hier leicht Modifikationen vornehmen. Beispielsweise wurden oft noch Zeilen für Lothe und Quintlein nebenan gesetzt Da vier Quintlein ein Loth und 32 Lothe wieder ein Ganzes ausmachen, musste mit diese Zeilen logischerweise anders gerechnet werden. Diese Art des Rechnens wurde häufig im Mittelalter verwendet.

Im Jahre 1518 erschien dann ein schmales Büchlein von 44 Blättern von Adam Ries (oder Riese). Er hatte es sich einzig und alleine zur Aufgabe gemacht, die Mathematik „dem gemeynen mann nutzlich zu machen“. In seinem ersten Büchlein behandelte Adam Riese das Rechnen auf der Linie und das schriftliche Rechnen mit arabischen Ziffern und half so bei der Verdrängung des Rechnens auf der Linie.

7. + und - :

Die Zeichen plus und minus erschienen in gedruckter Form erstmals im Jahre 1488. Da sie eine gewisse Erleichterung für das Rechnen bedeuteten, breiteten sie sich schnell aus und verdrängten Zeichen, die nur in bestimmten Gebieten verwendet wurden. Ihre Erfindung oder besser Verbreitung trug also stark zur Standardisierung der Rechenausdrücke bei.

¹ Das Wort Tand, das einen schönen aber wertlosen Gegenstand bezeichnet, könnte vom lateinischen tantum kommen, das sich auf den Rechenpfennig bezog, weil der Rechenpfennig (so gut wie) keinen Wert hatte.

8. Proportionalitätszirkel oder –winkel¹:

Der erste Proportionalitätszirkel wurde von Galileo Galilei im Jahre 1597 fertiggestellt. Im Jahr darauf tauchte ein ziemlich ähnliches Gerät in England auf; es wurde von Thomas Hood erfunden. Die beiden Erfinder hatten die selbe Idee zur selben Zeit auf die selbe Art umgesetzt. Die Zirkel dienten beide Male der Berechnung von Flugbahnen von Geschossen.

Ab der Hälfte des 17. Jh. kamen Proportionalitätszirkel mit logarithmischer Teilung auf, womit man eine Vielzahl von Rechnungen durchführen konnte.

Die ersten Proportionalitätszirkel hatten ihren Drehpunkt an einem Ende, bei den späteren war der Drehpunkt auf beiden Schenkeln variabel. Die Schenkel eines Proportionalitätszirkels waren breiter um verschiedenen Skalen – auch Linien genannt - Platz zu geben. Als Materialien kamen Metalle, Elfenbein oder Holz in Frage. Beim Rechnen wurde der Proportionalitätszirkel immer mit einem Stechzirkel verwendet, oder zumindest einem Gegenstand, der die selben Aufgaben übernehmen kann (beispielsweise eine Schnur, nur dass die Rechnung damit ungenauer wird).

Das Rechnen verlief auf verschiedenen Skalen; für die vier Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) war nur eine Skala nötig: eine Lineare.

Für eine Addition oder Subtraktion trägt man die zu addierende oder zu subtrahierende Zahl auf einen Schenkel auf (er ist also diese bestimmte Strecke geöffnet), sticht bei der Zahl ein, zu der addiert oder von der subtrahiert werden soll und der Stechzirkel zeigt bei einer Addition das Ergebnis rechts von der Zahl zu der addiert werden soll an oder bei einer Subtraktion links von der Zahl von der abgezogen wurde.

Bei Multiplikation und Division bedient man sich des 2. Strahlensatzes, indem man bei der Multiplikation die Längen bei den sich kreuzenden Geraden und die kürzere der beiden Parallelen als gegeben betrachtet und die längere der beiden Parallelen als gesucht. (Bsp.: $26 \cdot 8$ Mit dem Stechzirkel nimmt man den Wert 26 und öffnet den Proportionalitätszirkel so, dass man von der 10 der linearen Skala des oberen Schenkels genau auf die 10 der linearen Skala des unteren Schenkels kommt. Dann sticht man bei der 80 auf dem oberen Schenkel ein, nimmt mit dem Stechzirkel die Strecke bis zur unteren 80 auf und trägt diese auf der linearen Skala vom Nullpunkt aus ab und hat so sein Ergebnis. Es gilt nämlich: die Strecken auf den Skalen (0 bis 10 und 0 bis 80) verhalten sich zueinander wie die beiden Parallelen zwischen den 10ern und den 80ern, nämlich 1:8. Somit ist die Strecke zwischen den 80ern 8mal so lang, wie bei den 10ern. Man hätte natürlich auch andere Zahlen als 10 und $(10 \cdot 8 =) 80$ nehmen können, mit diesen ist es aber einfach zu rechnen.)

Bei der Division gibt man auch die Längen der beiden sich schneidenden Geraden an, hier aber noch die längere der beiden Parallelen. (Bsp.: $48/4$ Mit dem Stechzirkel nimmt man den Wert 48 und öffnet den Proportionalitätszirkel so, dass man mit dem Stechzirkel genau von dem 40 des oberen Schenkels auf den 40er des unteren Schenkels kommt. Mit dem Stechzirkel nimmt man die Entfernung zwischen dem 10er des oberen und dem 10er des unteren Schenkels. Man trägt diese wieder auf einer linearen Skala von 0 aus ab und erhält so sein Ergebnis.)

Bei den Zirkeln, die über Linien für Logarithmen verfügen, kann man aber auch einfach die Logarithmen zweier Zahlen addieren oder subtrahieren um zu multiplizieren oder dividieren.

Für komplexere Rechnungen gibt es dann oft eine eigene Linie oder Scala, so auch für die Wurzel: eine Linie hat eine Aufteilung die nicht linear ist. Von 0 bis 1 ist der Abstand genau so groß wie bei der linearen Skala, der 2. Punkt ist aber $\sqrt{2} \approx 1,4142...$ lineare Einheiten von der 0 entfernt, Punkt 3 ist $\sqrt{3} \approx 1,7321...$ lineare Einheiten entfernt..... Um eine Wurzel zu

¹ Auch als Proportionalzirkel, -winkel bezeichnet; findet sich heute unter dem Namen Reduktionszirkel im Handel.

ziehen braucht man nur mit dem Stechzirkel die Strecke zwischen 0 und der entsprechenden Zahl auf der Wurzellinie zu nehmen und diese auf der linearen Linie abzutragen.

Es sind Linien bekannt die folgende Ergebnisse liefern:

- Reziproke Werte
- Seitenlängen eines regelmäßigen n-Ecks, das in einen Kreis mit Radius r einbeschrieben ist oder Radius eines Kreises um ein gegebenes n-Eck
- Bestimmung der Seitenlänge flächengleicher n-Ecke
- Radien gleich schwerer Kugeln aus verschiedenen Materialien
- Sinuswerte (zwischen 0° und 90°)
- Tangenswerte (zwischen 0° und 45°)

Andere Linien sind auf die Bedürfnisse der Benutzer zugeschnitten:

- Linie zur Konstruktion von horizontalen Sonnenuhren.
- Maßstäbe für regional verschiedener Standardmaße: Fuß, Elle, Handbreit.
- Skalen für nautische Bedürfnisse; Verhältnis Seemeile/Geographischer Länge abhängig von der geographischen Breite (England).
- Bestimmung der Länge des zurückgelegten Weges in der Mercatorprojektion.
- Meridianlinie: Längenverzerrung auf dem Meridian bei der Mercatorprojektion, abhängig von der geographischen Breite.
- Linien für astronomische Bedürfnisse.
- Kalibermaßstäbe für Kanonenkugeln.

Solche Erweiterungen stammen aber aus der Zeit um die Mitte des 17. Jahrhunderts.

9. Logarithmentafel:

Die von dem schottischen Landedelmann John Napier im Jahre 1614 erfundenen Logarithmentafeln erleichterten das Multiplizieren und Dividieren erheblich. Wenn man zwei Potenzen mit der selben Grundzahl miteinander multiplizieren will, so muss man nur deren Exponenten zusammenzählen und die Basis damit potenzieren.

Es ist aber sicherlich nicht einfacher, zwei Logarithmen auszurechnen und eine Zahl zu potenzieren, als die beiden Zahlen einfach zu multiplizieren. Hier kommt John Napiers Logarithmentafel ins Spiel. Er hatte die natürlichen Logarithmen zur Basis „e“² berechnet. Wenn man nun zwei Zahlen multiplizieren wollte, suchte man sie auf den Tafeln, addierte die Logarithmen zur Basis e, suchte die Summe der Logarithmen als Exponent und die dazugehörige Zahl war das Ergebnis. ($x \cdot y = e^{\{ \ln(x) + \ln(y) \}}$)

Die Division geht entsprechend. ($x/y = e^{\{ \ln(x) - \ln(y) \}}$)

Von Henry Briggs wurden die dekadischen Logarithmen³ von 1 bis 20000 und von 90000 bis 100000 in Tafeln bis auf 14 Stellen genau aufgestellt. Im 19. Jh. konnte dann Charles Babbage eine korrekte Logarithmentafel herausgeben, die sich auch Nichtmathematiker leisten konnten.

² $e \approx 2,718281828459...$

³ Logarithmen zur Basis 10

10. Neper'sche oder Napier'sche¹ Rechenstäbchen:

Die Napier'schen Rechenstäbchen, die im Jahre 1617 von John Napier erfunden wurden, erlauben es auch wieder, eine Multiplikation in eine Addition umzuwandeln.

Ein solches Rechenstäbchen bestand aus dem kleinen Ein mal Eins der Zahl; für Multiplikationen jedenfalls. Es gab noch andere Stäbchen für Wurzeln und Kubikwurzeln. Die Rechenstäbchen waren manchmal auf einer oder auf alle vier Seiten beschriftet. Der zu beschriftende Platz wurde in neun gleich große Quadrate aufgeteilt und die Quadrate wurden jeweils durch eine vertikale Linie von links unten nach rechts oben aufgeteilt. (Die Stäbchen mussten also wenn sie auf allen vier Seiten beschriftet waren einen quadratischen Querschnitt aufweisen. Auf jeden Fall mussten sie mindestens neun mal so hoch wie breit sein.)

Das kleine Ein mal Eins einer bestimmten Zahl wurde dann auf eine Seite oder die einzige Seite eines Stäbchens aufgetragen. Dabei wurden immer in jedes Quadrat eine Zahl geschrieben und zwar die Zehner links der vertikalen Linie und die Einer rechts davon.

Zu einer Multiplikation mit zwei einstelligen Zahlen musste man nur das entsprechende Stäbchen nehmen und in der entsprechenden Zeile nachsehen (Bsp.: $5 \cdot 4$ Wir schauen bei Stäbchen 4 an Position 5 und finden $\frac{2}{0}$ also ist das Ergebnis 20.)

Bei einer Multiplikation von einer einstelligen und einer mehrstelligen Zahl legte man die Stäbchen der mehrstelligen Zahl nebeneinander und sah auf der – der einstelligen Zahl entsprechenden – Ebene nach und addiert dort von rechts nach links die Zahlen, die von zwei diagonalen Abtrennlinien eingefasst sind. (Bsp.: $3 \cdot 486$ Wir legen die Stäbchen 4, 8 und 6 nebeneinander. Auf der dritten Ebene finden wir: $\frac{1}{2} \frac{2}{4} \frac{1}{8}$ Wir addieren jetzt von rechts nach links: Erstes Parallelogramm von rechts: **8** Zweites Parallelogramm von rechts: $4+1=5$ Drittes Parallelogramm von rechts: $2+2=4$ Viertes Parallelogramm von rechts: **1** Ergebnis= 1458)

Die Multiplikation von zwei mehrstelligen Zahlen musste aufgelöst werden. (Bsp: $69 \cdot 486$ Wir legen die Stäbchen 4, 6 und 9 wie vorher nebeneinander und schauen dann bei der sechsten und bei der neunten Linie nach und addieren wider die Parallelogramminhalte von rechts nach links. Die beiden Ergebnisse sind dann $6 \cdot 486$ und $9 \cdot 486$. Diese werden jetzt wieder addiert, nur dass das Ergebnis der Multiplikation mit den Zehnern mit einer Null hinten versehen wird (also mit zehn multipliziert wird). ($69 \cdot 486 = 6 \cdot 486 \cdot 10 + 9 \cdot 486$))

Die Division wird in Multiplikation und Subtraktion aufgeteilt. Man legt mit den Stäbchen nur die Zahl durch die geteilt werden soll. Die zu teilende Zahl wird notiert (Karopapier, in dass pro Karo eine Ziffer eingetragen wird bewährt sich hier am besten). Man teilt dann so viele Stellen von links von der zu teilenden Zahl ab, wie die teilende Zahl Ziffern hat, also wie viele Stäbchen man gebraucht hat. Dann sucht man auf den Stäbchen nach der Zahl, die diesen ersten Ziffern am nächsten kommt und schreibt auf, in welcher Zeile sie zu finden war. Diese „Nährungszahl“ wird dann von den ersten abgeteilten Stellen der zu teilenden Zahl abgezogen und die nächste Ziffer der zu teilenden Zahl wird dahintergeschrieben. Die Näherungszahl muss immer kleiner oder gleichgroß sein, wie die Zahl, zu der man eine Näherung sucht. Man sucht wieder auf den Stäbchen nach einer möglichst guten „Nährungszahl“, schreibt auf, an welcher Stelle sie zu finden war, subtrahiert diese „Nährungszahl“ von der Zahl von der man diese Näherung gesucht hat, schreibt die nächste Ziffer der zu teilenden Zahl dahinter u.s.w. (Bsp: $207522/486$ Wir teilen die ersten 4 Ziffern² von der zu teilenden Zahl: $2075|22$ Auf den Napier'schen Stäbchen (4, 8 und 6 nebeneinander) suchen wir eine gute Näherungszahl und finden sie in der **4ten** Zeile: 1944. Wir subtrahieren diese Zahl von der abgetrennten: $2075-1944 = 131$. Hinter diese Zahl setzten wir jetzt die nächste Ziffer der zu teilenden Zahl: 1312 und suchen wieder eine gute Näherungszahl, die wir auch bei Zeile **2** finden: 972. Wir subtrahieren diese Zahl wieder:

¹ Der Name Napier findet sich in unterschiedlichen Varianten, er wurde mit Neperus oder Neper latinisiert (das war damals schick)

² Deshalb die ersten vier, weil die ersten drei Ziffern (207) kleiner wären, als die Zahl, durch die man teilt.

$1312 - 972 = 340$ und hängen an diese Zahl die nächste und letzte Ziffer unserer zu teilenden Zahl: 3402. Für diese Zahl suchen wir wieder eine gute Näherungszahl, die wir in Zeile 7 finden: 3402. Die Näherungszahl ist jetzt genau so groß, wie die, zu der man eine Näherung finden sollte; der Rest der Rechnung ist also 0. Ergebnis: 427 Rest 0)

11. Scotts Rechenzylinder:

Eine Erfindung von Caspari Scott, deren Pläne nach seinem Tod im Jahre 1668 an die Öffentlichkeit kamen, ist die des Rechenzylinders. Dieser Rechenzylinder arbeitet mit den Napier'schen Stäbchen. Es handelt sich um ein Gestell, in dem 10 Walzen drehbar vertikal gelagert sind. Die Walzen haben 10 Seiten, auf denen immer von oben nach unten ein Napier'sches Stäbchen abgebildet ist, also rund um die Walze zehn Napier'sche Stäbchen mit den kleinen Ein mal Einsen von 0 bis 9.

Anstatt die Napier'schen Stäbchen, die man für eine Rechnung brauchte, herauszusuchen und nebeneinander zu legen, brauchte man die Zahl jetzt nur noch einzustellen. Vor den Walzen war ein Deckel, der so eingeschnitten war, dass man von einer Walze immer nur ein ganzes Stäbchen sehen konnte. Die Abstände zwischen den sichtbaren „Stäbchen“ waren also recht groß und somit war diese Erfindung kein großer Erfolg.

12. Rechenschieber:

Der Pfarrer und Astronom Edmund Gunter erfand um das Jahr 1623 den Vorläufer des modernen Rechenschiebers. Er gravierte logarithmische Skalen auf Holz und Metall und für eine Multiplikation konnte man mit einem Stechzirkel zwei Längen addieren, für eine Division subtrahieren. William Oughtred verbesserte das Verfahren 1627, indem er zwei dieser Skalen nebeneinander verwendete, also anstatt mit einem Stechzirkel die zu addierende Länge zu nehmen, maß er sie einfach mit der zweiten Skala. Im Jahre 1654 wurde dann von Robert Bissaker der Rechenschieber herausgebracht, den wir heute kennen; mit einer Zunge, die in einem Gestell hin und her verschiebbar ist und einem Läuferstrich, den man über die gesamte Konstruktion bewegen konnte.

Das Prinzip des Rechenschiebers ist recht einfach: Zur Addition stehen zwei lineare Skalen zur Verfügung, die bei 0 anfangen. Diese sind mit den selben Intervallen ausgestattet und liegen in der Nullstellung, also wenn der Rechenschieber nicht benutzt zusammen geschoben wird, so, dass sich die Zahlen gegenüberstehen (1er neben 1er, 2er neben 2er....). Man schiebt die 0 über den einen Summanden und auf der nicht verschobenen Skala findet man das Ergebnis der Rechnung unter dem zweiten Summanden auf der verschobenen Skala.

Für die Subtraktion werden die selben Skalen verwendet. Man schiebt die zu subtrahierende Zahl auf einer Skala über die Zahl von der subtrahiert werden soll auf der anderen Skala. Unter der 0 der bewegten Skala kann man das Ergebnis der Rechnung ablesen.

Für die Multiplikation kann man diese Skalen nicht mehr benutzen. Hierfür sind auf dem Rechenschieber logarithmisch angeordnete Skalen, die mit der 1 anfangen vorgesehen. Das heißt, eigentlich sind auf dem Rechenschieber die Zahlen der Logarithmen geschrieben¹. Mathematisch ausgedrückt könnte man es auch so sagen: Auf dem Rechenschieber ist die Funktion $f(x)=\log(x)$ aufgezeichnet, wobei an der Position von $\log(x)$ statt des $f(x)$ -Wertes der x -Wert eingetragen ist.²

Das heißt, die 1 auf der logarithmischen Skala ist den Abstand $\log(1)$ von einer vorgestellten 0 (sie ist auf den logarithmischen Skalen nicht zu finden, weil der Logarithmus von 0 nicht definiert ist) weg und $\log(1)$ ist nun mal 0, also ist die 1 auf der logarithmischen Skala mit der 0 auf der linearen Skala zu vergleichen³. Die auf der logarithmischen Skala geschriebene 2 ist dann nicht zwei Einheiten von der vorgestellten 0 oder der geschriebenen 1 entfernt, sondern $\log(2)$, also etwa 3 Einheiten, wenn man zu der logarithmische Skala geistig noch eine lineare Skala mit Einheiten von 0 bis 10 legt.

Für die eigentliche Rechnung bedient man sich dann des Satzes: $\log(x*y) = \log(x) + \log(y)$. Das heißt, man addiert die Logarithmen der zu multiplizierenden Zahlen und das Ergebnis ist dann der Logarithmus des Produktes der beiden Zahlen. Dazu schiebt man die 1 der beweglichen Skala über den ersten Multiplikanden und liest unter dem zweiten Multiplikanden auf der beweglichen Skala das Produkt ab.

Es kann aber sein, dass man bei der Multiplikation mit dem Rechenschieber bei sehr einfachen Rechnungen scheinbar an seine Grenzen stößt. Wenn eine Rechenschieberskala bis 100 geht, und man will beispielsweise $11*12$ rechnen, so kann man die 1 wie gewohnt über die 11 stellen, wenn man jetzt aber über der 12 versucht, das Ergebnis abzulesen, wird man enttäuscht; die Skala, auf der man das Ergebnis finden sollte ist schon zu Ende (weil $11*12 > 100$). Um die Rechnung dennoch lösen zu können, muss man einfach die 10 oder die

¹ Die 5, die auf der logarithmischen Skala gedruckt ist, bedeutet eigentlich $\log(5)$. Wenn man ein Lineal von 25cm Länge neben eine logarithmische Skala von gleicher Länge legt, so findet man die 1 der logarithmischen Skala bei der 0 des Lineals ($25\text{cm}*\log(1)$). Die 5 der logarithmischen Skala findet man dann bei ca. 17,47cm, also $25\text{cm}*\log(5)$.

Wenn man jetzt ein Lineal von 25 cm mit 10 gleich großen Abschnitten hätte, könnte man bei der 5 der logarithmischen Skala etwa die 7 der linearen Skala finden.

² Also eigentlich $10^{\text{[die entsprechende Stelle]}}$.

³ Weil sie ja den Abstand 0 ($\log(1)$) von der 0 entfernt ist.

100 auf unter die 11 stellen und dann bei der 12 nachschauen. Als Ergebnis erhält man (wenn man die 10 unter die 11 gestellt hat) 13,2 oder 1,32. Diese Ergebnisse sind jetzt also einfach noch mal 10 b.z.w. 100 zu nehmen. Man kann sich dazu auch vorstellen, man teilt die Zahl, die man multiplizieren will erst durch 10 und multipliziert das Ergebnis dann wieder mit 10, damit es stimmt.

Auf dem Rechenschieber findet man die Zahlen von 1-10 und von 1-100, man kann sich aber dennoch in weit höheren Zahlenräumen bewegen. Dazu wird die Zahl auf dem Rechenschieber einfach mit einer Potenz von 10 multipliziert⁴. Also kann die 3 auf dem Rechenschieber für 3, 3000 oder 0,0000000003 stehen. Der Rechnende bedarf dann aber logischerweise der Fähigkeit, den Zahlenraum abzuschätzen, in dem sein Ergebnis liegt. Wenn man nun $7 \cdot 9$ rechnet, kann man auf dem Rechenschieber als Ergebnis 6,3 oder 63 oder 63000 ablesen und muss sich dann für eine der Zahlen entscheiden. Bei den meisten Rechenschiebern findet man deshalb auch keine 10er oder 100er Marke, sondern die Reihenfolge geht 1, 2, ..., 9, 1, 2, ..., 9, 1.

Für eine Division nutzt man wieder die selben Skalen wie für die Multiplikation und schiebt dazu die Zahl, durch die geteilt werden soll auf der beweglichen Skala über die Zahl, die geteilt werden soll und kann dann unter der 1 auf der beweglichen Skala das Ergebnis der Division ablesen. Hier macht man sich den Satz $\log(x/y) = \log(x) - \log(y)$

Auch der Rechenschieber verfügt über eine Vielzahl von Zusatzfunktionen, die in Form von einzelnen Skalen auf dem Rechenschieber zu finden sind. Dadurch, dass die Hauptskalen (für Multiplikation und Division) logarithmisch angeordnet sind, ist es natürlich leicht, den Logarithmus einer Zahl zu berechnen. Es reicht hierfür ja einfach eine lineare Skala, die unbeweglich montiert ist. Für jeden Wert auf der logarithmischen Skala kann man dann den Logarithmus auf der linearen Skala ablesen. Hierfür ist bei den meisten Rechenschiebern ein Läuferstrich vorhanden. Er ist einfach ein gerader, verschiebbarer Strich. Ihn kann man zum Beispiel auf die 5 auf der Hauptskala einstellen und erhält auf den anderen Skalen sofort Ergebnisse, wie z.B.:

- Reziproke Werte $1/x$ (0,5)
- Quadrat x^2 (25)
- Kubik x^3 (125)
- Logarithmus $\lg(x)$ (ca. 0,7)
- e^x (ca. 150)
- $e^{0,1x}$ (ca. 1,65)
- $e^{0,01x}$ (ca. 1,0514)
- \sin für $0,1x$ (ca. 30°) mit \cos
- \arcsin für $0,01x$ (ca. $2,86^\circ$)
- $\sqrt{\{1-(0,1x)^2\}}$ ⁵ (ca. 0,8658)
- \tan für $0,1x$ (ca. $26,51^\circ$) mit \cot
- \tan für x (ca. $78,7^\circ$) mit \cot
- $\pi \cdot x$ (ca. 15,72)
- $1/(\pi \cdot x)$ (ca. 0,0636)

Und das alles auf einem Schülerstab. Da der Läuferstrich noch ein paar Striche mehr hat (rechts und links) nennt man ihn auch Mehrstrichläufer und er kann beispielsweise:

- Flächeninhalt eines Kreises von gegebenem Durchmesser b.z.w. Durchmesser eines Kreises von gegebenem Flächeninhalt anzeigen
- Berechnen, wie schwer eine ein Meter lange Walze aus Eisen von gegebenem Durchmesser ist
- KW in PS umrechnen

⁴ Also multipliziert mit 10^x , wenn x eine ganze positive oder negative Zahl oder Null ist.

⁵ Pythagoreische Skala

- Km/h direkt in m/sek umwandeln

Kombiniert man den Mehrstrichläufer und die Skalen, kann man noch mehr ausrechnen, z.B.:

- Zinsen eines gegebenen Betrages zu einem gegebenen Zinssatz in gegebener Zeit
- Potenzen und Wurzeln beliebiger Zahlen
- Logarithmen mit beliebiger Basis

13. Rechenscheibe:

Die Rechenscheibe verdient keine große Erwähnung, weil sie genau das Prinzip des Rechenschiebers übernahm und eben statt dass die Skalen auf Zungen gegeneinander geschoben werden, wurden sie bei der Rechenscheibe gegeneinander gedreht.

Der einzige Vorteil, den diese neue Art der Anordnung brachte, war die leicht gesteigerte Genauigkeit gegenüber dem Rechenschieber. Bei dem Rechenschieber gilt die Regel: „Je länger der Rechenschieber ist, desto größer ist seine Genauigkeit“. Eine Rechenscheibe, deren Skala 30cm lang sein soll (so lange wie ein normaler Rechenschieber), muss dann nur ein Durchmesser von weniger als 10cm haben.

Interessant ist aber, dass diese Art von Rechenmaschine mit eigentlich längst überkommener Technik noch im Einsatz ist. Bei manchen Tankstellen kann man sich für ca. 1€ eine Parkscheibe kaufen, auf deren Rückseite ein Rad ist, auf dem man einstellen muss, wie viel man getankt hat und wie weit man damit kam und die Scheibe liefert dann als Ergebnis den Durchschnittsverbrauch und die Kosten für Benzin bei bestimmten Preisen, oder man stellt ein, wie viel Geld man ausgeben möchte und was der Verbrauch des Wagens ist und die Scheibe „errechnet“, wie weit man fahren werden kann. Und das alles funktioniert nach dem System von logarithmisch angeordneten Skalen, die gegeneinander bewegt werden.

14. Rechenwalze:

Um noch genauere Verfahren nach dem Prinzip des Rechenschiebers zu erhalten, kam bald die Idee der Rechenwalze auf. Im Jahre 1930 erschien die Rechenwalze von Julius Billeter in der Schweiz. Sie arbeitete nach dem Prinzip des Rechenschiebers, nur dass die Skalen hier rund um eine Walze gewickelt wurden. Auf diese Weise konnte mit einer 60cm breiten Walze eine Genauigkeit erreicht werden, die mit einem 15 Meter langen Rechenschieber zu erreichen wäre.

Bei dieser Walze sind zwei Läufer unbedingt nötig und ein weiterer sehr praktisch – vergleichbar mit dem Läuferstrich beim Rechenschieber – weil es nur eine Skala zum Multiplizieren und Dividieren gibt. Einer der drei Läufer ist fest und unter ihm wird die Skala bewegt; das ist die Bewegung zur Multiplikation. Die Bewegung des bzw. der beweglichen Läufer(s) ist die Bewegung zur Division. Bei einer Rechnung muss sich immer eine Divisions- und eine Multiplikationsbewegung abwechseln und die erste und die letzte Bewegung muss eine Multiplikationsbewegung sein. Wenn man beispielsweise nur multiplizieren will, muss man einfach durch 1 teilen, um an Anfang und Ende der Rechenoperationen eine Multiplikationsbewegung zu haben und abwechselnd auf die Multiplikationsbewegungen eine Divisionsbewegung.

Konkret sieht die Multiplikation so aus: Der erste Multiplikand wird unter den unbeweglichen Läufer geschoben (die Skala wird bewegt, also ist das die Multiplikationsbewegung). Dann wird der bewegliche Läufer über eine $1(*10^x)$ gesetzt (hier handelt es sich also um eine Divisionsbewegung). Wenn man jetzt den zweiten Multiplikanden unter den beweglichen Läufer bewegt (wieder eine Multiplikationsbewegung), so kann man unter dem festen Läufer das Ergebnis ablesen.

Bei der Division geht man so vor: Die Zahl, die geteilt werden soll, schiebt man unter den unbeweglichen Läufer (Multiplikationsbewegung). Dann schiebt man den beweglichen Läufer über die Zahl, durch die geteilt werden soll (Divisionsbewegung) und schiebt eine $1(*10^x)$ unter den beweglichen Läufer (Multiplikationsbewegung). Den Quotient kann man wieder bei dem unbeweglichen Läufer ablesen.

Man sieht hierbei sehr gut, dass Rechenschieber und Rechenwalze im Grunde das selbe sind. Um zu verdeutlichen, dass sie mit dem selben Prinzip und nach der selben Technik arbeiten können, nimmt man einfach einen Rechenschieber als Modell für die Rechenwalze. Man muss sich einfach vorstellen, dass die bewegliche Zunge der drehbare Walzenkörper (also die einzige Skala der Rechenwalze) ist, der Läuferstrich des Rechenschiebers der bewegliche Läufer der Rechenwalze und die 1 des Rechenschiebers ist der unbewegliche Läufer der Rechenwalze.

15. Addiator:

Der Addiator stellte ein bis zur Mitte des 20. Jh. ein gebräuchliches Gerät zur Addition und später auch zur Subtraktion¹ dar, das einen halbautomatischen Zehnerübertrag schaffte und eine Rechenmaschine für die breiten Massen der Bevölkerung war. Der am 13.1.1875 im Alten Stuttgarter Schloss geborene Karl (oder Carl) Kübler gründete 1920 in Berlin seine Firma mit dem Namen „ADDIATOR GmbH“ und produzierte von da an preiswerte (da leicht herzustellende) Rechengeräte, bis der Markt nach dem zweiten Weltkrieg von billigen Imitaten aus Fernost überschwemmt wurde und später der elektronische Taschenrechner seinen Siegeszug antrat.

Das Rechnen mit dem Addiator ist sehr einfach. Mit einem Rechenstift – ein Stift, der nicht schreiben kann, dafür eine sehr feste Spitze hat – verschiebt man Metallleisten, die beschriftet sind, und an den Seiten Einschnitte haben. Es liegen so viele dieser Leisten nebeneinander, wie man Stellen berechnen möchte. Ein solcher Streifen hat auf der linken Seite 20 Einschnitte, die über den Streifen verteilt sind und von denen die oberen zehn rot umrandet sind und auf der rechten Seite 11 Einschnitte, die sich nur in der oberen Hälfte erstrecken. Zwischen den Einschnitten sind die Ziffern 0-9 und an den oberen und unteren Enden Pfeile nach oben oder unten eingetragen.

Der Mechanismus ist fast völlig verdeckt, so dass man nur immer pro Zeile 10 der linken Einschnitte sehen kann und eine der Ziffern. Neben den Einschnitten stehen auf der Abdeckung noch Zahlen. Um eine Ziffer zu addieren, sticht man neben dieser Ziffer in den Einschnitt und zieht den Metallstreifen bis zum Ende der Abdeckung; zum unteren Ende, wenn der Einschnitt weiß umrandet ist, zum oberen Ende, wenn der Einschnitt rot umrandet ist. Wenn man einen Streifen nach oben schiebt, erfolgt der halbautomatische Zehnerübertrag, indem oben der Rechenstift in einer Kurve nach links gezogen wird, wo er dann bei dem nächst linken Streifen in einen der rechten Einschnitte kommt und damit den Streifen um eine Stelle nach unten zieht (es ist nur eine Stelle möglich, weil die Abdeckung mehr verhindert).

Mit dem Gerät kann man auch multiplizieren, allerdings bedarf es dazu eines umständlichen Tricks, den wir schon bei der Multiplikation mit dem Abakus kennen gelernt haben. Man löst einfach die Multiplikation wieder in eine Addition auf. (Bsp.: $386 \cdot 24$ Man addiert 3860 zu 3860 und dann noch viermal 386. Im Endeffekt rechnet man dann: $386 \cdot 24 = 386 \cdot 10 + 386 \cdot 10 + 386 \cdot 1 + 386 \cdot 1 + 386 \cdot 1 + 386 \cdot 1 = 386 \cdot 20 + 386 \cdot 4$

Die Division kann man dann wieder so wie bei dem Abakus vornehmen, dazu braucht man aber einen Addiator, der subtrahieren kann. Um zu teilen zieht man die Zahl, durch die man teilt immer wieder ab und merkt sich (oder schreibt sich auf), wie oft man sie pro Stelle abziehen konnte. (Bsp.: $386/4$ bei den 100ern kann man keine 4 abziehen, also hat das Ergebnis bei den 100ern eine **0**. Bei den 10ern kann man die 4 **9** mal abziehen, also hat das Ergebnis bei den 10ern eine **9**. Bei den 1ern kann man die 4 **2** mal abziehen, also hat das Ergebnis bei den 1ern eine **2**).

¹ Aufgrund seines Funktionsprinzips braucht man einen Addiator für die Addition und einen für die Subtraktion, wobei beide Geräte anders aufgebaut sind (der Übertrag muss ja in die jeweils andere Richtung ablaufen).

Quellen:

- Friedrich Naumann: Vom Abakus zum Internet. Darmstadt 2001.
- Herbert Matis: Die Wundermaschine. Frankfurt/Main 2002.
- Johann Paul Bischoff: Versuch einer Geschichte der Rechenmaschine. Ansbach 1804.
- Alfred Waize: Die Welt der Rechenmaschinen. Erfurt 1999.
- Allgemeine Nachschlagewerke in den Büchereien in Besigheim und Bietigheim

Die Titel hören sich alle sehr ergiebig an, sind sie aber nicht. Die Bücher haben ihre Schwerpunkte meistens auf den mechanischen Rechenmaschinen, angefangen bei der von Wilhelm Schickhard endend bei den modernen Großrechnern. Die Rechenhilfsmittel werden nur in den ersten Kapiteln als kurzer geschichtlicher Hintergrund erwähnt und ihre Funktionsweise wird oftmals nicht näher erläutert; das musste ich mir selbst durch Überlegungen ausklamüsern, oder es wurde erklärt, wie man rechnet, aber nicht, wie der Mechanismus wirklich funktioniert; das durfte ich dann wieder überlegen.

Auf die Verwendung des Internets habe ich versucht zu verzichten, einfach weil die Quellen nicht sicher sind, wenn jeder sich als Fachmann ausgeben darf; bei den Bildern habe ich trotzdem die Google-Bildersuche bemüht.