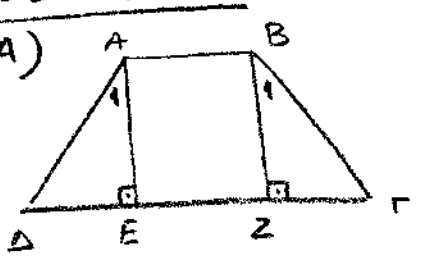
ΘΕΜΑ 1ο

Β) Λ, Σ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Α)



Διάμεσος $MN = \frac{AB+\Gamma\Delta}{2} = \frac{\alpha+3\alpha}{2} = \frac{4\alpha}{2} = 2\alpha$

Β) $AB\Gamma\Delta$ ισοσκ. τραπ. $\Rightarrow \begin{cases} \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 45^\circ \\ A\Delta = B\Gamma \end{cases}$ $\hat{A}_1 = 180^\circ - \hat{E} - \hat{\Delta} = 180 - 90 - 45^\circ = 45^\circ$

$\hat{B}_1 = 180 - \hat{Z} - \hat{\Gamma} = \ldots = 45^\circ$

$\hat{A}_1 = \hat{\Delta} = 45^\circ \Rightarrow A\hat{\Delta}E$ ισοσκ., $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma} = 45^\circ \Rightarrow B\hat{\Gamma}Z$ ισοσκ.

$A\hat{\Delta}E, B\hat{\Gamma}Z$
1) $A\Delta = B\Gamma$
2) $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}$
3) $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$
$\Rightarrow A\hat{\Delta}E = B\hat{\Gamma}Z$

Γ) $AB\Gamma\Delta$ τραπ. $\Rightarrow AB \parallel \Gamma\Delta \Rightarrow AB \parallel EZ$ $\Rightarrow ABZE\#$ $\Rightarrow EZ = AB = \alpha$

$AE, BZ \perp \Gamma\Delta \Rightarrow AE \parallel BZ$

$A\hat{\Delta}E = B\hat{\Gamma}Z \Rightarrow \Delta E = \Gamma Z = x$ Άρα $\Delta E + EZ + \Gamma Z = 3\alpha \Leftrightarrow x + \alpha + x = 3\alpha$

$\Leftrightarrow 2x + \alpha = 3\alpha \Leftrightarrow 2x = 3\alpha - \alpha \Leftrightarrow 2x = 2\alpha \Leftrightarrow x = \alpha$.

Άρα $\Delta E = \alpha$ και επειδή $A\hat{\Delta}E$ ισοσκελές έχουμε $AE = \Delta E = \alpha$.

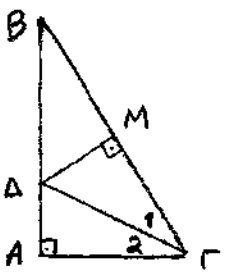
ΘΕΜΑ 3ο

Α) $\hat{A} = 90$ άρα $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{B} + 2\hat{B} = 90^\circ \Leftrightarrow 3\hat{B} = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 30^\circ$

Επομένως $\hat{\Gamma} = 2\hat{B} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.

Β) Στο $\Delta B\Gamma$ έχουμε ΔM ύψος και διάμεσος επομένως

$\Delta B\Gamma$ ισοσκελές $\Rightarrow \begin{cases} \hat{\Gamma}_1 = \hat{B} = 30^\circ & \hat{\Gamma} = 60^\circ \\ \Gamma\Delta = B\Delta & \hat{\Gamma}_1 = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{\Gamma}_2 = 30^\circ$



Άρα $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 = 30^\circ$ δηλ $\Gamma\Delta$ διχοτόμος της $\hat{\Gamma}$.

Γ) $B\hat{M}\Delta$ ορθογώνιο & $\hat{B} = 30^\circ \Rightarrow M\Delta = \frac{B\Delta}{2} \Rightarrow B\Delta = 2 \cdot M\Delta$ (1)

$M\hat{\Delta}\Gamma, A\hat{\Delta}\Gamma$
1) ορθογώνια
2) $\Gamma\Delta$ κοινή
3) $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$
$\Rightarrow M\hat{\Delta}\Gamma = A\hat{\Delta}\Gamma \Rightarrow M\Delta = A\Delta$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow B\Delta = 2 \cdot A\Delta$

ΘΕΜΑ 4ο

Α) $AB \parallel \Gamma\Delta \Rightarrow \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\Gamma} + \hat{\Gamma} = 180 \Leftrightarrow 3\hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 60^\circ$ Άρα $\hat{B} = 120^\circ$

Β) $B\hat{E}\Gamma$ ορθογώνιο, $\hat{\Gamma} = 60^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 30^\circ \Rightarrow \Gamma E = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{2AB}{2} = AB$

Δηλ $\Gamma E \parallel = AB \Rightarrow ABE\Gamma\# \Rightarrow A\Gamma, BE$ διαγώνια δίχοτομούνται

Γ) $ABE\Gamma\# \Rightarrow AE \parallel B\Gamma \Rightarrow AE \parallel BM \Rightarrow ABME$ τραπέζιο

$B\hat{E}\Gamma$ ορθογώνιο, EM διάμεσος προς υποτείνουσα $\alpha \Rightarrow$

$EM = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{2AB}{2} = AB$ Δηλ $EM = AB$ άρα $ABME$ ισοσκ. τραπ.