

# RUANG DIMENSI TIGA

# 7

Hanya yang memakmurkan masjid-masjid Allah ialah orang-orang yang beriman kepada Allah dan hari kemudian, serta tetap mendirikan shalat, menunaikan zakat dan tidak takut (kepada siapapun) selain kepada Allah, maka merekalah orang-orang yang diharapkan termasuk golongan orang-orang yang mendapat petunjuk (Q.S. At-Taubah : 18)



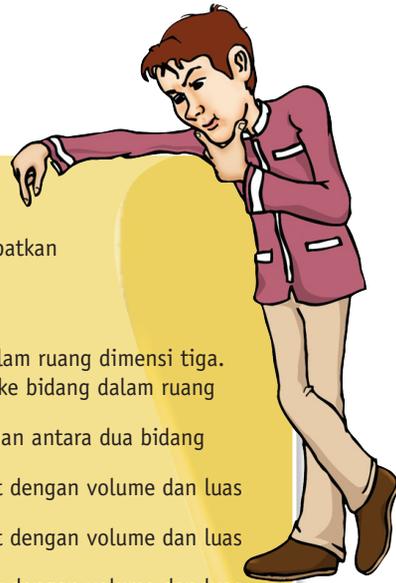
Panitia pembangunan masjid berniat untuk melakukan pengecatan pada kubah. Kubah tersebut berbentuk stengah bola dengan diameter 7 meter. Biaya pengecatan setiap  $1 \text{ m}^2$  diperkirakan menelan biaya Rp150.000,00. Hitunglah total biaya yang diperlukan untuk pengecatan kubah masjid tersebut?

## Standar Kompetensi

Menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga

### Kompetensi Dasar

1. Menentukan kedudukan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga.
2. Menentukan jarak dari titik ke garis dan dari titik ke bidang dalam ruang dimensi tiga.
3. Menentukan besar sudut antara garis dan bidang dan antara dua bidang dalam ruang dimensi tiga.
4. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan balok.
5. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan kubus.
6. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan limas.
7. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan kerucut.
8. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan tabung.
9. Menentukan perhitungan-perhitungan yang terkait dengan volume dan luas permukaan bola.
10. Melukiskan balok dan kubus dengan aturan proyeksi tertentu.
11. Menentukan irisan dari bangun ruang balok, kubus dan limas.



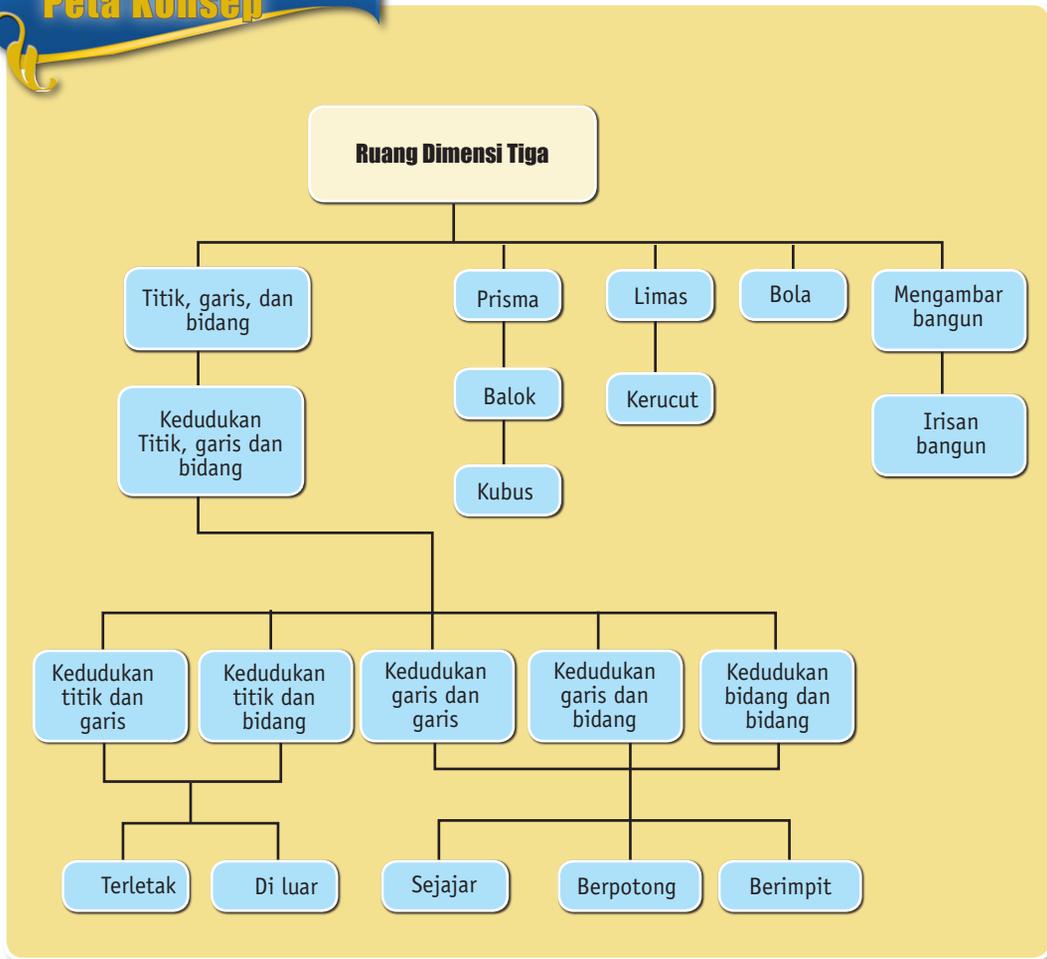
## Indikator

Setelah mempelajari bab ini, kamu diharapkan mampu:

1. Menentukan kedudukan titik dan garis dalam ruang.
2. Menentukan kedudukan titik dan bidang dalam ruang.
3. Menentukan kedudukan antara dua garis dalam ruang.
4. Menentukan kedudukan garis dan bidang dalam ruang.
5. Menentukan kedudukan antara dua bidang dalam ruang.
6. Menentukan jarak titik dan garis dalam ruang.
7. Menentukan jarak titik dan bidang dalam ruang.
8. Menentukan jarak antara dua garis dalam ruang.
9. Menentukan besar sudut antara dua garis dalam ruang.
10. Menentukan besar sudut antara garis dan bidang dalam ruang.
11. Menentukan besar sudut antara dua bidang dalam ruang.
12. Menentukan volume dan luas permukaan balok.
13. Menentukan volume dan luas permukaan kubus.
14. Menentukan volume dan luas permukaan limas.
15. Menentukan volume dan luas permukaan kerucut.
16. Menentukan volume dan luas permukaan tabung.
17. Menentukan volume dan luas permukaan bola.
18. Melukiskan kubus dengan aturan dan proyeksi tertentu.
19. Melukiskan balok dengan aturan dan proyeksi tertentu.
20. Menentukan irisan pada kubus.
21. Menentukan irisan pada limas.



**Peta Konsep**



**Kata Kunci**

- |                |                          |                  |
|----------------|--------------------------|------------------|
| Garis          | Kerucut                  | Sudut            |
| Titik potong   | Tabung                   | Bidang           |
| Bola           | Garis tegak lurus bidang | Bidang frontal   |
| Berpotongan    | Bersilangan              | Garis orthogonal |
| Sejajar        | Bidang orthogonal        | Menembus         |
| Perbandingan   | Proyeksi                 | Balok            |
| Sumbu afinitas | Kubus                    | Irisan           |
| Sudut surut    | Limas                    |                  |

Sebelum mengkaji materi ruang dimensi tiga, marilah kita baca dan skaji bersama Al-Qur'an Surah at-Taubah ayat 18 berikut ini

إِنَّمَا يَعْمُرُ مَسَاجِدَ اللَّهِ مِنْ ءَامِنٍ بِاللَّهِ وَالْيَوْمِ  
الْآخِرِ وَأَقَامَ الصَّلَاةَ وَءَاتَى الزَّكَاةَ وَلَمْ يَتَخَشَّ إِلَّا اللَّهَ  
فَعَسَىٰ أُولَٰئِكَ أَنْ يَكُونُوا مِنَ الْمُهْتَدِينَ ﴿١٨﴾

Artinya:

*Hanya yang memakmurkan masjid-masjid Allah ialah orang-orang yang beriman kepada Allah dan hari kemudian, serta tetap mendirikan shalat, menunaikan zakat dan tidak takut (kepada siapapun) selain kepada Allah, maka merekalah orang-orang yang diharapkan termasuk golongan orang-orang yang mendapat petunjuk.*

Pada bagian ini kita akan mengkaji kedudukan antara garis dan bidang. Mengingat kembali dan menelaah lebih dalam tentang obyek-obyek bangun ruang yang telah kita pelajari sewaktu di SMP/MTs, seperti kubus, balok, limas, kerucut, dan bola. Di bab ini pula, akan kita telusuri bagaimana melukis bangun ruang dengan proyeksi dan perbandingan yang benar serta diakhiri dengan mencari irisan bangun dari bangun ruang. Perhatikan ilustrasi berikut ini!

Menurut hasil perhitungan al-Biruni dalam Kitab al-Tahdid yang diselesaikannya di Ghazna India pada tahun 1024, ia menemukan bahwa keliling bumi adalah 24.778,5 mil. Hasil ini hanya berselisih dengan ukuran sebenarnya (modern) 193,5 mil saja, yaitu 24.585 mil. Dan itupun karena al-Biruni tidak bisa mengetahui bentuk sebenarnya dari bumi. Ia membayangkan bahwa bumi itu bulat sempurna, tetapi ternyata, menurut penelitian ilmiah (modern), bentuk bumi sedikit oval. Sekarang, dapatkah kamu temukan berapakah diameter bumi (dalam satuan kilometer) dengan menggunakan data hasil perhitungan al-Biruni?



**Kuis  
 Apersepsi**

Sudah siapkah kamu berpetualang di belantara “Ruang Dimensi Tiga” ini? Untuk mengukur apakah diri kamu termasuk orang yang sudah siap atau tidak, kamu bisa menguji diri sendiri lewat kuis apersepsi ini.

1. Hasi perpotongan antara garis dan garis adalah....
  - a. titik
  - b. garis
  - c. bidang
  - d. sudut
2. Diagonal ruang kubus dengan panjang sisi 5 cm adalah...
  - a.  $5\sqrt{2}$  cm
  - b.  $5\sqrt{3}$  cm
  - c. 10 cm
  - d. 100 cm
3. Luas permukaan kubus dengan panjang sisi 5 cm adalah...
  - a.  $20\text{ cm}^2$
  - b.  $30\text{ cm}^2$
  - c.  $100\text{ cm}^2$
  - d.  $150\text{ cm}^2$
4. Volume bola dengan jari-jari  $r$  adalah...
  - a.  $\frac{1}{3}\pi r^2$
  - b.  $\frac{1}{3}\pi r^3$
  - c.  $\frac{4}{3}\pi r^2$
  - d.  $\frac{4}{3}\pi r^3$

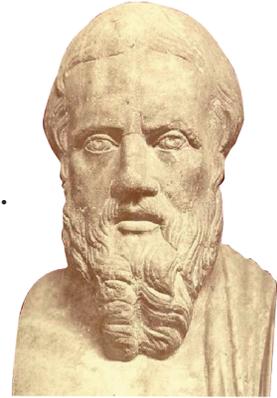


Kesuksesan diawali dari sebuah keberanian untuk “bermimpi.” Bermimpi saja tidak berani, bagaimana bisa mencapai sukses?

(Tung Desem Waringin)

## A. Sejarah Geometri (Handasah)

Tahukah kamu apa yang dimaksud dengan ilmu geometri itu? Geometri atau handasah adalah ilmu yang tidak saja mengkaji sifat-sifat ruang tetapi juga berkaitan dengan pengukuran baik panjang, lebar maupun volume. Perkataan geometri berasal dari bahasa Yunani yaitu *geo* bermakna tanah dan *metre* bermakna pengukuran.



Sumber: www.malaspina.com

Menurut ahli sejarah Yunani, Herodotus

(450 SM), geometri berasal dari Mesir, yaitu dari ilmu ukur tanah orang Mesir yang diperlukan akibat banjir yang sering terjadi di sungai Nil. Sebuah manuskrip tua orang Mesir berjudul Papyrus Rhind yang ditulis oleh Ahmes lebih

kurang dalam tahun 2000 SM sekarang ini masih terdapat di museum British di London. Manuskrip ini berisi hukum-hukum dan rumus-rumus mencari luas tanah dan isi muatan sebuah gudang gandum. Kehadiran geometri di tahun 1300 SM telah digunakan secara meluas untuk melakukan pengukuran panjang, luas, dan volume di Negara Mesir tersebut. Thales of Miletas (600 SM) adalah orang yang memperkenalkan geometri orang Mesir ke negara Yunani.

Herodotus. Pada abad 5 SM, ahli sejarah Yunani, Herodotus melakukan perjalanan besar-besaran di Mediterian untuk melihat perbedaan budaya manusia. Ketika dia menulis tentang Mesir, dia menceritakan 'piramida'



Foto di samping adalah Piramid Khafre di Giza Mesir (yang juga diceritakan Herodotus) diakui sebagai bagian karya agung arsitektur dunia. Piramid ini merupakan tempat disemayamkannya jasad Pharaoh Kahfre. Tinggi piramid ini 136 meter. Bentuk piramid ini merupakan salah satu bagian dari kajian geometri.

Sumber: www.richard-seaman.com

## THABIT IBN QURRA

**T**habit Ibn Qurra (836 – 891 M) dari Harran, Mesopotamia adalah orang Islam yang ahli dalam bidang geometri. Beliau melanjutkan usaha-usaha Al Khwarizmi, dan menerjemahkan tujuh dari delapan karya Appolonius tentang geometri. Beliau juga menerjemahkan karya Euclid, Archimedes dan Claudius Ptolemy yang akhirnya menjadi buku pedoman geometri di kalangan orang Islam.



Sumber: www.famousmustims.com

Ibn Qurra menulis beberapa buku geometri. Karya-karyanya antara lain: On the Premises of Euclid (Pernyataan-pernyataan Euclid), On the Prepositions of Euclid (Preposisi-preposisi Euclid). Beliau diberi kehormatan karena karyanya yang berjudul Introduction to the Book of Euclid, yaitu sebuah risalah tentang geometri.

## AHLI-AHLI GEOMETRI MUSLIM LAINNYA

**A**hli-ahli geometri muslim yang lain di antaranya: Ibn Al-Haitham (juga ahli optik), Al-Kindi (juga ahli optik), Al-Hajjaj Ibn Yusuf, dan Khwarizmi (di samping ahli aljabar). Khwarizmi telah menjelaskan teorema tentang segitiga sama sisi dan sama kaki. Berdasarkan hasil enghitung luas segitiga,

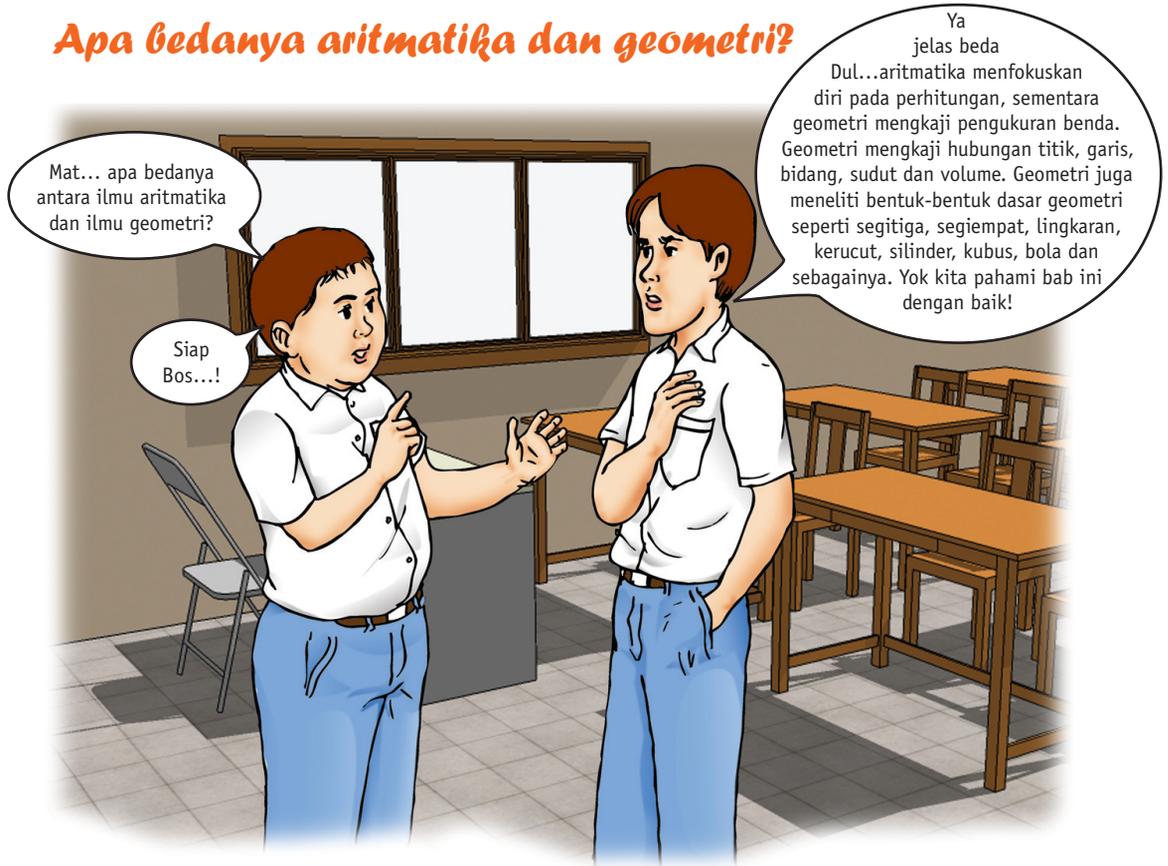
segiempat dan lingkaran. Untuk nilai  $\pi$ , Khwarizmi menggunakan " $3\frac{1}{7}$ " yang sekarang ini masih digunakan orang dalam perhitungan luas lingkaran dalam bentuk pecahan " $\frac{22}{7}$ ". Satu bab yang terdapat dalam buku aljabar membicarakan geometri, yaitu pada bab al-Misaha, pengukuran luas.

Al-khwarizmi menemukan nilai  $\pi$  sebagai  $3\frac{1}{7}$  yang sampai saat ini masih digunakan orang untuk menghitung luas lingkaran dalam bentuk pecahan  $\frac{22}{7}$



## B. Titik, Garis, dan Bidang

### Apa bedanya aritmatika dan geometri?



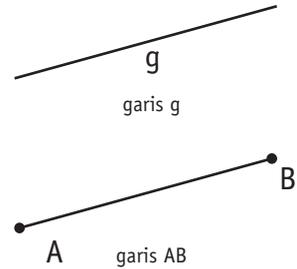
Tahukah kamu apa pengertian titik, garis dan bidang itu? Apakah titik, garis, dan bidang itu obyek yang bisa kita inderawi ataukah merupakan obyek yang abstrak di alam pikiran kita saja?

## TITIK

Titik tidak dapat didefinisikan, tetapi dapat dinyatakan dengan tanda noktah (.). Nama sebuah titik biasanya menggunakan huruf kapital seperti A, B, C, P, Q atau R.

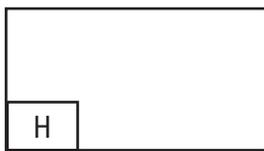
## GARIS

Garis yang dimaksud di sini adalah garis lurus. Garis tidak memiliki lebar atau tebal, Oleh karena itu, garis tetapi memiliki panjang yang tidak terhingga. Kita hanya digambarkan sebagian (wakil garis) dari garis tersebut. Nama dari sebuah garis dapat dinyatakan dengan menyebut nama dari wakil garis itu dengan memakai huruf kecil seperti k, l, m atau dengan menggunakan dua huruf kapital yang terletak pada pangkal dan ujung garis tersebut, misal: AB, AC.



## BIDANG

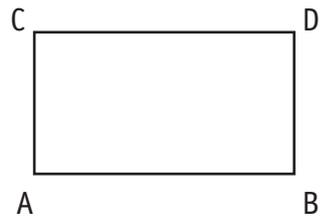
Bidang yang dimaksud di sini adalah bidang datar yang dapat diperluas seluas-luasnya. Sebuah bidang hanya dilukiskan sebagian saja yang disebut sebagai wakil bidang. Wakil dari sebuah bidang mempunyai ukuran panjang dan lebar. Nama dari wakil bidang dituliskan pada pojok bidang dengan menggunakan simbol  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  atau huruf kapital K, L, M, H atau menyebut titik sudut dari wakil bidang itu.



bidang H



bidang  $\beta$

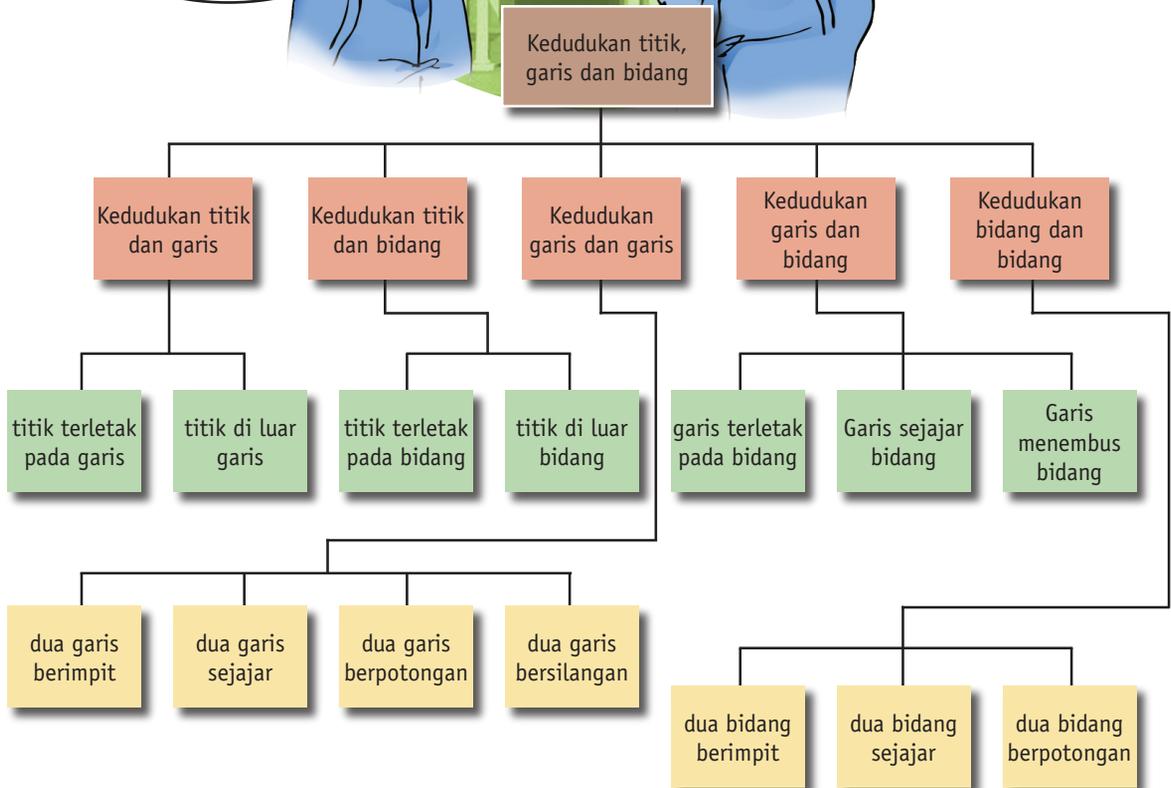
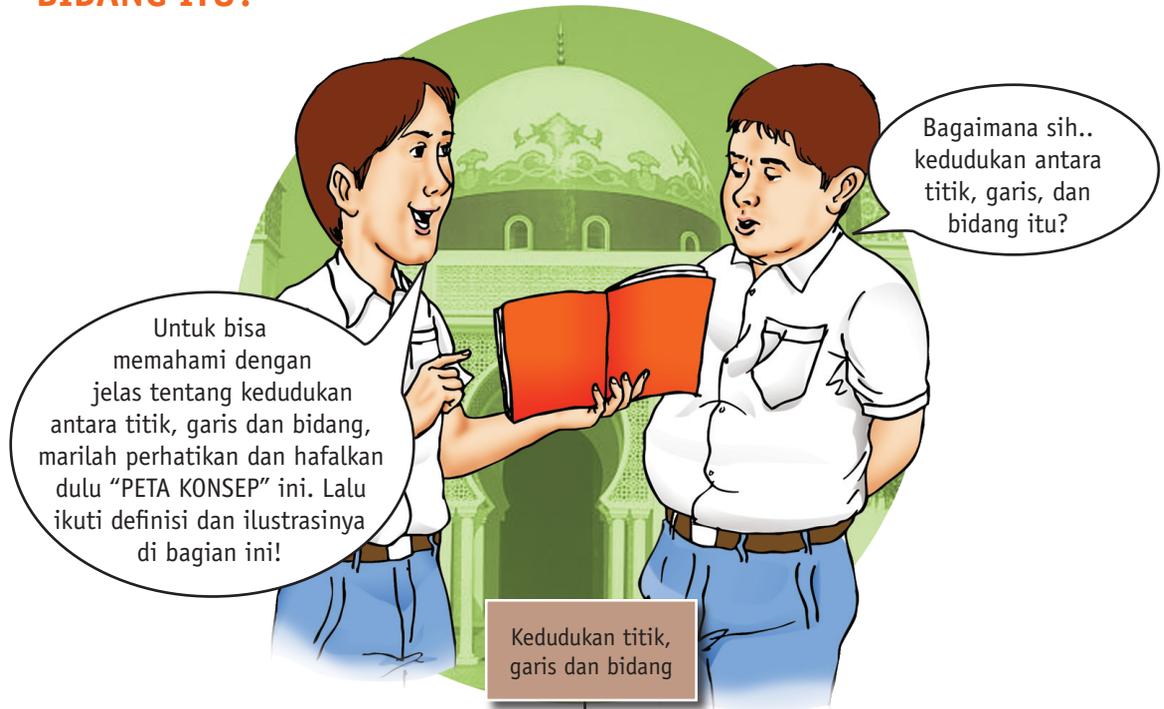


bidang ABCD

Teman sejati merupakan karunia terbesar dan yang paling sedikit kita pikirkan untuk memperolehnya  
(Francois, Duc de La Rochefoucauld)

# C. Kedudukan Titik, Garis, dan Bidang

**BAGAIMANA SIH KEDUDUKAN ANTARA TITIK, GARIS DAN BIDANG ITU?**



## KEDUDUKAN TITIK DAN GARIS

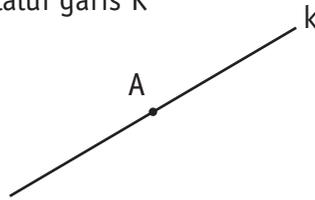
Kedudukan antara titik dan garis ada dua macamnya, yaitu:

a) Titik terletak pada garis

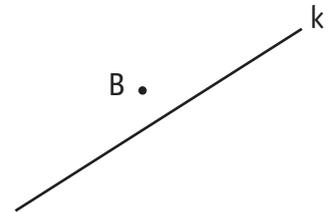
Sebuah titik dikatakan terletak pada garis  $k$ , jika titik  $A$  dapat dilalui oleh garis  $k$ .

b) Titik di luar garis

Sebuah titik  $B$  dikatakan di luar garis  $k$ , jika titik  $B$  tidak dapat dilalui garis  $k$ .



Titik A terletak pada garis  $k$



Titik B di luar garis  $k$

## KEDUDUKAN TITIK DAN BIDANG

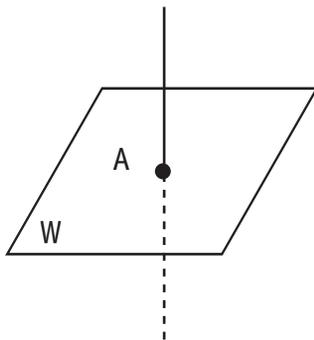
Kedudukan titik dan bidang ada dua macamnya, yaitu:

a) Titik terletak pada bidang

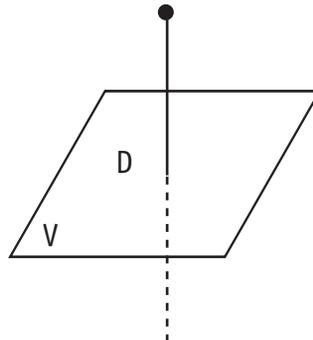
Titik  $A$  dikatakan terletak pada bidang  $W$  jika titik  $A$  dapat dilalui oleh bidang  $W$ .

b) Titik di luar bidang

Titik  $B$  dikatakan di luar bidang  $V$  jika titik  $B$  tidak dapat dilalui oleh bidang  $V$ .



Titik A terletak pada bidang  $W$



Titik B terletak pada bidang  $V$

## KEDUDUKAN DUA BUAH GARIS

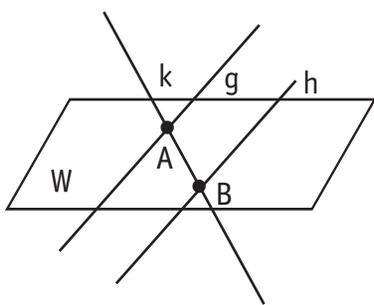
Kedudukan dua garis dalam ruang kemungkinannya ada empat, yaitu:

- Berimpit (kedua garis terletak pada satu bidang)
- Berpotongan (kedua garis terletak pada satu bidang)
- Sejajar (kedua garis terletak pada satu bidang)
- Bersilangan (kedua garis tidak satu bidang)

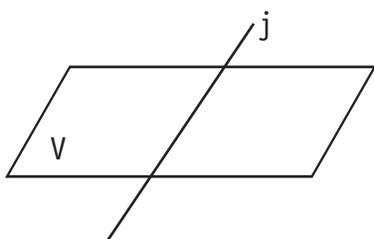


Pesawat-pesawat ini melakukan manuver membentuk garis sejajar

Sumber: www.nasaexplores.com



Garis k, g, dan h terletak pada bidang W.  
 Garis g sejajar dengan garis h ( $g \parallel h$ )  
 Garis k berpotongan dengan g  
 Garis k berpotongan dengan h

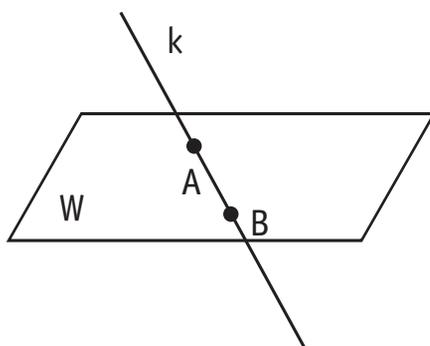


Garis k, g, dan h terletak pada bidang W.  
 Garis j terletak pada bidang V  
 Bidang W sejajar dengan bidang V  
 maka garis j bersilangan dengan garis k, g, dan h

## KEDUDUKAN GARIS DAN BIDANG

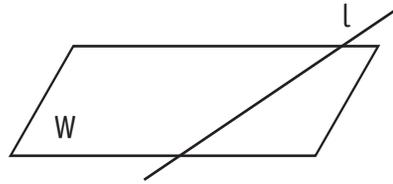
Kedudukan sebuah garis terhadap bidang, kemungkinannya adalah:

- Garis terletak pada bidang  
 Sebuah garis k dikatakan terletak pada bidang W, jika garis k dan bidang W sekurang-kurangnya memiliki dua titik persekutuan



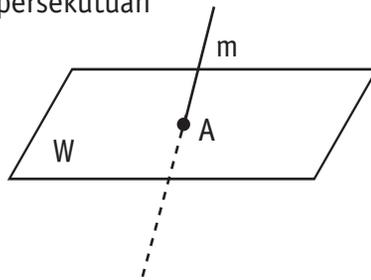
Garis k terletak pada bidang W

- b) **Garis sejajar bidang**  
Sebuah garis  $l$  dikatakan sejajar bidang  $W$ , jika garis  $l$  dan bidang  $W$  tidak mempunyai satupun titik persekutuan



Garis  $l$  sejajar bidang  $W$

- c) **Garis memotong atau menembus bidang**  
Sebuah garis  $m$  dikatakan memotong atau menembus bidang  $W$ , jika garis  $m$  dan bidang  $W$  hanya mempunyai satu titik persekutuan



Garis  $m$  memotong bidang  $W$

## KEDUDUKAN DUA BIDANG DALAM RUANG

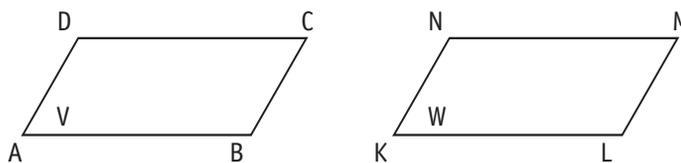
Kedudukan dua buah bidang dalam suatu ruang, kemungkinannya sebagai berikut.

- a) **Dua Bidang Berimpit**  
Bidang  $V$  dan  $W$  dikatakan berimpit jika setiap titik yang terletak pada bidang  $V$  juga terletak pada bidang  $W$  atau sebaliknya



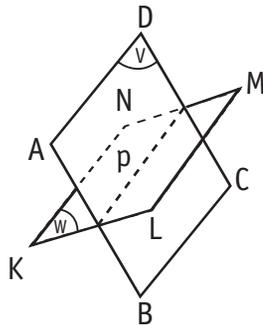
Bidang  $ABCD$  berimpit dengan bidang  $KLMN$

- b) **Dua Bidang Sejajar**  
Bidang  $V$  dan  $W$  dikatakan sejajar jika kedua bidang itu tidak memiliki satupun titik persekutuan



Bidang  $ABCD$  sejajar dengan bidang  $KLMN$

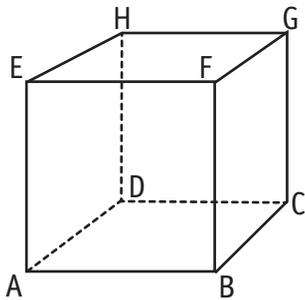
- c) Dua Bidang Berpotongan  
 Bidang V dan W dikatakan berpotongan jika kedua bidang itu memiliki tepat satu garis persekutuan



Bidang ABCD berpotongan dengan bidang KLMN  
 Garis p merupakan garis persekutuannya

**Contoh 7.1**

Pada kubus berikut nyatakan hubungan dari:



- Titik E dan garis EF
- Titik B dan bidang ABCD
- Garis BF dan DH
- Garis FG dan AB
- Garis EF dan bidang BCGF
- Bidang ADHE dan bidang BCGF
- Bidang ABGH dan bidang EFCD

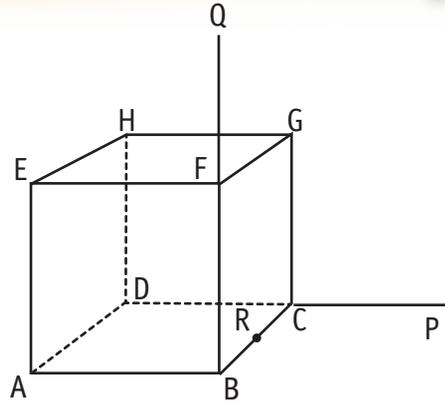
**Penyelesaian:**

- Titik E terletak pada garis EF
- Titik B terletak pada bidang ABCD
- Garis BF sejajar dengan garis DH
- Garis FG bersilangan garis AB
- Garis EF memotong BCGF di titik F
- Bidang ADHE sejajar bidang BCGF
- Bidang ABGH berpotongan dengan bidang EFCD

## Latihan 7.A

### Hubungan titik, garis dan bidang

Nyatakan hubungan titik, garis, dan bidang pada kubus ABCD.EFGH dengan ketentuan  $CP = DC$ ,  $BR = RC$  dan  $FQ = BQ$ . Kemudian kerjakan soal nomor 1 sampai nomor 4 berikut ini.



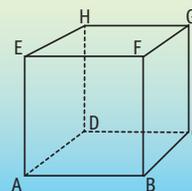
1.
  - a) Titik P dan garis DC
  - b) Titik P dan garis AR
  - c) Titik R dan garis AB
  - d) Titik P dan bidang ABCD
  - e) Titik P dan bidang DCGH
  - f) Titik R dan bidang BDG
  - g) Titik Q dan EFGH
2.
  - a) Garis AR dan garis DC
  - b) Garis PQ dan garis FG
  - c) Garis PR dan garis AD
  - d) Garis BP dan bidang AC
  - e) Garis BP dan bidang GE
3.
  - a) Garis GQ dan bidang BCGF
  - b) Garis PG dan bidang CDHG
  - c) Garis RC dan bidang ADHE
  - d) Garis RG dan bidang ABFE
  - e) Garis RQ dan bidang BCGF
  - f) Garis EC dan bidang GDB
4.
  - a) Bidang ACEG dan bidang FHQ
  - b) Bidang ACEG dan bidang PFR
  - c) Bidang DEG dan bidang ACF
  - d) Bidang GEQ dan bidang EFGH
  - e) Bidang ACEG dan bidang EBD
  - f) Bidang EDB dan bidang CHF



## Investigasi

Buatlah balok dan kerangka balok seperti gambar di samping. Tentukan banyaknya, dan sebutkan:

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| a) titik sudut kubus | e) diagonal ruang  |
| b) rusuk kubus       | f) diagonal bidang |
| c) sisi kubus        | g) sumbu simetri   |
| d) diagonal sisi     | h) bidang simetri  |



➔ **Sebaiknya  
Anda Tahu**



LEONHARD EULER (1707 – 1783), matematikawan Swiss pernah menyatakan sebuah hubungan yang terjadi dari unsur-unsur dalam kubus seperti berikut:



Sumber: www.croeos.net

$$S + T = R + 2$$

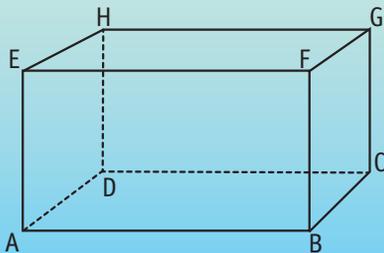
Dengan

S : banyaknya sisi

T : banyaknya titik sudut

R : banyaknya rusuk

Buktikan kebenaran pernyataan Euler itu?



LANJUTKAN penyelidikanmu untuk bangun balok berikut ini.

Apakah aturan Euler tersebut di atas juga berlaku untuk bangun balok?



Jika kamu ingin jujur kepada orang lain,  
jujurlah terlebih dahulu kepada dirimu sendiri

(anonim)

## D. Garis Potong Dua Bidang dan Titik Tembus

### MELUKIS GARIS POTONG DUA BIDANG

Langkah-langkah untuk menentukan garis potong dan bidang adalah sebagai berikut:

- a) Tentukan dua titik persekutuan dari dua bidang tersebut, misal titik A dan B
- b) Hubungkan titik A dan B

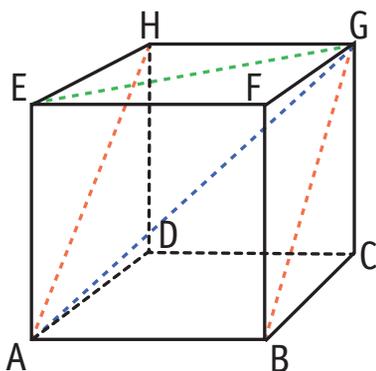
Garis AB merupakan garis potong antara bidang  $\alpha$  dan  $\beta$

### Contoh

### 7.2

Pada kubus ABCD.EFGH, tentukan garis potong antara bidang ACEG dan bidang ABGH.

**Penyelesaian:**



- a) Buat bidang ACEG dan bidang ABGH
- b) Temukan dua titik persekutuan. Titik A dan G adalah dua titik persekutuan bidang ACEG dan bidang ABGH. (Mengapa?)
- c) Hubungkan titik A dan G. Jadi, garis AG merupakan garis potong antara bidang ACEG dan bidang ABGH

## Melukis Titik tembus antara Garis dan Bidang

Langkah-langkah untuk menentukan titik tembus garis  $l$  pada bidang  $\alpha$  adalah sebagai berikut.

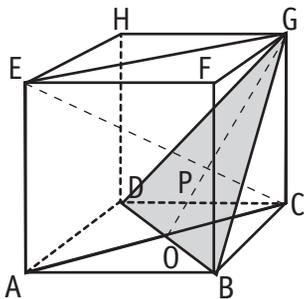
- Buatlah bidang  $\beta$  yang memuat garis  $l$
- Tentukan garis potong antara bidang  $\alpha$  dan  $\beta$ , misalkan garis  $g$
- Tentukan titik potong antara garis  $l$  dan  $g$

### Contoh

### 7.3

Pada kubus ABCD.EFGH, tentukan titik tembus garis CE pada bidang BDG.

**Penyelesaian:**



- Buat bidang yang memuat garis CE, misal bidang ACEG
- Temukan dua titik persekutuan. Titik G dan O adalah dua titik persekutuan bidang BDG dan bidang ACEG. (Mengapa?)
- Hubungkan titik G dan O, terbentuklah garis GO.
- Temukan titik potong garis CE dan garis GO, beri nama P
- Jadi, titik P inilah yang merupakan titik tembus garis CE pada bidang BDG.



### Taukah Kamu...?

Pada abad ke-13, koleksi buku di perpustakaan baik di Kairo maupun di Tripoli masing memiliki koleksi lebih dari 5.000.000 judul buku yang berbeda. Ini adalah jumlah koleksi buku yang sangat luar biasa banyaknya di awal abad itu. Dibandingkan dengan perpustakaan terbesar di United States, di New York Public Library, memiliki kurang lebih 7.000.000 judul buku yang berbeda. (Sumber: The Miracle of Islamic Science oleh Dr. K. Ajram)



## Latihan 7.B

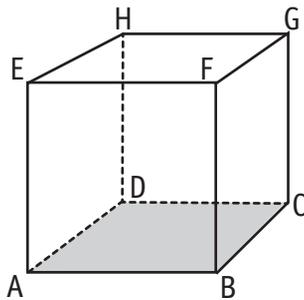
### Garis Potong Dua Bidang dan Titik Tembus

1. Pada kubus ABCD.EFGH, lukislah garis potong antara:
  - (a) bidang ABGH dan bidang CDEF
  - (b) bidang BDHF dan bidang ACF
  - (c) bidang ACF dan bidang BDE
  - (d) bidang BGE dan bidang AFH
  
2. Pada kubus ABCD.EFGH, titik P perpanjangan DC sehingga  $DC : CP = 2 : 1$ . Lukislah garis potong antara:
  - (a) bidang APF dan bidang BDHF
  - (b) bidang PDEF dan bidang ABGH
  - (c) bidang BPG dan bidang CDEF
  - (d) bidang BPG dan bidang BCHE
  
3. Pada kubus ABCD.EFGH, lukislah titik tembus antara:
  - (a) garis CE dan bidang BDHF
  - (b) garis AG dan bidang CFH
  
4. Pada kubus ABCD.EFGH, titik P perpanjangan AE sehingga  $AE : EP = 2 : 1$ . Lukislah titik tembus antara:
  - (a) garis CP dan bidang EFGH
  - (b) garis CP dan bidang AFH
  - (c) garis CP dan bidang BDHF
  - (d) garis GP dan bidang AFH
  
5. Pada kubus ABCD.EFGH, titik perpanjangan AE sehingga  $AE : EP = 2 : 1$  dan titik Q pada perpanjangan DC sehingga  $DC = CQ$ . Tentukan titik tembus antara:
  - (a) garis PQ dan bidang EFGH
  - (b) garis PQ dan bidang BCGF
  - (c) garis PQ dan bidang AFH
  - (d) garis PQ dan bidang BDG

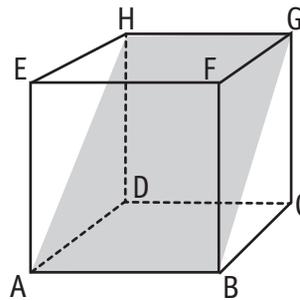
# E. Bangun Ruang: Kubus, Balok, Prisma, Limas, Kerucut, dan Bola

## KUBUS

Kubus adalah bangun ruang yang dibatasi oleh enam buah persegi yang kongruen. Kubus biasanya diberi nama sesuai dengan titik sudutnya. Misalnya: ABCD.EFGH.



ABCD sisi kubus



ABGH bidang diagonal



### Investigasi



“ADA APA DENGAN KUBUS?”

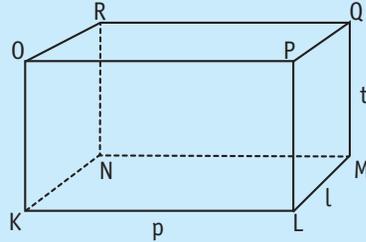
JIKA panjang rusuk sebuah kubus sama dengan  $a$ , maka buktikan bahwa:

- Panjang diagonal sisi =  $a\sqrt{2}$
- Panjang diagonal ruang =  $a\sqrt{3}$
- Luas daerah bidang diagonal =  $a^2\sqrt{2}$
- Luas permukaan kubus =  $6a^2$
- volume kubus =  $a^3$

## BALOK

Balok adalah bangun ruang yang dibatasi oleh enam buah persegi panjang yang sepasang-sepasang kongruen.

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan balok} &= 2(pl + pt + lt) \\ \text{Volume balok} &= p.l.t \end{aligned}$$



### Problem Solving

Sebuah truk pengambil pasir berukuran panjang 4 m, lebar 2,75 m dan 1,5 m, memuat penuh pasir. Jika harga per  $1 \text{ m}^3$  di pasaran adalah Rp150.000,00. Harga pembelian pasir di tempat pengambilan Rp500.000,00/truk dan biaya pengangkutan Rp700.000,00. Berapa hasil bersih yang diterima pemilik truk?



Sumber: [www.tpaktopc.net](http://www.tpaktopc.net)

### Sebaiknya Anda Tahu

ARCHIMEDES (287SM – 212 M)

Di atas meja ada mahkota raja. Sebuah mahkota yang sangat indah dibuat dengan kesabaran yang sangat tinggi. Namun Raja Syracuse tidak begitu senang dengan hal itu. Dia telah memberikan pada seorang pengrajin sebatang emas untuk membuat mahkota itu.

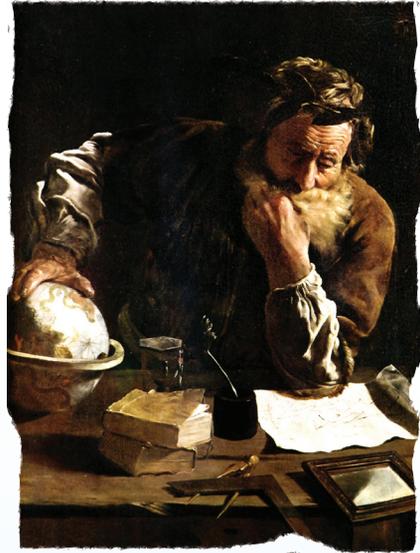


Mahkota itu seperti emas, namun beberapa orang termasuk sang raja berfikir bahwa perak telah digunakan oleh pengrajin di samping emas batangan pemberian raja tersebut.

Raja benar-benar telah ditipu. Rakyat tidak senang dengan hal itu. Bagaimana caranya untuk membuktikan bahwa perak telah dicampurkan dalam pembuatan mahkota emas itu? Raja memutuskan untuk meminta Archimedes, seorang ahli filsafat, untuk membantunya.

Cerita berlanjut pada saat Archimedes mandi di pemandian umum. Archimedes memikirkan air yang tumpah ketika ia menceburkan diri ke dalam bak mandi. Dia berteriak "eureka" dia senang sekali dan berlari ke rumahnya dalam keadaan tanpa pakaian.

Selanjutnya, dia ingin menunjukkan pada raja. Ia meminta satu batang perak dan satu batang emas. Ia masukkan dalam bak mandi. Ia menunjukkan volume perak sama dengan volume emas. Ia memasukkan mahkota raja tersebut dalam bak dan air yang tumpah dibandingkan dengan volume emas. Ternyata volume mahkota lebih besar dari volume emas batangan yang berukuran sama dengan yang telah dibuat mahkota. Ini menunjukkan bahwa pada mahkota telah ditambahkan logam lain. Akhirnya bisa ditemukan bahwa sang pengrajin telah menambahkan logam lain pada pembuatan mahkota tersebut. Sang pengrajin dihukum mati.



Sumber: wikimedia.org



Orang yang bersyukur akan hal-hal kecil sudah pasti adalah orang yang sering banyak bersyukur

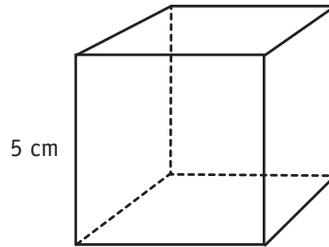
(Frank Clark)

**Contoh**

**7.4**

Panjang rusuk kubus adalah 5 cm, hitunglah:

- a) panjang diagonal sisi
- b) panjang diagonal ruang
- c) Luas permukaan kubus
- d) Volume kubus



**Penyelesaian:**

Misal rusuk kubus sama dengan  $a$  maka  $a = 5$  cm

- a) panjang diagonal sisi =  $a\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$  cm
- b) panjang diagonal ruang =  $a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$  cm
- c) luas permukaan kubus =  $6a^2 = 6 \cdot 5^2 = 6 \cdot 25 = 150$  cm<sup>2</sup>
- d) Volume kubus =  $a^3 = 5^3 = 125$  cm<sup>3</sup>

**Contoh**

**7.5**

Diketahui volume kubus adalah 343 cm<sup>3</sup>, hitunglah:

- a) panjang diagonal sisi
- b) panjang diagonal ruang
- c) Luas bidang diagonal

**Penyelesaian:**

Misal volume kubus sama dengan  $a^3$  maka

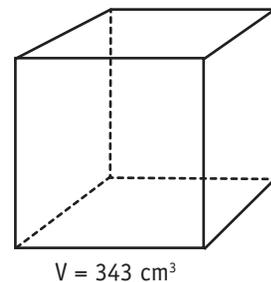
$$a^3 = 343$$

$$a^3 = 7^3$$

$$a = 7$$

Jadi, panjang sisi kubus sama dengan 7 cm

- a) panjang diagonal sisi =  $a\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$  cm
- b) panjang diagonal ruang =  $a\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$  cm
- c) luas bidang diagonal kubus =  $a^2\sqrt{2} = 7^2 \cdot \sqrt{2} = 49\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>

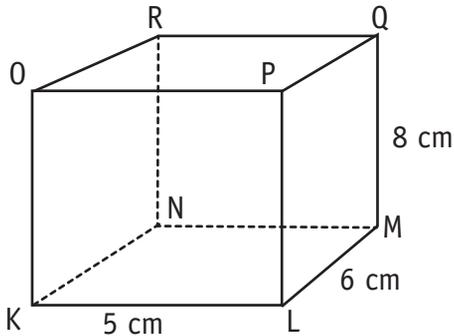


## Contoh

## 7.6

Diketahui balok KLMN.OPQR dengan panjang KL, LM dan MQ masing-masing 5 cm, 6 cm dan 8 cm. Hitunglah panjang diagonal ruang KQ.

**Penyelesaian:**



- Salah satu diagonal ruangnya adalah KQ
- Perhatikan  $\triangle LMQ$ . Hitung panjang LQ dengan menggunakan dalil Pythagoras
 
$$LQ^2 = LM^2 + MQ^2$$

$$LQ^2 = 6^2 + 8^2$$

$$LQ^2 = 36 + 64$$

$$LQ^2 = 100$$

$$LQ = 10$$
- Perhatikan segitiga siku-siku KLO. Hitung KL dengan menggunakan dalil Pythagoras
 
$$KQ^2 = KL^2 + LQ^2$$

$$KQ^2 = 5^2 + 10^2$$

$$KQ^2 = 25 + 100$$

$$KQ = \sqrt{125}$$

$$KQ = 11,18$$
- Jadi, panjang diagonal ruang balok KLMN.OPQR adalah mendekati 11,18 cm

## ▶ Latihan 7.C

### Kubus dan Balok

1. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 9 cm, hitunglah:
  - a) panjang diagonal sisi
  - b) panjang diagonal ruang
  - c) Luas daerah bidang diagonal
  - d) luas permukaan kubus
  - e) volume kubus
2. Panjang diagonal sisi kubus ABCD.EFGH sama dengan 8 cm, hitunglah:
  - a) panjang rusuk kubus
  - b) panjang diagonal ruang
  - c) luas daerah bidang diagonal
  - d) luas permukaan kubus
  - e) volume kubus
3. Luas permukaan sebuah kubus adalah  $300 \text{ cm}^2$ . Hitunglah:
  - a) panjang rusuk kubus
  - b) panjang diagonal sisi
  - c) panjang diagonal ruang
  - d) luas permukaan kubus
  - e) volume kubus
4. Suatu kerangka kubus dibuat dari kawat. Bila panjang kawat yang digunakan adalah 156 cm, tentukan:
  - a) panjang rusuk
  - b) luas permukaan kubus
  - c) volume kubus
5. Volume sebuah kubus ABCD.EFGH adalah  $81 \text{ cm}^3$ . Hitung:
  - a) panjang rusuk
  - b) panjang diagonal ruang
  - c) luas permukaan kubus
6. Perbandingan panjang rusuk kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk kubus KLMN.PQRS adalah 2 : 3. Jumlah luas permukaan kedua kubus itu sama dengan  $312 \text{ cm}^2$ . Hitunglah:
  - a) panjang rusuk kubus ABCD.EFGH
  - b) panjang rusuk kubus KLMN.PQRS
7. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan  $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $BC = 9 \text{ cm}$ , dan  $CG = 8 \text{ cm}$ . Hitunglah:
  - a) panjang diagonal sisi AF
  - b) panjang diagonal ruang
  - c) luas bidang diagonal AFGD
  - d) luas permukaan balok
  - e) volume balok

8. Luas permukaan balok sama dengan  $352 \text{ cm}^2$ . Panjang dan lebar balok masing-masing 12 cm dan 8 cm. Hitunglah:
  - a) tinggi balok
  - b) panjang diagonal ruang
  - c) volume balok
9. Panjang diagonal suatu balok adalah 6 cm. Panjang dan tinggi balok masing-masing 10 cm dan 4 cm. Hitunglah:
  - a) lebar balok
  - b) luas permukaan balok
  - c) volume balok
10. Suatu kerangka balok terbuat dari kawat. Panjang kawat yang dibutuhkan adalah 192 cm. Perbandingan rusuk-rusuknya  $5 : 4 : 3$ . Hitunglah volume balok.
11. Perbandingan rusuk-rusuk kubus adalah  $8 : 4 : 1$ . Panjang diagonal ruang sama dengan 45 cm. Hitunglah:
  - a) luas permukaan balok
  - b) volume balok
12. Perbandingan panjang, lebar, dan tinggi balok adalah  $4 : 3 : 2$ . Luas permukaan balok itu sama dengan  $468 \text{ cm}^2$ . Hitung panjang, lebar, dan tinggi balok.



### Problem Solving



DALAM kelompokmu pecahkanlah masalah-masalah berikut, presentasikan hasilnya dan lampirkan dalam portofoliomu.

#### Masalah 1:

Sebuah tempat air berbentuk balok dengan ukuran panjang 50 cm, lebar 30 cm, dan tinggi 25 cm, diisi air hingga penuh. Oleh karena bocor, air dalam tempat itu tingginya tinggal 10 cm. Air yang masih tersisa dipindahkan ke tempat lain yang panjangnya 100 cm, lebar 25 cm, dan tinggi 30 cm. Hitung tinggi air di tempat itu.

### Masalah 2:

Seorang anak mempunyai 100 buah kubus yang kongruen. Panjang rusuknya 1 cm. Dari kubus-kubus tersebut akan dibuat balok yang panjangnya 2 kali lebarnya dan  $\frac{1}{2}$  kali lebarnya. Berapa buah kubus yang tersisa?

## PRISMA

Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang yang sejajar (bidang alas dan bidang atas) dan oleh bidang lain (bidang tegak) yang saling berpotongan menurut rusuk-rusuk sejajar.

Jenis-jenis prisma

- a) Suatu prisma dapat dibedakan menurut bentuk bidang alas

Apakah balok dan kubus termasuk prisma?

Sebuah prisma yang alasnya berbentuk segi-n disebut prisma segi-n

Contoh:

Prisma segitiga, bidang alasnya berbentuk segitiga

Prisma segitiga beraturan, bidang alasnya berbentuk segitiga sama sisi

Prisma segiempat, bidang alasnya berbentuk segiempat



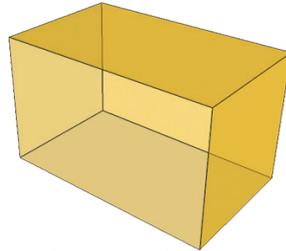
Sumber: gallery.hd.org



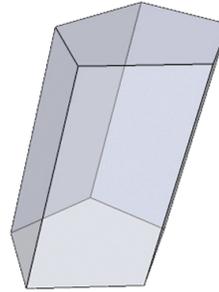
### Keajaiban “prisma segitiga” Mengapa bisa begitu?

Sinar dari berbagai sumber, seperti sinar matahari, tampak putih. Akan tetapi, ketika sinar putih melalui prisma ini, sinar itu dipisahkan ke dalam spektrum warna yang berbeda-beda. Mengapa bisa demikian? Jelaskan!

- b) Suatu prisma dapat dibedakan menurut bentuk rusuk tegaknya  
 Prisma tegak, yaitu prisma yang rusuk tegaknya tegak lurus  
 bidang alas.  
 Prisma miring atau condong yaitu prisma yang rusuk tegaknya  
 tidak tegak lurus dengan bidang alas.

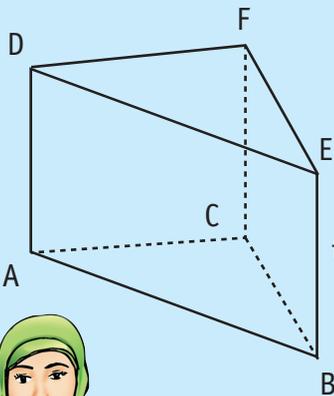


Prisma tegak



Prisma miring

Perhatikan prisma segitiga berikut



$$L_{ABED} = AB \times BE = AB \times t$$

$$L_{BCFE} = BC \times BE = BC \times t$$

$$L_{ACFD} = AC \times CF = AC \times t$$

Luas selubung prisma adalah

$$L_{\text{selubung prisma}} = L_{ABED} + L_{BCFE} + L_{ACFD}$$

$$L_{\text{selubung prisma}} = AB \times t + BC \times t + AC \times t$$

$$L_{\text{selubung prisma}} = (AB + BC + AC) \times t$$

$$L_{\text{selubung prisma}} = \text{keliling alas} \times \text{tinggi}$$



Jadi  
 luas selubung prisma = keliling alas x tinggi

Ingat, kita semua tersandung, tak  
 seorangpun tidak pernah. Itulah  
 sebabnya terasa aman jika melangkah  
 bergandengan tangan

(Emily Kimbrough)

**Contoh**

**7.7**

Panjang rusuk-rusuk alas segitiga PQR.STU adalah 13 cm, 15 cm, dan 14 cm. Jika panjang rusuk tegaknya 20 cm, tentukanlah:

- a) luas selubung prisma
- b) luas permukaan prisma
- c) volume prisma

**Penyelesaian:**

- a) Luas selubung prisma tegak = keliling alas × tinggi

$$L \text{ selubung} = (13 + 15 + 14) \times 20$$

$$L \text{ selubung} = 840$$

Jadi, luas selubung kerucut adalah 840 cm<sup>2</sup>

- b) Menemukan luas alas

Alas berupa sebuah segitiga dengan a = 13, b = 15, dan c = 14

$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

$$s = \frac{13 + 15 + 14}{2}$$

$$s = 21$$

$$L = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$L = \sqrt{21(21 - 13)(21 - 15)(21 - 14)}$$

$$L = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7}$$

$$L = \sqrt{7056}$$

$$L = 84$$

Jadi, luas alas segitiga adalah 84 cm<sup>2</sup>

Luas permukaan prisma

$$L_{\text{permukaan prisma}} = \text{luas selubung} + (2 \times \text{luas alas})$$

$$= 840 + (2 \times 84)$$

$$= 840 + 168$$

$$= 1008$$

Jadi, luas permukaan prisma adalah 1008 cm<sup>2</sup>

- c) Menghitung volume prisma

$$V \text{ prisma} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$V \text{ prisma} = 84 \times 20$$

$$V \text{ prisma} = 1680$$

Jadi, volume prisma adalah 1680 cm<sup>3</sup>

## Latihan 7.D

### Prisma

- Suatu prisma segitiga tegak memiliki panjang rusuk alas 5 cm, 12 cm dan, 13 cm. Panjang rusuk tegaknya adalah 4 cm. Hitunglah:

  - luas selubung prisma
  - luas alas prisma
  - luas permukaan prisma
  - volume prisma
- Suatu prisma segiempat ABCD.EFGH alasnya berbentuk belah ketupat memiliki panjang diagonal 12 cm dan 16 cm. Tinggi prisma 8 cm. Tentukanlah:

  - panjang rusuk alasnya
  - luas selubung prisma
  - volume prisma
- Diketahui prisma segienam beraturan dengan panjang rusuk alas 4 cm dan panjang rusuk tegaknya 10 cm. Hitunglah:

  - luas selubung prisma
  - luas alas prisma
  - luas permukaan prisma
  - volume prisma
- Sebuah prisma tegak yang bidang alasnya berbentuk belah ketupat memiliki panjang diagonalnya 12 cm dan 16 cm. Jika luas selubung prisma adalah  $400 \text{ cm}^2$ . Hitunglah:

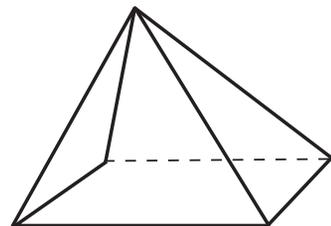
  - luas prisma
  - volume prisma
- Panjang rusuk alas suatu prisma segi empat beraturan adalah p cm, sedangkan tingginya  $3p$  cm. Luas permukaan prisma  $56 \text{ cm}^2$ . Tentukanlah:

  - nilai p
  - volume prisma



## LIMAS

LIMAS atau piramida adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah bidang alas yang berbentuk segi-n dan oleh bidang-bidang sisi tegak yang berbentuk segitiga.



## Masjid Agung Demak berkubah “limas” mengapa beda?

Pernahkah kamu ke Masjid Agung Demak? Masjid Agung Demak merupakan masjid yang tertua di Indonesia. Masjid ini didirikan oleh Walisongo (sembilan ketua keagamaan) sewaktu pemerintah pertama Kesultanan Demak, Raden Patah abad ke-16.

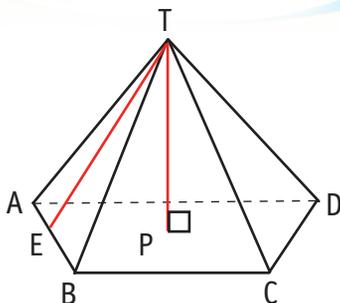


Sumber: lbhkalijogo.files.woodpress.com

Kubah dari masjid ini berbentuk limas atau piramida. Kemungkinan bentuk ini dibuat mengadopsi budaya sekitar. Ia terletak di kota Demak, Jawa Tengah. Masjid ini merupakan tempat berkumpulnya para ulama penyebar agama Islam (Walisongo), untuk membahas penyebaran agama Islam di Tanah Jawa khususnya dan Indonesia.

Di dalam kompleks lokasi Masjid Agung Demak, terdapat beberapa makam raja-raja Kesultanan Demak dan para abadinya; serta terdapat sebuah museum yang berisi berbagai hal mengenai riwayat berdirinya Masjid Agung Demak.

### Sebaiknya Anda Tahu



- Segiempat ABCD disebut *bidang alas*.
- Segitiga-segitiga TAB, TBC, TCD, dan TDA disebut *bidang tegak* atau sisi tegak.
- Rusuk-rusuk AB, BC, CD dan AD disebut *rusuk alas*

- d. Rusuk-rusuk TA, TB, TC dan TD disebut *rusuk tegak*
- e. Titik-titik T, A, B, C dan D merupakan *titik-titik sudut limas*
- f. Titik A, B, C dan D merupakan titik-titik *sudut bidang alas*
- g. Titik T merupakan *titik puncak limas*
- h. Garis TP disebut *garis tinggi limas*
- i. Garis TE disebut garis tinggi dari sisi tegak, sering dilihat nama apotema

Penamaan limas

- a. Limas segi-n ialah limas yang bidang alasnya berbentuk segi n
- b. Limas tegak ialah limas yang garis tingginya terletak di pusat bidang alas
- c. Limas beraturan ialah limas tegak yang bidang alasnya berupa segi n beraturan
- d. Limas segitiga atau bidang empat adalah limas yang dibatasi oleh empat buah segitiga

Luas dan volume limas

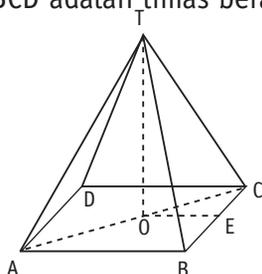
Luas permukaan limas = luas alas + jumlah luas sisi tegak  
 Volume limas =  $\frac{1}{3}$  x luas alas x tinggi limas

**Contoh 7.8**

Hitunglah volume dan luas sisi limas beraturan T.ABCD dengan  $AB = 6\sqrt{2}$  cm dan  $TA = 10$  cm.

**Penyelesaian:**

(a) T.ABCD adalah limas beraturan sehingga ABCD berbentuk persegi



Jika  $AB = 6\sqrt{2}$  maka  $AC = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$   
 $AC = 12$

Panjang AO adalah setengah panjang AC maka  $AO = 6$

- b) Menghitung tinggi limas TO. Perhatikan  $\triangle AOT$

$$TA^2 = AO^2 + TO^2$$

$$10^2 = 6^2 + TO^2$$

$$100 = 36 + TO^2$$

$$TO^2 = 100 - 36$$

$$TO = \sqrt{64}$$

$$TO = 8$$

Jadi, tinggi limas adalah 8 cm

- c) Menghitung volume limas:

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times \text{luas persegi} \times \text{tinggi}$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times 8$$

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times 72 \times 8 = 192$$

Jadi volume limas di atas adalah  $192 \text{ cm}^3$

- d) Menghitung apotema (tinggi sisi limas)

Perhatikan segitiga TOE berlaku

$$TE^2 = TO^2 + OE^2$$

$$TE^2 = 8^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$TE^2 = 64 + 18$$

$$TE = \sqrt{82}$$

- e) Menghitung luas sisi limas

$$L_{\text{limas}} = 4 \times \text{luas } \triangle TBC$$

$$L_{\text{limas}} = 4 \times \left( \frac{1}{2} \times TE \times BC \right)$$

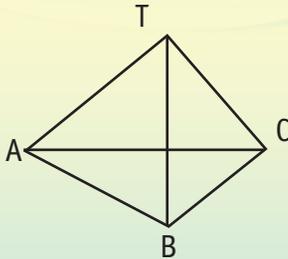
$$L_{\text{limas}} = 4 \times \left( \frac{1}{2} \times \sqrt{82} \times 6\sqrt{2} \right)$$

$$L_{\text{limas}} = 24\sqrt{41}$$

Jadi, luas sisi limas adalah  $24\sqrt{41} \text{ cm}^2$



## Investigasi



Bangun di samping adalah sebuah limas yang dibatasi oleh empat buah segitiga sama sisi. Limas ini sering dikenal dengan nama bidang empat beraturan. Dalam kelompok belajarmu buktikan.



- Jika panjang rusuk bidang empat beraturan adalah  $a$  tinggi bidang empat beraturan adalah  $t = \frac{1}{3}a\sqrt{6}$ .
- Jika panjang rusuk bidang empat beraturan adalah  $a$  volume bidang empat beraturan adalah  $v = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2}$ .

## Latihan 7.E

### Limas

- Diketahui limas tegak T.ABCD dengan alas berbentuk persegipanjang dengan panjang  $AB = 8$  cm,  $BC = 6$  cm, dan  $TA = 13$  cm. Hitunglah:
  - luas bidang TAB
  - luas bidang TBC
  - luas bidang ABCD
  - luas permukaan limas
  - tinggi limas
  - volume limas
- Limas segiempat beraturan T.ABCD panjang rusuk alas adalah 8 cm. Luas permukaan limas tersebut adalah sama dengan  $32(2 + \sqrt{21})$  cm<sup>2</sup>. Carilah panjang rusuk tegak dan volume limas.
- Carilah luas permukaan dan volume dari bidang empat beraturan yang panjang rusuknya 10 cm
- Limas segi enam beraturan T.ABCDEF dengan panjang rusuk  $AB = 3$  cm dan rusuk  $TA = 5$  cm. Hitunglah:
  - luas bidang alas

- b) tinggi limas  
 c) volume limas
5. Limas tegak segitiga beraturan T.ABC dengan panjang rusuk alas = 6 cm dan rusuk tegak sama dengan 5 cm. Hitunglah:  
 a) luas bidang alas  
 b) luas bidang TAB  
 c) luas permukaan limas  
 d) tinggi limas  
 e) volume limas
6. Diketahui bidang empat beraturan T.ABC. Jika luas bidang empat beraturan sama dengan  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. Hitunglah:  
 a) panjang rusuknya  
 b) volumenya
7. Sebuah limas tegak T.ABCD. ABCD berbentuk persegi panjang dengan AB = 8 cm dan BC = 6 cm. Jika panjang rusuk tegak TA = 13 cm. Hitunglah:  
 a) luas permukaan limas  
 b) volume limas
8. Suatu limas tegak T.ABCD. ABCD berbentuk belah ketupat dengan AC = 16 cm, BD = 12 cm, TB = 10 cm dan TC =  $8\sqrt{2}$  cm. Hitunglah:  
 a) luas permukaan limas  
 b) volume limas



### Taukah Kamu...?

Ketika Eropa dalam masa kebodohan atau kegelapan (*The Dark Age of Europe*) di tahun 400 - 1500 Masehi, Eropa hanya bagian kecil dari luasnya Kerajaan-kerajaan Islam. Peradaban Islam bersinar kemilau seperti sebuah berlian yang menyinari lumpur kegelapan dunia (termasuk Eropa). Sehingga tidaklah terlalu berlebihan kalau Goldstein menyebut peradaban keilmuan saat itu sebagai "The Gift of Islam" atau "Hadiah dari Umat Islam." Bahkan Sarton menyebutnya sebagai "The Miracle of Islamic Science" atau "Keajaiban Ilmu Pengetahuan Islam." (Sumber: *The Miracle of Islamic Science* oleh Dr. K. Ajram)

## KERUCUT

Apabila diperhatikan secara seksama, bangun kerucut mirip dengan bangun limas hanya saja bangun limas alasnya berbentuk segi-n, sedangkan pada bangun kerucut alasnya berbentuk lingkaran.

### Bentuk kerucut adalah bentuk yang paling “ajaib”. Mengapa?

Ambilah satu ember pasir. Tumpahkan pasir-pasir itu, secara perlahan-lahan, pada tempat yang sama. Bangun ruang apa yang disusun oleh pasir itu? Kemudian ambil satu ember pasir lagi, jatuhkan perlahan-lahan di atas kerucut tadi. Bangun apalagi yang terjadi? Ulangi percobaanmu itu untuk pasir sebanyak lima atau enam buah ember.

Benar, yang terjadi adalah tetap membentuk bangun “kerucut”. Ketika kita menambahkan pasir lagi, pasir-pasir itu memiliki “mekanisme” mengatur dirinya --- seakan-akan punya jiwa --- untuk secara bersama-sama “mempertahankan” bentuk kerucut itu. Mengapa kumpulan pasir-pasir itu tetap mempertahankan bentuk kerucutnya? Ada apa dengan bentuk kerucut? Apa istimewa kerucut. Itulah sunnatullah.

Bentuk kerucut ini tetap dipertahankan oleh gunung-gunung walaupun dirinya telah meletus berkali-kali. Dapatkah kamu bayangkan, apa yang terjadi seandainya gunung tidak berbentuk kerucut?

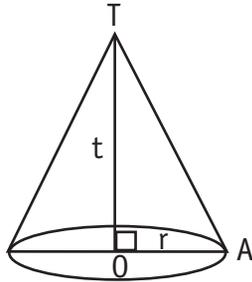


Sumber: cas.hamptonu.edu

Proses alamiah yang terjadi pada gua, baik terbentuknya stalagtit maupun stalagmit, semuanya berusaha menghimpun dirinya ke dalam bentuk unik itu, yaitu “kerucut”

Untuk menentukan volume suatu kerucut rumusnya sama dengan menentukan volume limas yaitu  $\times$  luas alas  $\times$  tinggi.

Perhatikan gambar kerucut berikut ini:

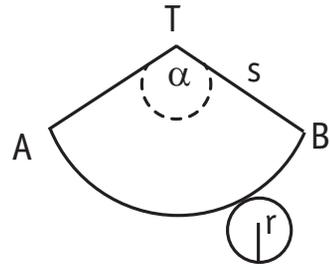


$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 \times t$$

$$\text{Jadi, volume kerucut} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

Adapun untuk menentukan luas selimut kerucut, irislah sepanjang garis pelukisnya (TA) kemudian bentangkan, diperoleh seperti berikut:



$$\begin{aligned} \text{Panjang busur AB} &= \text{keliling lingkaran jari-jari } r \\ &= 2\pi r \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Panjang busur AB} &= \text{panjang busur lingkaran dengan pusat T} \\ &\text{berjari-jari } s \\ &= \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi s \dots\dots\dots (ii) \end{aligned}$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh:

$$2\pi r = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi s$$

$$r = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot s$$

$$\frac{r}{s} = \frac{\alpha}{360^\circ} \dots\dots\dots (iii)$$

Luas selimut kerucut = luas juring TAB (yaitu luas lingkaran dengan sudut  $\alpha$  dan jari-jari lingkaran  $s$ )

$$\text{Luas selimut lingkaran} = \pi \frac{\alpha}{360^\circ} s^2$$

$$= \pi \frac{r}{s} s^2 \text{ (lihat iii)}$$

$$= \pi r s$$

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

$$\text{Selimut kerucut} = \pi r s$$

## Contoh

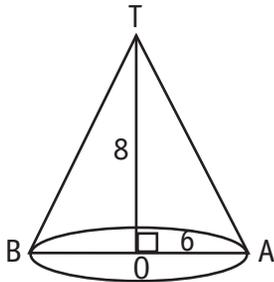
## 7.9

Sebuah kerucut berdiameter 12 cm, dan tinggi 10 cm. Tentukan:

- (a) volume kerucut
- (b) panjang garis pelukis
- (c) luas selimut kerucut

### Penyelesaian:

- (a) Sketsalah kerucut tersebut terlebih dahulu



Diameter kerucut  $d = 12$  cm, jari-jarinya  $r = 6$  cm. Tinggi kerucut  $t = 8$  cm

### Menghitung volume kerucut

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

$$V_{\text{kerucut}} = \frac{1}{3} \pi 6^2 8$$

$$V_{\text{kerucut}} = 96\pi$$

Jadi, volume kerucut adalah  $96\pi \text{ cm}^3$

- (b) Menghitung panjang garis pelukis (TA)  
Perhatikan  $\triangle TOA$ .

$$TA^2 = TO^2 + OA^2$$

$$TA^2 = 10^2 + 6^2$$

$$TA^2 = 100$$

$$TA = 10$$

Jadi, panjang garis pelukis adalah 10 cm.

(c) Menghitung luas selimut kerucut.

$$\text{Selimut kerucut} = \pi r s$$

$$\text{Selimut kerucut} = \pi \cdot 6 \cdot 10$$

$$\text{Selimut kerucut} = 60 \pi$$

Jadi, luas selimut kerucut adalah  $60\pi \text{ cm}^2$ .

## ▶ Latihan 7.F

### Kerucut

1. Sebuah kerucut berjari-jari 9 cm dan tinggi 12 cm. Tentukan:
  - a) volume kerucut
  - b) panjang garis pelukis
  - c) luas selimut kerucut
2. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan  $AB = 5 \text{ cm}$  dan tingginya 12 cm. Hitunglah:
  - a) Volume dan luas kerucut yang alasnya sebagai lingkaran dalam limas tersebut dan tingginya sama dengan tinggi limas
  - b) Volume dan luas kerucut yang alasnya sebagai lingkaran luar limas tersebut dan tingginya sama dengan tinggi limas
3. Perbandingan panjang jari-jari dua buah kerucut adalah 3 : 5. Adapun tingginya berbanding sebagai 2 : 3. Tentukan perbandingan volume dan luasnya.



## BOLA

Penemuan volume dan luas bola dibahas tersendiri di kalkulus. Pada bagian ini kajian difokuskan pada penggunaan rumus volume dan

luas bola untuk memecahkan permasalahan matematika atau dalam kehidupan sehari-hari.

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Luas bola} = 4\pi r^2$$



## Problem Solving

**Berapa balon diperlukan untuk mengangkat tubuhmu?**



Kamu sering melihat penjual balon, kan? Biasanya, penjual itu membawa banyak balon. Mungkin tidak, penjual udara ikut terbang? Berapa balon yang dibutuhkan untuk menerbangkan manusia?

Balon bisa terbang karena berisi helium. Helium adalah gas yang lebih ringan dari pada udara. Mungkin kamu bertanya mengapa balon helium bisa terbang ke atas? Prinsipnya hampir sama dengan peristiwa botol plastik yang mengapung di air.

Coba kamu lakukan percobaan sederhana. Ambil botol plastik bekas air mineral dalam keadaan kosong, tutup rapat. Letakkan botol tersebut di dasar kolam, kemudian lepaskan. Maka kamu melihat, dengan cepat botol naik ke atas kemudian mengapung di air.

Mengapa botol plastik tersebut naik ke atas? Begini penjelasannya. Misalkan botol itu memiliki volume satu liter. Ketika dicemplungkan ke kolam, botol menempati ruangan satu liter, yang tadinya berisi air.

Bobot air sekitar 1 kilogram per liter, sedangkan botol sangat ringan. Nah, karena bobot botol (dengan volume 1 liter) lebih ringan dari 1 liter air, botol mengapung. Hal serupa terjadi pada balon helium. Bobot helium sekitar 0,1785 gram per liter, sedangkan bobot udara sekitar 1,25 gram per liter. Ada selisih lebih dari 1 gram per liter. Akibatnya, helium naik ke atas dan “terapung” di udara. Setidaknya, 1 liter helium bisa mengangkat beban sekitar 1 gram.

Kemudian, berapa banyak balon dibutuhkan untuk menerbangkan manusia? Balon yang dijual pedagang biasanya memiliki diameter sekitar 30 centimeter (cm). Berarti jari-jarinya 15 cm. Rumus matematika untuk volume bola adalah  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ .

Jadi, balon dengan jari-jari 15 cm memiliki volume  $\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (15)^3 = 14.137 \text{ cm}^3$  atau 14 liter. Jadi, sebuah balon bisa mengangkat 14 gram.

Jika bobot tubuhmu 25 kilogram, berapa balon yang dibutuhkan untuk membawamu terbang? Bobot 25 kilogram setara dengan 25.000 gram. Jika sebuah balon bisa mengangkat 14 gram, berarti dibutuhkan sebanyak 1.786 balon.

Hal ini bisa disiasati dengan menggunakan balon yang berukuran besar, kan? Balon raksasa itu harus bisa memuat sedikitnya 25.000 helium. Untuk itu diperlukan balon yang berdiameter 3,7 meter.

Tidak mudah mencari helium dari alam. Kandungan helium sangat sedikit. Seperti kita bahas di atas, helium lebih ringan dari udara sehingga cenderung terbang ke langit kemudian “hilang” di angkasa. Anehnya, helium juga tak mudah ditemui di atmosfer bagian atas.

Selama ini, helium dihasilkan oleh partikel alpha yang dipancarkan benda radioaktif. Ilmuwan mencari helium di daerah tambang uranium. Udara di daerah tambang uranium mengandung sekitar 7 persen helium.

### Pertanyaan:

Kalau berat badanmu 45 kg, berapa minimal balon yang berdiameter 30 cm diperlukan untuk mengangkat tubuhmu

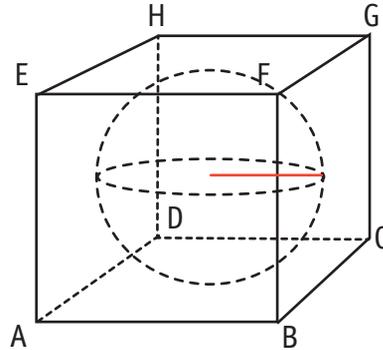
**Contoh 7.10**

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 14 cm. Hitunglah luas dan volume bola yang menyinggung bidang-bidang sisi kubus.

**Penyelesaian:**

- a) Lukislah terlebih dahulu
- b) Jari-jari bola = rusuk kubus = 7
- c) Menghitung volume bola

$$\begin{aligned}
 \text{Volume bola} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \\
 &= \frac{4}{3} \cdot 22 \cdot 49 \\
 &= 1437
 \end{aligned}$$



Jadi, volume bola yang menyinggung dinding kubus tersebut adalah 1437 cm<sup>3</sup>.



**Investigasi**  
Bagaimana mengukur luas bola?

Sumber: diego-maradona.net



Sepak bola telah menjadi bagian dari peradaban manusia. Pernahkah kamu membayangkan bagaimana menghitung atau mengukur luas permukaan bola itu? Sekarang ambil sebuah bola. Dengan temanmu, lilitlah bola tersebut dengan tali hingga seluruh permukaan bola tersebut tertutup oleh tali. Buanglah tali sisa penutup bola tersebut. Potonglah tali yang menutup bola tersebut dengan ukuran yang sama. Potongan-potongan tersebut



susunlah menjadi persegi atau persegi panjang yang rapat. Ukur lebar dan panjangnya serta hitung luasnya. Luas itulah yang mewakili luas permukaan bola. Bandingkan luas permukaan bola yang terwakili persegi atau persegipanjang dari tali itu dengan perhitungan luas permukaan dengan rumus  $4\pi r^2$ . Apa pendapatmu?

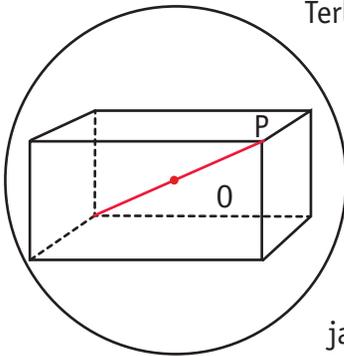
## Contoh

## 7.11

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm berada dalam sebuah bola. Titik-titik sudut kubus menempel pada dinding dalam bola. Hitunglah luas permukaan bola tersebut.

### Penyelesaian:

a) Sketlah terlebih dahulu masalah tersebut.



Terlihat bahwa jari-jari bola adalah  $\frac{1}{2}$  dari diagonal ruang kubus (OP). Panjang diagonal ruang kubus untuk panjang rusuk sebesar  $a$  adalah  $a\sqrt{3}$ .  
Jika panjang rusuk adalah 8 maka panjang diagonal ruang adalah  $8\sqrt{3}$ . Dengan demikian jari-jari lingkaran adalah  $\frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

b) Menghitung luas permukaan bola untuk  $r = 4\sqrt{3}$ .

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan bola} &= 4\pi r^2 \\ &= 4\pi(4)^2 \\ &= 48\pi \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan bola tersebut adalah  $48\pi \text{ cm}^2$ ,

Semakin banyak kita memberi, semakin banyak saja kita peroleh lagi (Grace Speare)

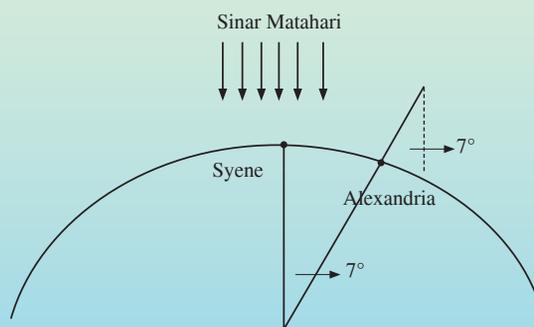
## Sebaiknya Anda Tahu



### Bagaimana orang jaman dulu, bisa menentukan keliling bumi?

Saat ini --- dengan teknik pengukuran modern menggunakan alat canggih--- tidaklah sukar bagi manusia untuk menentukan berapa keliling bumi yang kita tempati ini. Akan tetapi, jika Anda bertanya pada orang yang hidup 2300 tahun yang lalu, berapakah keliling Bumi? Tentu sukar bagi anda untuk membayangkan bagaimana mereka bisa menemukan.

Akan tetapi salah satu dari mereka, yaitu Eratostenes (276 – 196 SM) dapat menjawab pertanyaan tersebut. Eratostenes mengetahui bahwa sewaktu matahari tepat vertikal di atas kepalanya di Syene, Mesir bagian selatan, matahari kira-kira miring  $7^\circ$  terhadap posisi tepat vertikal di atas kepala temannya yang berada di Alexandria. Dengan mengetahui jarak antara Syene dan Alexandria, yaitu kira-kira 770 km, dia dapat menentukan keliling Bumi.



Dari gambar dapat kamu lihat bahwa jarak antara Syene dan Alexandria yaitu  $s = 770$  km, adalah panjang busur, yang sudut pusatnya  $7^\circ$ . Jika sudut ini dinyatakan dalam radian maka anda dapat menggunakan persamaan  $s = r \cdot \theta$  atau  $r = s / \theta$  untuk menentukan jari-jari bumi.

$$\theta = 7^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} = 0,122 \text{ rad}$$

Jari-jari Bumi:

$$r = \frac{s}{\theta} = \frac{770 \text{ km}}{0,122 \text{ rad}} = 6300 \text{ km}$$

Keliling bumi diperoleh:

$$K = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot (6300 \text{ km}) = 40000 \text{ km}$$

Luas daratan adalah sepertiga luas bumi. Dapatkah kamu menghitung berapa luas daratannya?



Bandingkan! Ternyata nilai jari-jari rata-rata bumi yang diperoleh dari teknik pengukuran modern 6380 km, hanya berselisih sekitar 80 km.

## Latihan 7.G

### Bola

- Salin dan lengkapilah pernyataan berikut sehingga menjadi pernyataan yang benar

Bola	Jari-jari bola	luas bola	Volume bola
1	28 cm	.....	.....
2	7 cm	.....	.....
3	.....	$100 \pi \text{ cm}^2$	.....
4	.....	$36\pi \text{ cm}^2$	.....
5	.....	.....	$972\pi \text{ cm}^3$
6	.....	.....	$36\pi \text{ cm}^3$

- Diketahui kubus KLMN.PQRS dengan panjang rusuk 12 cm. Hitunglah luas dan volume:
  - bola yang menyinggung bidang-bidang sisi kubus
  - bola yang melalui semua titik sudut kubus

## Al-Biruni dan keliling bumi

Sumber: home.nordnet.fr



Al Biruni (973-1048 M) dilahirkan di Kath, Khwarazam oleh orang tua yang keturunan Iran. Ia dibesarkan dan dididik oleh seorang kerabat Raja Khwarazm yang juga seorang ahli ilmu pengetahuan, hisab, dan fisika terkemuka. Pada tahun 997 Al Biruni melanjutkan pelajaran di Samanid dengan mendapat bimbingan dari Sultan wilayah Ziyarid, sehingga dalam tahun 1000 sudah dapat menyiapkan buku "Kitabul al Baqiya 'an Al Qur'an Al Khaliya".

Al Biruni kembali ke Khwarazm atas permintaan Sultan Abul Hassan Ali untuk diangkat sebagai penasihat kerajaan sampai tahun 1017. Antara tahun 1018 s.d. 1019 ia tinggal di Ghazna dan mendirikan sebuah pusat peneropongan untuk memperdalam pengetahuannya tentang sistem solar. Hasil penelitiannya memberikan sumbangan yang penting bagi kemajuan ilmu falak.

Al Biruni termasuk orang yang selalu haus dan dahaga terhadap ilmu pengetahuan. Ia tidak pernah terikat dengan sembarang teori falsafah dan hisab dalam menyelesaikan masalah-masalah yang timbul, tetapi ia selalu melakukan percobaan. Sebagaimana Al Haitam, ia juga menolak teori Claudius Ptolemeus tentang peredaran planet-planet. Ia berhasil mengukur keliling bumi dan beranggapan bahwa menelaah kosmos yang merupakan ciptaan Allah Subhanahu Wa Ta'ala adalah tugas mulia.

Al-Biruni dalam Kitab al-Tahdid yang diselesaikannya di Ghazna India pada tahun 1024, menjelaskan teorinya untuk menemukan keliling bumi.

Sumber: www.agmgifts.co.uk



Astrolabe  
Alat yang digunakan oleh para astronom

Untuk mengetahui metode ini cukup dibayangkan dalam imajinasi, dan ia bersandar pada deduksi yang sehat. Memang sulit untuk melaksanakannya hanya berdasarkan pada sebuah astrolabe yang kecil (atau alat-alat lainnya) dan ukuran kecil dari benda sebagai dasar bagi solusi kita. Dan metode ini adalah sebagai berikut: Anda mendaki gunung yang letaknya dekat laut atau daratan yang datar, kemudian lihat/perhatikan tenggelamnya matahari dan temukan lobang (dip) cakrawala, dan kemudian temukan nilai dari garis tegak lurus (perpendicular) gunung tadi. Anda jumlahkan ketinggian tersebut ke dalam sinus sudut komplementer dari lubang tersebut dengan sinus "versed" dari lubang itu sendiri. Kemudian kaliikan (dua kali) hasil bagi dengan 22 dan bagi hasil perkalian itu dengan 7. Anda akan mendapatkan panjang dari keliling bumi (dengan cara yang sama) tinggi gunung telah ditemukan.

Berapa percobaan al-Biruni gagal, sampai ia menemukan tempat yang ideal untuk melakukan eksperimen dari teori yang telah dirumuskan dengan menggunakan rumus-rumus trigonometri, yaitu di benteng Nandanani di India (sekarang masuk wilayah Pakistan).

Ia menemukan bahwa keliling bumi adalah 24.778,5 mil dan hanya berselisih dengan ukuran sebenarnya (modern) 193,5 mil saja, yaitu 24.585 mil. Dan itupun karena al-Biruni tidak bisa mengetahui bentuk sebenarnya dari bumi. Ia membayangkan bahwa bumi itu bulat sempurna, tetapi ternyata, menurut penelitian ilmiah (modern), bentuk bumi sedikit oval.

Nah sekarang bandingkan hasil kerja al-Biruni dan Erasthotenes adakah kesamaan hasilnya? Mengapa?



## F. Menggambar Bangun Ruang

Beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam menggambar bangun ruang adalah sebagai berikut:

- a. Bidang tempat gambar  
Bidang tempat gambar adalah permukaan untuk menggambar. Misalnya: papan tulis, buku, atau kertas
- b. Bidang Frontal  
Bidang frontal adalah bidang yang terletak atau sejajar dengan bidang gambar. Oleh karena sejajar maka bidang frontal digambar dengan ukuran yang sebenarnya. Bentuk, besar sudutnya maupun ukuran-ukurannya digambar sesuai dengan ukuran sebenarnya atau dengan skala.
- c. Garis Frontal  
Garis frontal adalah garis yang terletak pada bidang frontal. Garis frontal digambar sesuai dengan ukuran sebenarnya. Ada dua macam garis frontal yaitu: (i) garis frontal horisontal dan (ii) garis frontal vertikal.
- d. Garis Orthogonal  
Garis orthogonal adalah garis yang tegak lurus terhadap bidang frontal. Panjang garis orthogonal yang dilukis dalam gambar ruang tidak sama dengan panjang garis yang sebenarnya.

- e. Sudut Surut atau Sudut Menyisi  
Sudut surut adalah sudut dalam gambar ruang yang besarnya ditentukan oleh garis frontal horisontal ke kanan dengan garis orthogonal ke belakang.
- f. Perbandingan Proyeksi atau Perbandingan Orthogonal  
Perbandingan orthogonal adalah perbandingan antara panjang garis orthogonal yang dilukis dengan panjang garis orthogonal sesungguhnya.

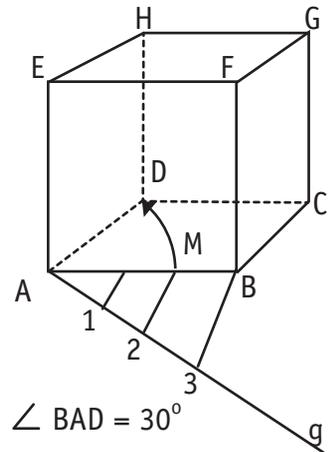
**Contoh 7.12**

Lukislah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Bidang ABFE frontal. Sudut surut  $30^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .

**Penyelesaian:**

Langkah:

- a. Buatlah bidang frontal ABEF
- b. Buatlah sudut surut  $30^\circ$  dan tariklah garis menembus bidang gambar
- c. Tarik sebuah garis bantu dari titik A, sebut saja garis g
- d. Buat 3 buah ruas yang sama pada garis g, beri tanda dengan 1, 2 dan 3.
- e. Tarik angka 3 ke B.
- f. Tarik 1 dan 2 memotong garis AB "sejajar" dengan garis yang ditarik dari 3 ke B.
- g. Oleh karena proyeksinya maka jangkakanlah dari titik M pada garis yang ditarik dari titik A menembus bidang gambar dan memotong di D.
- h. Buat garis DG sejajar AF.
- i. Lengkapi rusuk-rusuk yang lain dengan dasar kesejajaran dan terciptalah gambar kubus sebagaimana yang diminta pada soal.



**Contoh**

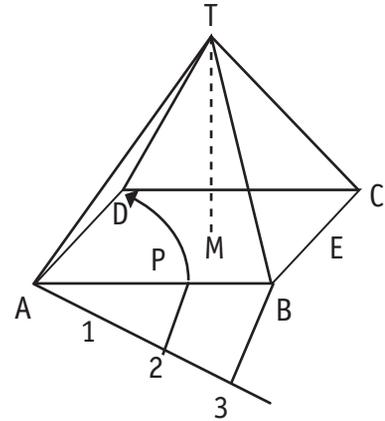
**7.13**

Lukislah limas T.ABCD dengan  $AB = 6$  cm dan tinggi  $TM = 5$  cm. Garis AB dan TM frontal. Perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ . Sudut surut  $30^\circ$ .

**Penyelesaian:**

Langkah:

- Buatlah garis frontal AB
- Buat garis surut  $30^\circ$ , kemudian tarik garis dari A menembus bidang gambar
- Buat garis bantu yang ditarik dari A, kemudian buat tiga ruas yang sama pada garis itu dan nomorilah 1, 2 dan 3.
- Tarik garis dari 3 ke B. Buat garis sejajar dengan garis yang ditarik dari 3 ke B dan memotong di P.
- Jangkakan dari P pada garis yang ditarik dari A menembus bidang gambar dan memotong di D.
- Lengkapilah bidang alas dengan aturan kesejajaran garis
- Temukan titik potong antara AC dan DB dan beri nama M
- Buat garis tegak TM
- Hubungkan titik A, B, C dan D ke titik puncak T



**Latihan 7.H**

**Menggambar Bangun Ruang**

- Lukislah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Bidang ABFE frontal. Sudut surut  $30^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .
- Lukislah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Bidang BCGH frontal. Sudut surut  $30^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .

3. Lukislah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Bidang BCGH frontal. Sudut surut  $120^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .
4. Lukislah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 5 cm. Bidang ABFE frontal. Sudut surut  $30^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{1}{2}$ .
5. Lukislah kubus PQRS.TUVW dengan panjang rusuk 5 cm. Bidang RSVW frontal. Sudut surut  $45^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{1}{2}$ .
6. Lukislah kubus PQRS.TUVW dengan panjang rusuk 5 cm. Bidang RSVW frontal. Sudut surut  $120^\circ$  dan perbandingan proyeksi  $\frac{1}{2}$ .
7. Lukislah limas beraturan T.ABCD dengan  $AB = 8$  cm, tinggi 5 cm, bidang TCD frontal, sudut surut  $30^\circ$ . Perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .
8. Lukislah limas beraturan T.ABCD dengan  $AB = 8$  cm, tinggi 5 cm, bidang TCD frontal, sudut surut  $120^\circ$ . Perbandingan proyeksi  $\frac{2}{3}$ .



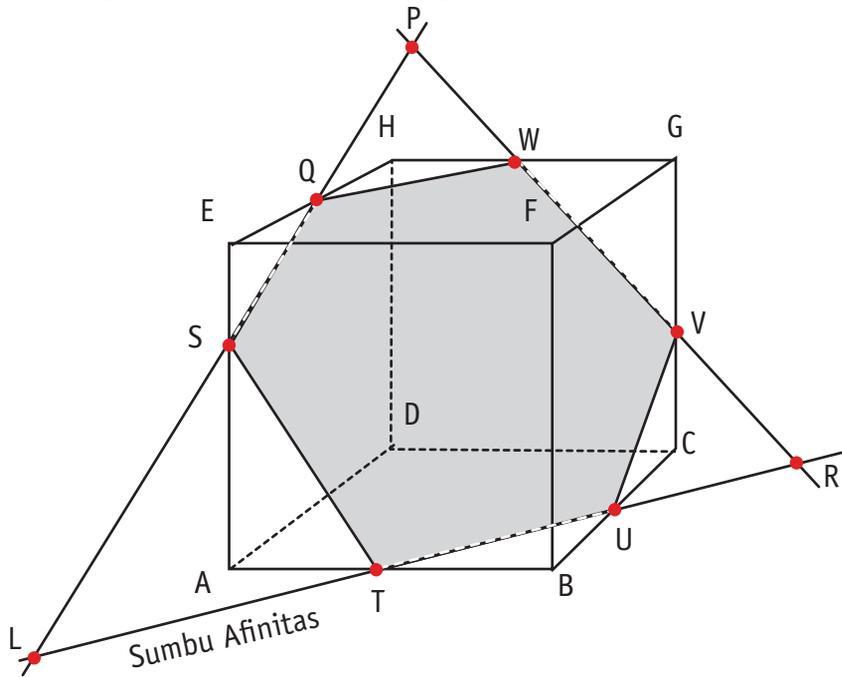
### Irisan Bangun Ruang

Misalkan ada sebuah kubus ABCD.EFGH yang terbangun dari bahan “keju” kemudian kita mengirisnya dari atas dengan posisi pisau memotong tepat di Q dan W (lihat gambar). Kemudian, pisau bergerak terus hingga memotong titik V dan S dan berakhir memotong di titik T dan U. Ternyata hasil irisannya berupa sebuah penampang yang berbentuk segi enam. Dalam kelompokmu lakukan investigasi akan kebenaran hal ini, dengan menggunakan media keju atau sejenisnya.

Selanjutnya, permasalahan irisan kubus ini biasanya disajikan dengan telah tentukannya terlebih dahulu “sebagian” titik-titik potong pada rusuk-rusuk kubus dan kita diminta menemukan “seluruh” titik potong yang ada pada kubus dengan cara menghubungkan titik-titik

yang sudah diketahui tersebut. Setelah itu, keseluruhan titik-titik potong kita hubungkan dan terbentuklah penampang irisan kubus.

Pisau berhenti mengiris “keju” pada garis PQ. Garis PQ ini atau garis MK yang merupakan pertemuan pisau (bidang pengiris) dengan bidang pemuat alas dikenal dengan nama “sumbu afinitas”



Sumbu afinitas adalah garis potong antara bidang pengiris dengan bidang pemuat alas.



### Taukah Kamu...?

Tanda positif (+) dan negatif (-) telah dikenalkan ke dunia Barat oleh matematikawan Islam. Demikian juga dengan tanda perkalian ( $\times$ ), juga diturunkan oleh mereka. Semua simbol dalam aljabar ditemukan oleh ilmuwan muslim. Mereka juga menggunakan simbol sebagai perwakilan terhadap sesuatu yang “belum diketahui.” Simbol akar kuadrat dari, tidak lain adalah proses “latinization” dari huruf Arab “*jim*,” yang sering digunakan sebagai simbol oleh al-Kwharizmi dan ilmuwan Arab lain, ketika mencari akar dua dari. (Sumber: The Miracle of Islamic Science oleh Dr. K. Ajram)

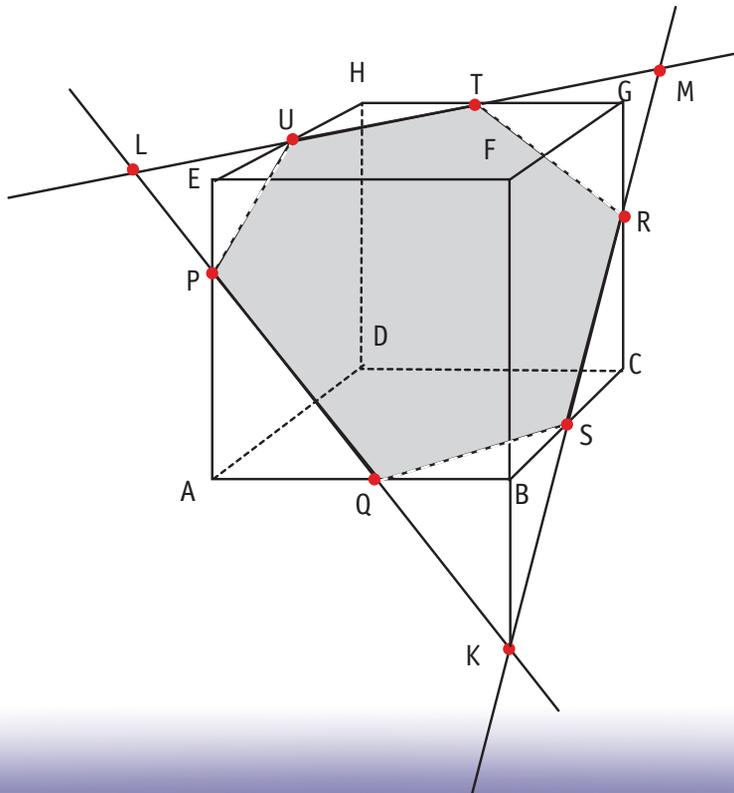
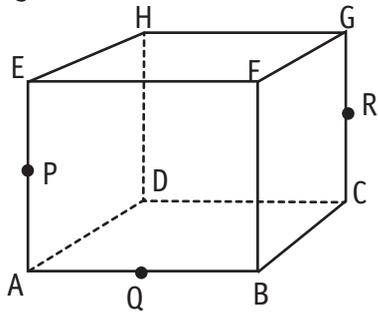
**Contoh**

**7.14**

Tentukan irisan kubus apabila diketahui titik-titik potong seperti berikut:

**Penyelesaian:**

- Hubungkan titik P dan Q
- Temukan titik potong dari perpanjangan garis PQ dan FB beri nama titik K
- Temukan titik potong dari perpanjangan garis PQ dan FE beri nama titik L
- Hubungkan titik K dan R sehingga memotong garis BC di S
- Temukan titik potong perpanjangan KR dan FG beri nama titik M
- Hubungkan M dan L sehingga memotong GH dan HE masing-masing di T dan U
- Hubungkan titik-titik P, Q, S, R, T dan U terbentuklah irisan kubus





## Taukah Kamu...?

Menurut Bronovisco –seorang ahli matematikawan besar Amerika mengatakan bahwa revolusi gambar persepektif pindah dan berubah menjadi jenis kesenian di Utara Italia – Florensia – pada abad kelima belas Masehi. Di sana terdapat manuskrip yang diterjemahkan dari buku “Ilmu Adh-Dhau” karangan Ibnul Haitsam, yang berada di perpustakaan Vatikan, Roma. Di dalam terjemahan itu terdapat komentar dari Lorenz Gebroti yang membuat gambar perspektif di pintu pembaptisan di Florensa.

Apa maksud perkataan Bronovisko tersebut? Jelas ini merupakan suatu pengakuan mengenai tingginya kedudukan Al-Hasan bin Al-Haitsam yang mengungguli para pemikir dan ilmuwan Yunani. Al-Haitsam telah menemukan salah satu hakekat penting bagi ilmu alam, yaitu bahwa kerucut cahaya dari objek benda yang dilihat ke mata semakin menyempit ketika benda itu semakin jauh dari mata, dan kerucut cahaya ini semakin besar ketika objek benda itu semakin dekat dengan mata. Karena itu, mata melihat benda yang dekat menjadi besar dan melihat benda yang jauh menjadi kecil.

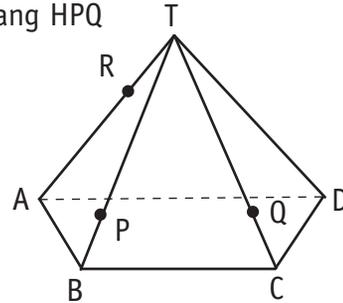
Sebenarnya hal ini termasuk dalam salah satu terapan ilmu matematika yang telah menciptakan “revolusi” dalam seni gambar. Bahkan, pada gilirannya menyebabkan ditemukannya apa yang dikenal dengan sebutan “perspective drawing.”

Pengaruh kejeniusan Ibnul Haitsam sangat besar bagi penemuan ilmiah lainnya. Bahkan, gambar atau lukisan – perspective drawing -- dianggap sebagai kekayaan yang sangat besar bagi orang-orang Eropa, sehingga mereka menjualnya dengan harga jutaan Dollar.

# Latihan 7.1

## Irisan Bangun Ruang

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Titik P pada AE sehingga  $AP = PE$ . Titik Q pada BF sehingga  $BQ = QF$ . Lukislah bidang HPQ
2. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Titik P, Q, dan R masing-masing titik tengah rusuk AB, BC dan CG. Lukislah irisan bidang PQR dengan kubus.
3. Diketahui kubus ABCD.EFGH. Titik P dan Q masing-masing titik tengah rusuk AB dan BC. Lukislah irisan bidang HPQ dengan kubus.
4. Diketahui limas T.ABCD. Titik P, Q, dan R terletak pada pada TB, TC dan TA seperti gambar di bawah ini. Lukislah irisan bidang PQR dengan limas.



## Soal-soal Kontekstual

1. Sebuah truk dengan ukuran bak pengangkut panjang 8 m, lebar 3 m dan tinggi 2,5. Mengangkut pasir sebanyak 3 kali. Jika harga pasir dapat dijual dengan harga Rp150.000,00 per meter kubik. Dan biaya transportasi sekali angkut adalah Rp450.000,00. Biaya beli pasir di tempat asal adalah Rp500.000,00. Berapa keuntungan yang diperoleh penjual pasir tersebut?
2. Sebuah kulkas dengan ukuran sebagaimana pada gambar di samping. Bagian atas adalah freezer yang digunakan untuk membuat es lilin. Jika sebuah es lilin memerlukan ruang  $3 \times 3 \times 7 \text{ cm}^3$ . Berapa maksimal es lilin yang bisa dibuat dalam freezer tersebut?

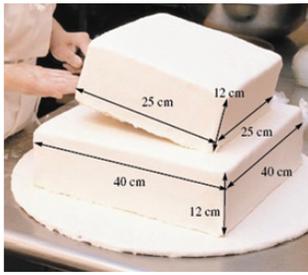


Sumber: maths quest



Sumber: maths quest

3.



Sumber: maths quest

Sebuah keju disusun sebagaimana pada gambar di samping. Dapatkah kamu menghitung berapa volumenya?

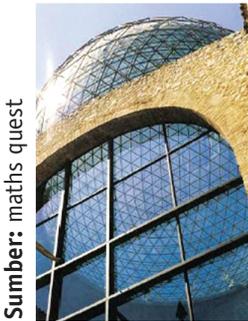
4.

Dapatkah kamu menghitung berapa volume air yang dapat ditampung pada kedua bak pencuci pada gambar ini?



Sumber: maths quest

5.



Perhatikan bola kaca pada bangunan di samping ini. Diameter bola kaca tersebut adalah 7,5 meter. Jika harga 1 m<sup>2</sup> kaca yang digunakan untuk membuat boal tersebut adalah Rp6.000.000,00. Hitunglah biaya kaca seluruhnya.

## G. Matematika dalam Dunia Kerja

NAMAKU Hasan. Aku tinggal di Merauke, aku berusaha dalam jasa pembuatan tempat penampungan yang terbuat dari seng untuk menampung hasil olahan pabrik semisal minyak kelapa sawit. Aku harus berhati-hati ketika menerima pesanan. Aku pernah menerima desain pembuatan penampungan mineral seperti berikut.



Perusahaan memesan tampungannya dengan bagian bawah berupa tabung dan bagian atas berbentuk kerucut dengan alas kerucut sama dengan lingkaran tabung itu.

Perusahaan memintaku untuk membuat ukuran tabung dengan diameter 5 m dan 7 m. Kemudian kerucutnya setinggi 1,5 meter.

Sumber: Dokumen penerbit

Untuk membuat bagian yang bawah (alas), aku memerlukan seng sebanyak luas alas, yaitu:  $\frac{22}{7} \times 2,5 \times 2,5 \text{ m}^2$ .



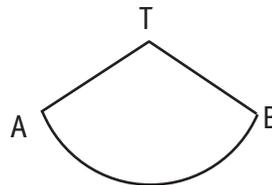
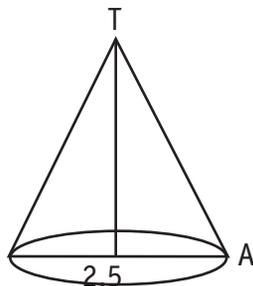
Sumber: [www.haase.energiethnik.de](http://www.haase.energiethnik.de)

Sedangkan, untuk sisi tabung tegaknya

memerlukan seng sebanyak  $= 2 \times \frac{22}{7} \times 2,5 \times 7 \text{ m}^2$ .

Tahukah kamu dari mana perhitungan ini kami peroleh?

Bagian yang agak sulit aku kerjakan adalah bagian kerucut. Jika tidak hati-hati bisa jadi kerucut yang aku buat tidak bisa menutup persis bagian tabung. Aku harus mensketsanya lebih dulu.



Panjang lengkung AB yang harus kubuat adalah dengan cara mengayunkan pensil yang saya ikat benang pada pusat T terlebih dahulu.

Panjang benang harus tepat sama dengan  $\sqrt{(2,5)^2 + (1,5)^2}$  m. Kemudian

saya goreskan pada seng dan jejaknya dari A sampai B harus

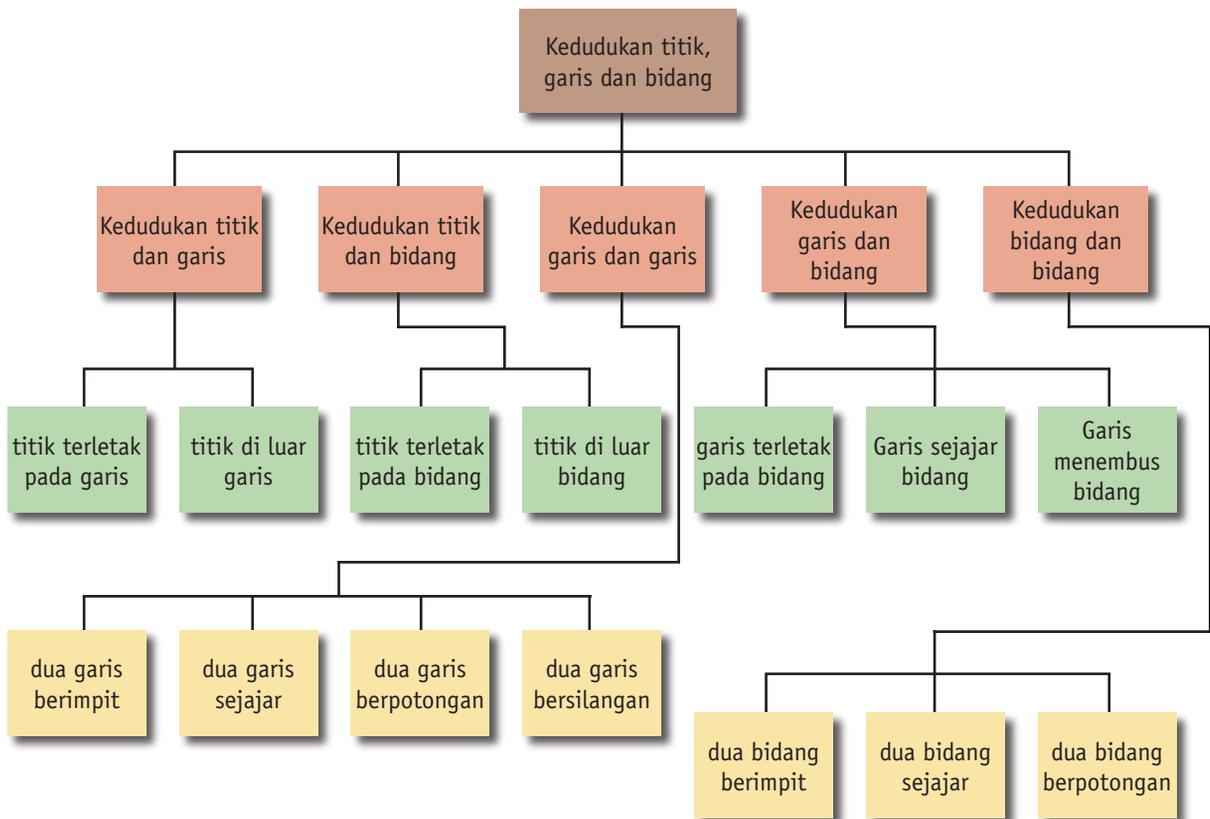
sepanjang  $2 \times \frac{22}{7} \times 2,5$ . Tarik dari A dan B ke T kemudian lakukan

pemotongan.

Setelah usai kemudian aku lakukan pengelasan. Agar penampungan bisa berdiri kokoh, bagian dalamnya ditempelkan rangkaian baja untuk menopangnya.

Pertanyaan:

- a. Berapa luas total seng yang diperlukan ?
- b. Jika luas seng 1 m<sup>2</sup> adalah Rp500.000,00. Biaya untuk 10 karyawan Rp75.000,00 per hari. Total baja yang digunakan untuk rangka Rp4500000,00. Total biaya las Rp1.500.000,00. Hitunglah biaya minimal yang diajukan Pak Hasan ke perusahaan itu?



1. Kedudukan titik, garis dan bidang
2. Hubungan unsur-unsur dalam kubus adalah sebagai berikut:  
 $S + T = R + 2$   
dimana  
S : banyaknya sisi  
T : banyaknya titik sudut  
R : banyaknya rusuk
3. Jika panjang rusuk sebuah kubus sama dengan a, maka:
  - a) panjang diagonal sisi =  $a\sqrt{2}$
  - b) panjang diagonal ruang =  $a\sqrt{3}$
  - c) luas daerah bidang diagonal =  $a^2\sqrt{2}$
  - d) luas permukaan kubus =  $6a^2$
  - e) volume kubus =  $a^3$
4. Luas dan volume limas
  - a) Luas permukaan limas = luas alas + jumlah luas sisi tegak
  - b) Volume limas =  $\frac{1}{3}$  x luas alas x tinggi limas
5. Jika panjang rusuk bidang empat beraturan adalah a maka tinggi bidang empat beraturan adalah  $t = \frac{1}{3}a\sqrt{6}$
6. Jika panjang rusuk bidang empat beraturan adalah a maka volume bidang empat beraturan adalah  $v = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2}$
7. Volume dan selimut kerucut:
  - a) Volume kerucut =  $\pi r^2 t$
  - b) Selimut kerucut =  $\pi r s$
8. Volume dan luas bola:
  - a) Volume bola =  $\frac{1}{3}\pi r^3$
  - b) Luas bola =  $4\pi r^2$



## Ujilah dirimu

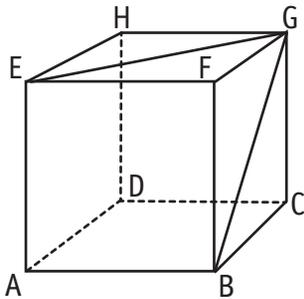
### Soal Pilihan Ganda

1. Jika perbandingan luas bidang diagonal kubus I dengan luas bidang diagonal kubus II adalah 1 : 4, perbandingan volume kubus I dengan volume kubus II adalah....
  - a. 1 : 2
  - b. 1 : 2
  - c. 1 : 4
  - d. 1 : 4
  - e. 1 : 8
2. Diketahui sebuah kubus ABCD.EFGH dengan rusuk a.
  1. AF memotong BG
  2. AC tegak lurus BH
  3. jarak antara BD dan CE adalah
  4. BD tegak lurus CH
  5. jarak AE dan Df adalahPernyataan-pernyataan di atas yang benar adalah....
  - a. 1, 2 dan 4
  - b. 2, 3 dan 5
  - c. 2, 4 dan 5
  - d. 1, 3 dan 5
  - e. 1, 4 dan 5
3. Sebuah balok dengan perbandingan panjang, lebar dan tinggi = 3 : 2 : 1. Jika panjang diagonal ruang balok 2 cm maka tinggi balok adalah....
  - a. 1 cm
  - b. 2 cm
  - c. 4 cm
  - d. 6 cm
  - e. 8 cm

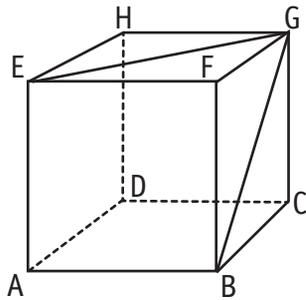
4. Jika balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk  $AB = 6$  cm,  $BC = 4$  cm, dan  $CG = 5$  cm, luas permukaan balok tersebut adalah.... $\text{cm}^2$ 
  - a. 74
  - b. 100
  - c. 120
  - d. 148
  - e. 158
  
5. Limas beraturan T.ABCD dengan ABCD berupa persegi.  $AB = 6$  cm dan tinggi limas = 5 cm, maka volume limas tersebut = ....  $\text{cm}^3$ 
  - a. 30
  - b. 50
  - c. 60
  - d. 100
  - e. 180
  
6. Luas permukaan balok yang panjangnya 8 cm dan lebar 6 cm adalah  $236 \text{ cm}^2$ . Tinggi balok adalah....
  - a. 5 cm
  - b. 8 cm
  - c. 15 cm
  - d. 4 cm
  - e. 9 cm
  
7. Volume sebuah limas beraturan T.ABCD dengan rusuk alas 6 cm adalah  $48 \text{ cm}^3$ . Luas permukaan limas adalah....
  - a.  $48 \text{ cm}^2$
  - b.  $96 \text{ cm}^2$
  - c.  $96 \text{ cm}^2$
  - d.  $96 \text{ cm}^2$
  - e.  $192 \text{ cm}^2$
  
8. Luas permukaan limas beraturan T.ABCD adalah  $(100 + 200) \text{ cm}^2$ . Jika rusuk alas 10 cm, maka volume limas = ....
  - a.  $\frac{300}{7} \sqrt{3} \text{ cm}^3$
  - b.  $\frac{100}{3} \sqrt{6} \text{ cm}^3$
  - c.  $\frac{700}{3} \sqrt{7} \text{ cm}^3$

- d.  $\frac{500}{3}\sqrt{11} \text{ cm}^3$
- e.  $\frac{400}{3}\sqrt{5} \text{ cm}^3$
9. Perbandingan panjang : lebar : tinggi pada sebuah balok = 4 : 2 :
1. Jika volumenya  $216 \text{ cm}^3$ , maka luas permukaannya ....
    - a.  $10.306 \text{ cm}^2$
    - b.  $5.153\sqrt{3} \text{ cm}^2$
    - c.  $4.122\sqrt{3} \text{ cm}^2$
    - d.  $20.612\sqrt{2} \text{ cm}^2$
    - e.  $20.162 \text{ cm}^2$
10. Tinggi suatu bidang empat beraturan, dengan rusuk-rusuk sama dengan  $a \text{ cm}$  adalah....
- a.  $\frac{1}{2}a\sqrt{6}$
  - b.  $\frac{1}{3}a\sqrt{6}$
  - c.  $-\frac{1}{2}a\sqrt{6}$
  - d.  $\frac{1}{4}a\sqrt{3}$
  - e.  $\frac{1}{3}a\sqrt{3}$
11. Bidang  $V$  dan bidang  $W$  saling berpotongan pada garis  $a$ . Jika garis  $g$  tegak lurus bidang  $V$ , maka....
- a.  $g$  tegak lurus bidang  $W$
  - b.  $g$  sejajar  $a$
  - c.  $g$  selalu sejajar bidang  $W$
  - d.  $g$  selalu memotong garis  $W$
  - e.  $g$  tegak lurus  $a$

12. Diketahui bidang A, garis g dan garis h. Pernyataan yang benar ialah....
- Jika  $g \perp A$  dan h pada A, maka  $g \perp h$
  - Jika  $g \parallel A$  dan h pada A maka  $g \parallel h$
  - Jika  $g \parallel A$  dan  $h \perp A$  maka  $g \perp h$
  - Jika  $g \parallel A$  dan  $h \parallel A$  maka  $g \parallel h$
  - Jika  $g \perp A$  dan h pada A, maka  $g \parallel h$
13. Kedudukan garis AB dengan garis DH pada gambar berikut adalah....

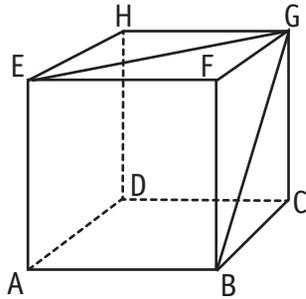


- sejajar
  - berpotongan
  - bersilangan
  - berimpit
  - bersinggungan
14. Pada kubus ABCD.EFGH berikut, pernyataan yang benar adalah....

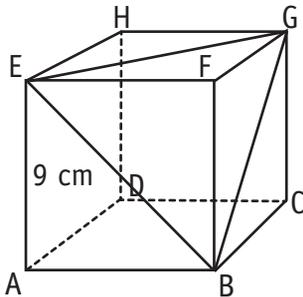


- ACGE tegak lurus dengan BC
- CDEF tegak lurus dengan BC
- ACGE sejajar dengan DH
- CDEF sejajar dengan BC
- BDHF sejajar dengan BC

15. Pada kubus ABCD.EFGH berikut, kedudukan garis AH dan bidang BCGF adalah....



- terletak pada bidang
  - memotong bidang
  - sejajar bidang
  - menembus bidang
  - Bersilangan
16. Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH di bawah.  
Jarak titik F ke bidang BEG adalah ....



- 4 cm
  - 3 cm
  - 2 cm
  - 3 cm
  - 2 cm
17. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. Jarak titik B ke garis EG sama dengan ....cm
- $6\sqrt{6}$
  - $4\sqrt{6}$
  - $2\sqrt{6}$
  - $3\sqrt{3}$
  - $2\sqrt{2}$

## Soal Uraian

18. Lukislah sebuah kubus ABCD.EFGH dengan DHEA frontal. Sudut surut  $120^\circ$ . Skala proyeksi  $\frac{2}{3}$ .
19. Pada sebuah kubus ABCD.EFGH. Titik P dan Q masing-masing adalah titik tengah rusuk AE dan BF sedangkan titik R terletak pada rusuk DH, dimana  $DR = \frac{3}{4} DH$ . Lukislah penampang irisannya.



Florence Chadwick, pada tanggal 4 Juli 1952, ia berjuang untuk menaklukkan Selat Catalina (Pantai California) setelah ia berhasil menaklukkan Selat Inggris. Waktu itu, pantai tertutup kabut tebal yang membuat air sangat dingin menusuk tulangnya. Tak hanya itu hambatan yang ditemukan, berkali-kali ia dihadang dan diserang ikan hiu ganas.

Dia tetap semangat. Dia tidak patah arang dan kelelahanpun tidak dirasakan, hingga dingin menembus tulang dan membekukan tubuhnya. Tenaganya habis terkuras. Chadwick sadar, dia tidak akan meneruskan perjalanan lagi. Dihadapannya, yang nampak hanya kabut yang sangat tebal dan dia tidak dapat berenang lebih jauh lagi. Meskipun demikian, dia masih punya harapan akan berhasil. Dengan keyakinan yang kuat bahwa di balik kabut terbentang daratan pantai California yang indah, Chadwick meneruskan perjalanannya.

Akhirnya, dia berhasil setelah mengalami kegagalan pada ekspedisi pertama di selat yang sama. Bahkan dia memecahkan rekor dua jam lebih cepat dibanding perjuangannya yang pertama. Sekali lagi, karena dia berfikir bahwa dia masih punya harapan. Ia yakin bisa menembus aral hambatan yang menghadang. Dia memiliki semangat tinggi dalam melaksanakan apa yang diimpikan. Sehingga, keberhasilan pun berpihak kepadanya.

(Prembayun Muji Lestari)



Sumber: www.jamd.com

# Daftar Pustaka

- Al-Daffa', A. A., 1992, Sumbangan Islam dalam Matematika, Dewan Bahasa dan Pustaka Kementerian Pendidikan Malaysia, Kuala Lumpur
- Ajram, K., 1992, The Miracle of Islamic Science, Cedar Rapid Knowledge House, Iowa
- Budhi, W. S., 2003, Langkah Awal Menuju ke Olimpiade Matematika, CV. Ricardo, Jakarta
- Cameron, J. dan Bryan, M., 2004, Meniru Kreativitas Tuhan (terjemahan), Penerbit Kaifa, Bandung
- Canfield, Jack. 2002. A Cup of Chicken Soup for the Soul. Perpustakaan Nasional
- CIPSI, 2007, Para Pemikir dalam Tradisi Ilmah Islam: Kumpulan Biografi dan Karya Filosof, Saintis & Teolog Muslim, Devisi Data dan Informasi Center for Islamic Studies and Information, Jakarta
- David, C., 2000, Mathematics 7: CSF II Edition, Heinemann, Melbourne
- DePorter, B. dan Hernacki, M., 2003, Quantum Learning (terjemahan), Penerbit Kaifa, Bandung
- Ganderton, G. D. dan McLeod J. K., 1996, Mathematics for Australian Schools Year 8 (Third Edition), Macmillan Education Australia Pty. Ltd., Melbourne
- Ganderton, G. D. dan McLeod J. K., 1996, Mathematics for Australian Schools Year 9 (Third Edition), Macmillan Education Australia Pty. Ltd., Melbourne
- Ganderton, G. D. dan McLeod J. K., 1996, Mathematics for Australian Schools Year 10 (Third Edition), Macmillan Education Australia Pty. Ltd., Melbourne

- Hernowo, 2003, 7 Warisan Berharga, Penerbit Hikmah, Jakarta
- Hernowo, 2005, Langkah Mudah Membuat Buku yang Menggugah, Penerbit MLC, Bandung
- Iampolsky, E. et al, 2000, Maths Quest for Victoria 8, John Wiley and Sons Australia Ltd., Queensland
- Jaudah, M. G., 2007, 147 Ilmuwan Terkemuka dalam Sejarah Islam, Pustaka Al-Kautsar, Jakarta
- Johnson, E. B., 2007, Contextual Teaching & Learning (terjemahan), Penerbit MLC, Bandung
- Kertanegara, M., 2006, Reaktualisasi Tradisi Ilmiah Islam, Baitul Ikhsan, Jakarta
- Lipschutz, S., 1995, Teori Himpunan (Terjemahan), Erlangga, Ciracas Jakarta
- Lestari, P. M., 2007, Get Big Spirit!, Inas Media, Klaten
- Lynch, B. J. dan Andrews, L. F., 1991, Space and Number, and Change and Approximation, Longman Cheshire Pty Limited, Melbourne
- Lynch, B. J. et al, 1992, Extensions – Change and Approximation, Longman Cheshire, Melbourne
- Madjid, N., et al, 2006. Kehampaan Spiritual Masyarakat Modern, Media Cita, Jakarta
- Mahfud, 2006, Be “Ulul Albab” Generation Be Sukses. Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta
- Martono, H., 2006, Mengolah Kata Menjadi Berharga, PT. Rakaditu, Jakarta
- Mayne, M. dan Mayne, S., 2005, Life Mapping (terjemahan), Penerbit Kaifa, Bandung
- Nasr, S. H., 1976, Islamic Science: An Illustrated Study, Westerham Press Ltd., Westerham, Kent
- Nolan, J. et al, 2000, Maths Quest 11: General Mathematics (Teacher Edition), John Wiley and Sons Australia Ltd., Queensland
- Nolan, V. et al, 2000, Maths Quest 12: Mathematical Methods, John Wiley and Sons Australia Ltd., Queensland

- Oech, R. V., 2004, *Harapkan yang Tak Terduga*, PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta
- Phillips, D. et al, 2000, *Maths Quest for Victoria 7*, John Wiley and Sons Australia Ltd., Queensland
- Rakhmat, J., 2005, *Belajar Cerdas: Belajar Berbasis Otak*, Penerbit MLC, Bandung
- Sukirman, 2006, *Pengantar Teori Bilangan*, Hanger Kreator, Yogyakarta
- Sultana, H. dan Vaadi, M. S. A., 1980, *The World of Islam*, Thames and Hudson, London
- Surgana, 2005, *Home Business: Cara Membangun Kekayaan*, Manyar Media, Yogyakarta
- Surya, Y., 2006. *Mestakung –Rahasia Sukses Juara Dunia Olimpiade Fisika*. Hikmah, Jakarta.
- Woods, R. L. (kompiler dan editor), 1996, *The World Treasury of Religious Quotations*, Hawthorn Books Inc., New York
- Zaelani, A. et al, 2006, *Bimbingan Pemantapan Matematika: Untuk SMA/MA*, Yrama Widya, Bandung

